

## МГНОВЕННАЯ МОЩНОСТЬ СИГНАЛОВ ПРОИЗВОЛЬНОЙ ФОРМЫ

*Родькин Д.И., д.т.н., проф., Коренькова Т.В., к.т.н., доц.*

*Кременчугский национальный университет имени Михаила Остроградского*

*ул. Первомайская, 20, 39600, г. Кременчуг, Украина*

*E-mail: saue@polytech.poltava.ua.*

Рассмотрены вопросы гармонической аппроксимации сложных сигналов в цепях переменного и постоянного тока. Доказана универсальность анализа сигналов и процессов произвольной формы с использованием правила Дирихле и аппарата Фурье. Показана возможность формирования псевдополигармонических сигналов для решения задач энергоресурсосбережения, энергоуправления, идентификации параметров электротехнических систем.

**Ключевые слова:** энергетические процессы, мгновенная мощность, периодический сигнал, гармонический анализ.

**Введение.** Независимо от природы сигналов методы определения мгновенной мощности и ее составляющих должны быть едиными, в равной степени должны определяться и показатели энергопроцессов. Так, при определении показателей энергопроцессов в цепях переменного тока широко используются понятия реактивной мощности, мощности искажения и др. [1, 2, 4, 6]. Их появление вполне закономерно, как следует из источников, а применение на практике вполне оправданно, так как они являются основными составляющими при оценке эффективности энергоиспользования, оплаты электроэнергии и т. п. Здесь, как видим, в полной мере отсутствует постановка вопроса о правильности или ошибочности получения соответствующих показателей из зависимостей напряжения и тока, т. е. компонент, произведение которых определяет мощность сигналов [3, 8, 13].

Анализ показывает, что в других случаях, например, при определении мощности механических устройств отмеченные выше показатели энергопроцессов отсутствуют вообще: понятие реактивной мощности, мощности искажения устройств с параметрами скорости и силы, момента и угловой скорости и др. В данном случае видна разница подходов к оценке показателей энергопроцессов в зависимости от физической природы анализируемых сигналов – электрических и механических. Этот вывод не совсем очевиден, так как оценка энергопроцессов электрических сигналов, например, знакопеременных непериодического характера или с меняющимся во времени периодом осуществляется без учета подходов, характерных для периодических сигналов. Указанный пример наглядно показывает, что не природа физических сигналов, определяющих мгновенную мощность, является причиной разительных отличий в оценке энергетических режимов. Причина, по-видимому, в несовершенстве тех подходов, на которых базируется существующий метод оценки энергетических показателей периодических сигналов. Объяснение этому заключается в том, что анализ сигналов мощности в основном определяется в первом звене технологических установок, электромеханических

систем и др. – в звене потребления электрической энергии из энергоснабжающей сети с периодическими сигналами изменения напряжения и тока с соответствующими компонентами гармонических (или без них).

Очевидно, что необходима разработка таких подходов к анализу энергопроцессов, которые были бы приемлемы во всех случаях, независимо от физической природы сигналов, их формы, периодичности и т.д. Такая постановка вопроса поднималась в работах [8, 10], однако решение задачи в них сводилось к анализу сигналов мгновенной мощности, получаемых в форме произведения полигармонических электрических сигналов.

**Цель работы.** Обобщение существующих подходов к оценке показателей мгновенной мощности, произвольных по форме и физической природе сигналов, расширение представлений о путях решения задач, связанных с энергосбережением, энергоуправлением, идентификацией параметров электротехнических систем и устройств по энергетическим режимам.

**Материал и результаты исследования.** Рассмотрим некоторую условную электрическую цепь с напряжением питания синусоидальной формы и нагрузкой в виде активного сопротивления  $R_{nom}$  (рис. 1). Ток в цепи  $I(t)$  определяется как частное напряжения и сопротивления:

$$I(t) = \frac{U_{nom} \cos(\Omega t)}{R_{nom}} = I_{nom} \cos(\Omega t), \quad (1)$$

где  $U_{nom}, I_{nom}$  – амплитуды гармонических сигналов напряжения и тока соответственно;  $\Omega$  – круговая частота.

Сигнал мощности на выходе источника или нагрузки определяется зависимостью:

$$P(t) = U_{nom} I_{nom} \cos^2(\Omega t) = \frac{U_{nom} I_{nom}}{2} + \frac{U_{nom} I_{nom}}{2} \cos(2\Omega t) \quad (2)$$

В соответствии с принятым подходом рассмотрим электрическую цепь постоянного тока с напря-

жением  $U_{nom}$  и током  $I_{nom}$ , равным  $\frac{U_{nom}}{R_{nom}}$ . Мощность постоянного тока [13]:

$$P(t) = U_{nom} I_{nom}. \quad (3)$$

Общим для двух приведенных примеров является то, что в первом и втором случаях влияние индуктивности на параметры энергетического режима отсутствует: в первом случае – это цепь с активным сопротивлением или RLC - цепь в условиях резонанса напряжений; во втором – отсутствие индуктивности или неизменность тока в цепи, из-за чего ЭДС на индуктивности равна нулю.

Введем ряд понятий, облегчающих дальнейший анализ:

–  $P(t) = U(t)I(t)$  – это математическая формализация мгновенной мощности без привязки к конкретной точке по времени  $t = t_i$  или углу  $J = J_i$ ;

–  $P(t_i), P(J_i)$  – мгновенная мощность в момент времени  $t = t_i$  или при угле  $J = J_i$ ;

–  $P(\Delta t_i), P(\Delta J_i)$  – мгновенная мощность на временном интервале  $\Delta t_i = t_i - t_{i-1}$  или на участке изменения  $\Delta J = J_i - J_{i-1}$ .

Понятие мгновенной мощности в конкретный момент времени достаточно ясно и не требует комментариев. Мгновенная мощность на интервале – интегральная оценка, определяемая в соответствии с зависимостью

$$P(\Delta t) = P(t_2 - t_1) = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} P(t) dt, \quad (4)$$

являющейся средним значением энергии в цепи на анализируемом интервале. При этом очевидно, что подинтегральное выражение – зависимость мгновенной мощности, а интеграл – энергия на рассматриваемом интервале времени.

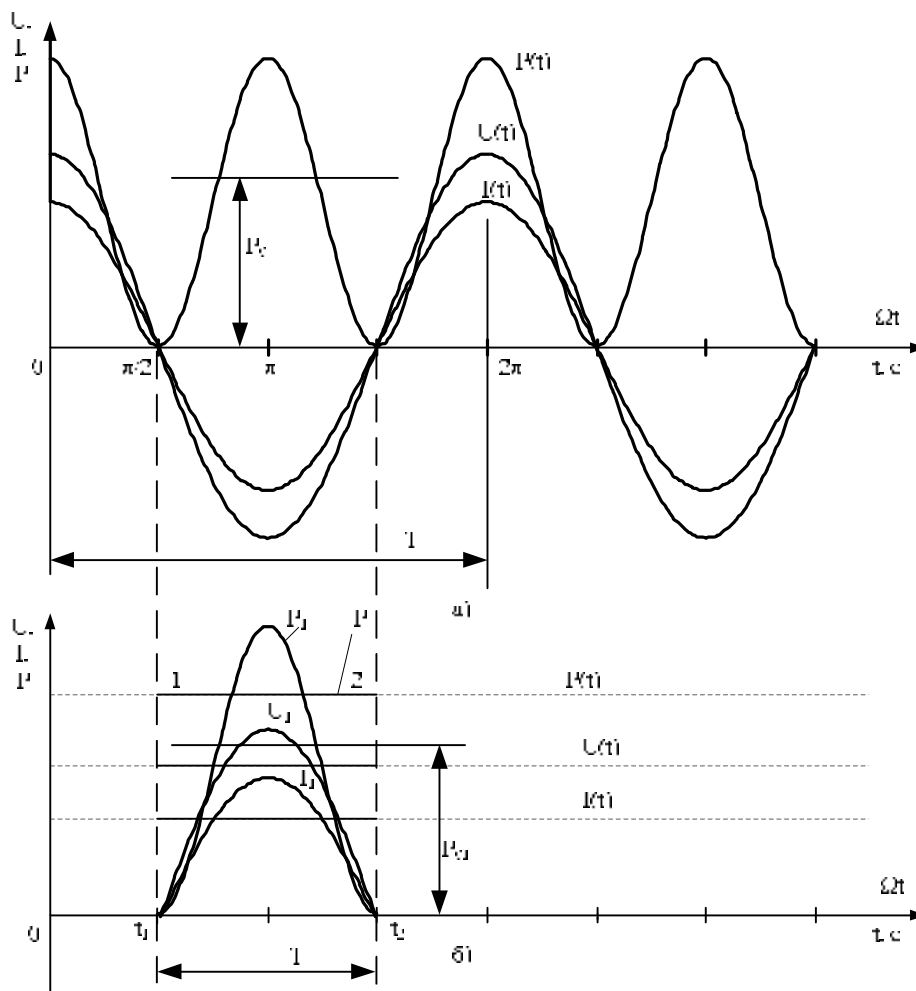


Рисунок 1 – Кривые напряжения, тока и мощности в цепи переменного (а) и постоянного тока (б) при активной нагрузке

Формально интервал, на котором определяется мощность, может быть любым, так как отсутствуют ограничивающие для этого моменты. Чаще всего выбор интервала диктуется соображениями, вытекающими из практических задач при определении упомянутого энергетического показателя.

При периодических сигналах (рис. 1,а) принято период усреднения принимать равным периоду переменных напряжения и тока:  $\Delta t = T$  ( $\Delta J = 2p$ ). Следует отметить, что период усреднения может быть принят кратным периоду напряжения сети.

Наиболее часто в качестве технических задач, в которых используется интегральный показатель мгновенной мощности, представляется задача учета электрической энергии. Алгоритм этой операции достаточно прост, так как в основе его находится операция определения энергии за период переменного напряжения. Вне этого алгоритма находятся задачи оценки энергетического режима при переменной частоте питания и др.

Безусловно, существующие алгоритмы для оценки энергопроцессов в цепях постоянного тока также неприемлемы ввиду отсутствия такого понятия, как период переменного напряжения вообще. Ниже рассматривается прямая задача оценки энергопроцессов непосредственно в цепи постоянного тока (рис. 1,б). Анализ энергопроцессов выполним на временном интервале  $T$ , воспользовавшись одним из фундаментальных положений теории рядов Фурье – о возможности разложения в тригонометрический ряд любой аналитической зависимости, удовлетворяющей правилу Дирихле [3, 4, 6, 13]. В соответствии с этим зависимости напряжения и тока аппроксимируются тригонометрическим рядом одной из возможных модификаций:

- рядом со всеми тремя возможными компонентами (постоянной составляющей, синусной и косинусной компонентами);
- постоянной составляющей и косинусными составляющими;
- синусными компонентами.

Причем вид используемого тригонометрического ряда не зависит от формы аппроксимируемой кривой, а зависит от формы гипотетической кривой – дополнения к аппроксимируемой функции в предположении ее периодичности на временной оси. Поясним это кривыми (рис. 2), иллюстрирующими формирование дополнений к неперiodической функции, являющейся предметом гармонического анализа.

На рис. 2,а приведена неперiodическая функция  $U(t)$  на временном интервале  $t_1 \geq t > 0$ , которая должна быть разложена на участке  $0-t_1$  с условным периодом  $T$ . На рис. 2,б приведена кривая  $U_1(t)$ , которая может быть представлена гар-

моническим рядом с частотами  $\Omega = \frac{2p}{T}$  с коэффициентами: постоянной составляющей, синусной и косинусной компонентами. Кривая, приведенная на рис. 2,в также получена из исходной кривой (рис. 2,а), но, в отличие от первых двух, среднее значение функции на периоде ее повторяемости равно нулю. Полученная кривая имеет симметрию третьего вида [3] и получена посредством изменения знака исходной кривой и поворота ее на  $\pi$  радиан относительно оси ординат.

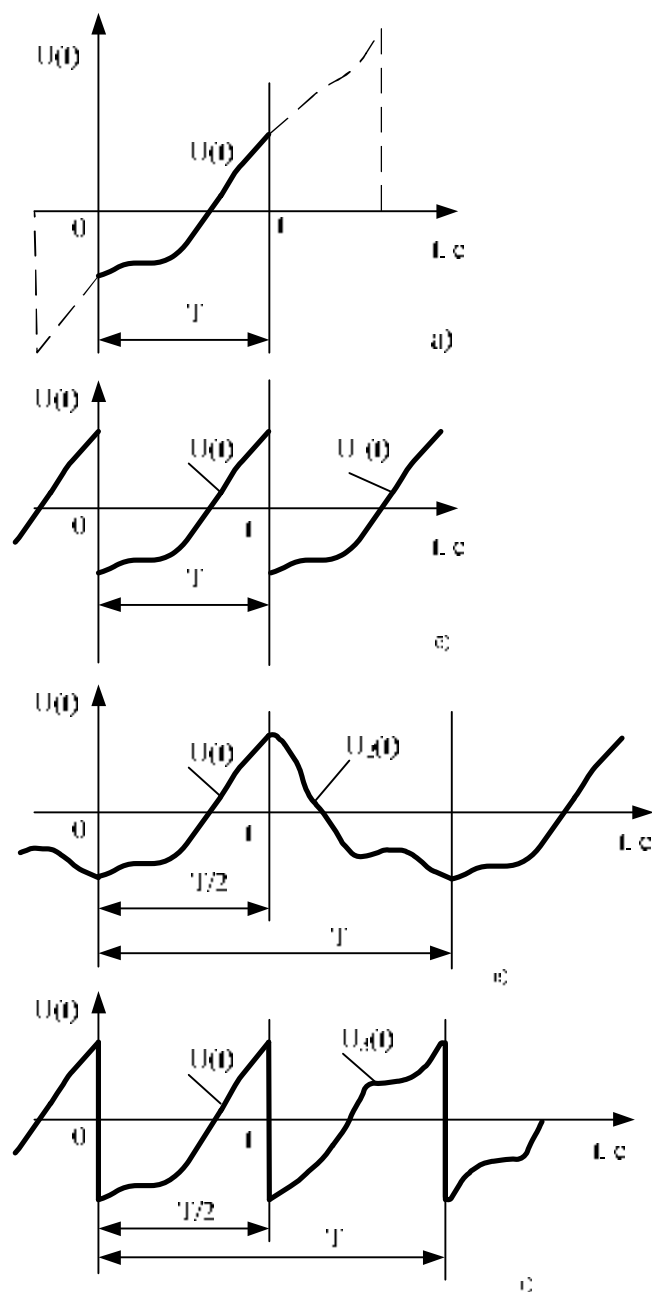


Рисунок 2 – Приемы формирования «дополнений» к анализу неперiodических функций

В отличие от анализируемой кривой, две предыдущие получены сдвигом на полпериода по временной оси (рис. 2,б) и поворотом относительно оси ординат на  $\pi$  радиан (кривая, рис. 2,в). Здесь, как следует из изложенного, есть определенная свобода действия при использовании метода гармонического анализа. Эта неопределенность не является недостатком метода, а скорее наоборот, так как позволяет приспособлять модификации формирования дополнений к участку исследуемой непериодической кривой к конкретным потребностям решаемой исследователем задачи. При этом следует иметь в виду, что «дополнение» к исследуемому участку кривой  $U(t)$  не имеет отношения к ее поведению слева от точки начала координат ( $t < 0$ ), а также справа для  $t > t_1$ . Важно другое: при любом методе формирования «дополнения» к исследуемому участку кривой точность аппроксимации  $U(t)$  наблюдается только на заданном временном интервале ( $0-t_1$ ), т. е. «дополнение» является искусственным приемом, зависящим от субъективных задач анализа исследователя.

Стремясь максимально определить возможности метода анализа энергетических свойств объекта в возможных вариантах электропитания, определим мощность цепи в случае, когда ток и напряжение не меняют своего знака на исследуемом временном интервале. При этом указанные параметры, с учетом ранее сделанных замечаний, можно представить такими зависимостями (для упрощения анализ выполним для случая, когда в аппроксимационных зависимостях нет постоянных составляющих):

$$U(t)[0,t_1] = \sum_{n=1}^{n=\infty} U_n \cos(n\Omega t - \Psi_n); \quad (5)$$

$$I(t)[0,t_1] = \sum_{m=1}^{m=\infty} I_m \cos(m\Omega t - \gamma_m), \quad (6)$$

где  $U_n$ ,  $I_m$  – амплитуды гармонических порядка  $n$  и  $m$ , определяемые в соответствии с общими положениями гармонических рядов.

Мгновенная мощность сигналов:

$$P(t)[0,t_1] = U(t)[0,t_1]I(t)[0,t_1] = \sum_{n=1}^{n=\infty} U_n \cos(n\Omega t - \gamma_n) \sum_{m=1}^{m=\infty} I_m \cos(m\Omega t - \gamma_m). \quad (7)$$

Пусть формы кривых напряжения и тока совпадают. Тогда  $m$  и  $n$  равны,  $\gamma_n \approx \gamma_m$ . С учетом сказанного, выражение (7) можно представить в несколько иной форме:

$$P(t)[0,t_1] = \sum_{n_i=1}^{n_i=\infty} U_{n_i} \cos(n_i\Omega t - \gamma_{n_i}) \times \sum_{m_j=1}^{m_j=\infty} I_{m_j} \cos(m_j\Omega t - \gamma_{m_j}) \quad (8)$$

Не останавливаясь на результатах, которые могут быть получены при реализации процедуры умножения, рассмотрим случай для  $i = j$ , т. е. при  $n_i = m_j$  и  $\gamma_{n_i} = \gamma_{m_j} = 0$ :

$$P_1(t)[0,t_1] = U_n \cos(n\Omega t) \times I_m \cos(m\Omega t) = \frac{U_n I_m}{2} + \frac{U_n I_m}{2} \cos(2n\Omega t). \quad (9)$$

Результат в форме выражения (9) по существу не отличается от полученного ранее при определении мгновенной мощности двух гармонических сигналов. Таким образом, определение мгновенной мощности должно осуществляться одними и теми же зависимостями как в цепях переменного, так и постоянного тока с той лишь разницей, что при определении мощности в цепи постоянного тока имеет место сумма составляющих, каждое из которых является произведением гармоник напряжения порядка  $n_i$  и гармоник тока порядка  $m_j$ .

Тогда зависимость для мощности на интервале  $0-t_1$  можно представить таким образом:

$$P(t)[0,t_1] = \sum_{n_i=1}^{n_i=\infty} \sum_{m_j=1}^{m_j=\infty} U_{n_i} \cos(n_i\Omega t - \gamma_{n_i}) \times I_{m_j} \cos(m_j\Omega t - \gamma_{m_j}) + \sum_{n_i=1}^{n_i=\infty} \sum_{m_j=1}^{m_j=\infty} U_{n_i} \cos(n_i\Omega t - \gamma_{n_i}) \times I_{m_j} \cos(m_j\Omega t - \gamma_{m_j}). \quad (10)$$

С учетом ранее сделанных допущений, касающихся формы кривых напряжения и тока, а также равенства  $\gamma_{n_i} = \gamma_{m_j} = 0$ , зависимость для мгновенной мощности на интервале  $0-t_1$  приобретает вид:

$$P(t)[0,t_1] = \sum_{n_i=1}^{n_i=\infty} U_{n_i} \cos(n_i\Omega t) \sum_{m_j=1}^{m_j=\infty} I_{m_j} \cos(m_j\Omega t) = \sum_{n_i=1}^{n_i=\infty} \sum_{m_j=1}^{m_j=\infty} U_{n_i} I_{m_j} \cos(n_i\Omega t)^2 + \sum_{n_i=1}^{n_i=\infty} \sum_{m_j=1}^{m_j=\infty} U_{n_i} I_{m_j} \cos(n_i\Omega t) \cos(m_j\Omega t). \quad (11)$$

Выражение (11) включает совокупность следующих составляющих мгновенной мощности: постоянной составляющей (частота ее равна нулю при  $n_i = m_j$ ); составляющей  $\Omega_k = m_j + n_i = 2m_j + 2n_i$

при  $n_i = m_j$ ; двух компонент с частотами  $k = n_i \neq m_j$  при  $n_i \neq m_j$ .

Здесь рассматривается вопрос формирования мгновенной мощности лишь с позиции качественной оценки, что позволяет однозначно полагать равноценность выражений для мгновенной мощности в цепи с синусоидальными напряжением и током выражениям для мгновенной мощности компонент произведения напряжения и тока, полученных из разложения в тригонометрический ряд соответствующих зависимостей  $U(t)$  и  $I(t)$  на произвольном временном интервале. Касаясь количественной оценки мгновенной мощности, остановимся лишь на результате, получаемом в случае, если ток и напряжение постоянны на анализируемом интервале:

– знакопеременные составляющие, входящие в выражение для мгновенной мощности  $P(t)_{[0,t_1]}$ , при суммировании равны нулю;

– постоянная составляющая образуется произведением  $U_{n_i}$  и  $I_{m_j}$  при  $n_i = m_j$ .

Отметим, что полученные результаты вытекают из одного из фундаментальных свойств аппарата Фурье – возможности разложения в ряд Фурье кривых, отвечающих правилу Дирихле на произвольном интервале [6, 13].

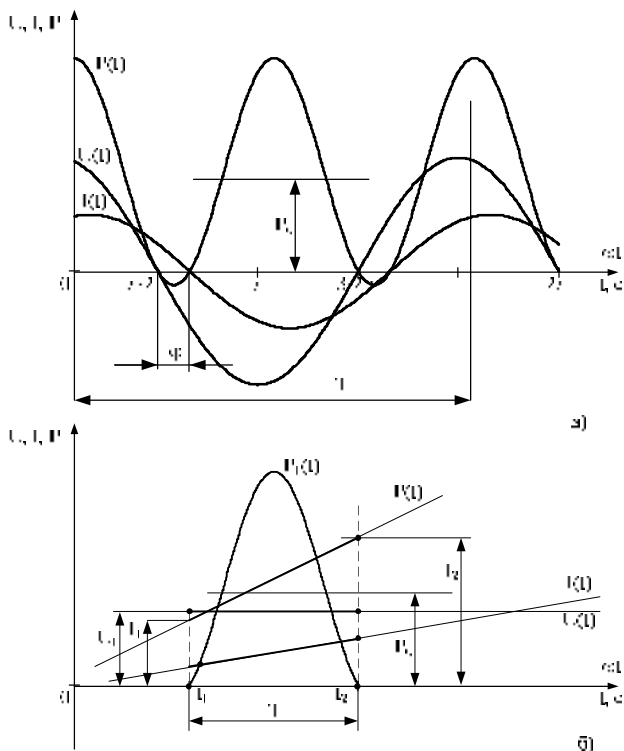


Рисунок 3 – Кривые напряжения, тока и мощности в цепи переменного тока при смешанной активно-индуктивной нагрузке (а), при меняющейся токовой нагрузке в цепи постоянного тока (б)

Рассмотрим сигналы в цепи переменного тока, где ток и напряжение синусоидальны и сдвинуты друг относительно друга на угол  $j$  (рис. 4). При этом

$$P_1(t) = U \cos(\Omega t) \times I \sin(\Omega t - j) = \frac{UI}{2} \cos j + \frac{UI}{2} \cos j \cos(2\Omega t) + \frac{UI}{2} \sin j \sin(2\Omega t) = P_0 + P_a(t) + P_b(t),$$

где  $P_a(t) = \frac{UI}{2} \cos j \cos(2\Omega t)$ ;

$$P_b(t) = \frac{UI}{2} \sin j \sin(2\Omega t); P_0 = \frac{UI}{2} \cos j.$$

Составляющие  $P_a, P_b, P_0$  носят название косинусной, синусной и постоянной составляющих мгновенной мощности соответственно. Синусная составляющая часто отождествляется с так называемой реактивной мощностью цепи. Это в определенной мере справедливо только для синусоидальных сигналов. При сложной структуре сигналов мгновенная мощность формируется в соответствии с достаточно очевидными правилами:

– знакопеременная составляющая мгновенной мощности с частотой  $k$  определяется суммой частот двух сигналов одинаковой частоты  $k = n_i + m_j = n + m$ . Полученные компоненты сигнала мгновенной мощности носят название канонических косинусной  $P_{ka_c}$  и синусной  $P_{kb_c}$  составляющих;

– знакопеременная составляющая мгновенной мощности с частотой  $k$  включает также сигнал, образованный произведениями  $U_{n_i}$  и  $I_{m_j}$ , для которых справедливы соотношения  $k = n_i + m_j$  и  $k = n_i - m_j$ . Эта составляющая мгновенной мощности порядка  $K$  носит название неканонической составляющей и обозначается  $P_{ka_s}$  (для косинусной) и  $P_{kb_s}$  (для синусной) компонент соответственно.

Изложенный выше анализ выполнен, как указывалось, для случая, когда напряжение и ток совпадают по форме, что позволило в значительной степени упростить обоснование целого ряда положений, дать качественную оценку анализируемым процессам.

Применительно к цепи переменного тока рассмотрен также случай, когда из-за соответствующего характера нагрузки ток сдвинут относительно напряжения на угол  $j$ , что вызывает в кривой мгновенной мощности соответствующую компоненту, сдвинутую на  $\frac{\pi}{2}$  относительно переменной (косинусной) составляющей.

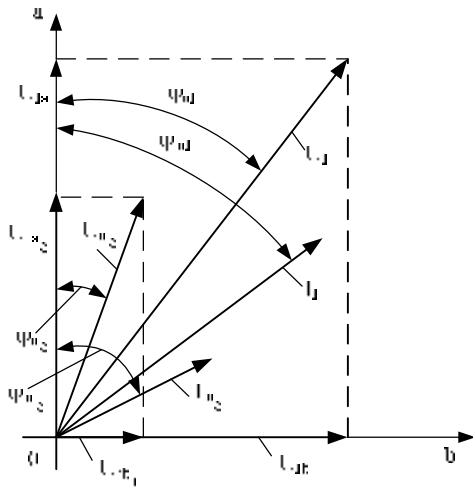


Рисунок 4 – Векторные диаграммы напряжений и токов первой гармоники  $U_1$ , косинусной  $U_{1a}$  и синусной  $U_{1b}$  составляющих сигнала, диаграммы напряжения  $U_n$  и тока высшего порядка  $I_m$

В цепи постоянного тока при анализе энергопроцесса аналогия приведенному примеру возможна при неизменном уровне питающего напряжения  $U_1$  и меняющегося во времени тока  $I(t)$ , что связано с изменением параметров нагрузки или с процессом накопления (возврата) энергии накопительными устройствами в составе оборудования потребителя. Тогда напряжение нагрузки можно представить в форме:

$$U(t) = \sum_{n_i=1}^{n_i=\infty} U_{n_i} \cos(n_i \Omega t); \quad (13)$$

$$I(t) = \sum_{m_j=1}^{m_j=\infty} I_{m_j} \cos(m_j \Omega t - j_{m_j}) = \sum_{m_j=1}^{m_j=\infty} (I_{m_{aj}} \cos(m_j \Omega t) + I_{m_{bj}} \sin(m_j \Omega t)), \quad (14)$$

где  $I_{m_{aj}} = I_{m_j} \cos j_{m_j}$ ;  $I_{m_{bj}} = I_{m_j} \sin j_{m_j}$ .

Мощность при этом:

$$P(t) = \sum_{n_i=1}^{n_i=\infty} U_{n_i} \cos(n_i \Omega t) \sum_{m_j=1}^{m_j=\infty} I_{m_{aj}} \cos(m_j \Omega t) + \sum_{n_i=1}^{n_i=\infty} U_{n_i} \cos(n_i \Omega t) \sum_{m_j=1}^{m_j=\infty} I_{m_{bj}} \sin(m_j \Omega t). \quad (15)$$

Рассматривая более общий случай, когда сигналы изменяются во времени таким образом, что их формы являются неодинаковыми, напряжение можно представить в виде:

$$U(t) = \sum_{n_i=1}^{n_i=\infty} (U_{n_{ai}} \cos(n_i \Omega t) + U_{n_{bi}} \sin(n_i \Omega t)). \quad (16)$$

Тогда мгновенная мощность в цепи:

$$P(t) = \sum_{n_i=1}^{n_i=\infty} U_{n_{ai}} \cos(n_i \Omega t) \sum_{m_j=1}^{m_j=\infty} I_{m_{aj}} \cos(m_j \Omega t) + \sum_{n_i=1}^{n_i=\infty} U_{n_{bi}} \sin(n_i \Omega t) \sum_{m_j=1}^{m_j=\infty} I_{m_{bj}} \sin(m_j \Omega t) + \sum_{n_i=1}^{n_i=\infty} U_{n_{ai}} \cos(n_i \Omega t) \sum_{m_j=1}^{m_j=\infty} I_{m_{bj}} \sin(m_j \Omega t) + \sum_{n_i=1}^{n_i=\infty} U_{n_{bi}} \sin(n_i \Omega t) \sum_{m_j=1}^{m_j=\infty} I_{m_{aj}} \cos(m_j \Omega t) = \sum_{k=1}^{k=\infty} P_{k_0} + \sum_{k=1}^{k=\infty} P_{k_a}(t) + \sum_{k=1}^{k=\infty} P_{k_b}(t), \quad (17)$$

где  $U_{n_{ai}} = U_{n_i} \cos j_{n_i}$ ;  $U_{n_{bi}} = U_{n_i} \sin j_{n_i}$ .

Возникает вопрос об углах  $y_{n_i}$  и  $y_{m_j}$  – их значениях, особенностях определения вне зависимости от того, анализируется ли процесс в сети переменного или постоянного тока. В любом случае основополагающим моментом является опорная гармоника процесса, которую условно принимают за первую, причем в сети стандартной частоты – это гармоника 50 Гц; в сети постоянного тока, ввиду того, что разложение осуществляется на произвольном промежутке, не связанном с частотой сети переменного тока, первой гармоникой будет частота  $f_n = \frac{2p}{T}$ , где  $T$  – период разложения в ряд Фурье. В равной степени сказанное относится и к анализу энергопроцессов в переходных режимах, где может изменяться во времени как амплитуда исследуемых сигналов, так и их частота.

Исходя из этого, за опорный сигнал при оценке углов сдвига предпочтительно брать косинусную составляющую сигнала первой гармоники.

На практике редко измеряются параметры энергетического режима в цепях постоянного тока, что во многом определяется спецификой его; в равной степени это касается и анализа энергетических режимов в переходных режимах.

В первом случае измерительные приборы используются как источники информации о качестве функционирования объекта, во втором – из-за отсутствия механизма оценки процессов в неустановившихся режимах. Расчетные счетчики и другое оборудование, как правило, устанавливаются в сетях переменного тока, и механизм использования получаемой информации хорошо известен [4, 6, 14].

На рис. 5 представлена упрощенная схема съема получаемой информации потребителя с преобразовательным устройством, цепью постоянного тока и исполнительным двигателем. Датчики мгновенной мощности  $DM_1$  обеспечивают получение следующей информации: потребляемой электроэнергии,

влияние потребителя на питающую энергосистему с оценкой потребляемой активной энергии, реактивной энергии или тангенса сдвига тока относительно напряжения, коэффициента гармоник напряжения и тока, степени несимметрии и др.

Эта система считается стандартной, и ею оборудуются вводные цепи группы потребителей и значительно реже – отдельные мощные приводные и иные установки. Выходная информация измерительной системы соответствует информационным выходам  $x_1 \mathbf{K} x_i$  вычислительного устройства  $BV_1$ .

Измерительный комплекс в цепи двигателя постоянного тока находится в общей цепи потребителя и преобразования энергии, но его предназначение носит несколько иной характер: режим энергопотребления позволяет при обработке сигналов получить информационный материал, касающийся работоспособности электромеханического преобразователя энергии (двигателя  $D$ ), качества питания его силовых цепей, потерь мощности, динамических характеристик и т.п., включая контроль работоспособности агрегата, защиту от нештатных ситуаций и т.п. Отметим здесь важное обстоятельство: хотя измерители мгновенных величин  $I_m(t)$  и  $U_n(t)$  устанавливаются в системах, однако информация, получаемая при этом, носит ограниченный характер в силу того, что до настоящего вре-

мени не закончено создание математического аппарата для оценки принципиально нового показателя функционирования электромеханической системы – показателя качества преобразования энергии электромеханических систем, базирующегося на анализе процессов энергопотребления электрических машин. Оценка упомянутого показателя позволяет в непрерывном режиме контролировать реальные параметры электрооборудования [13, 14].

Контроль энергетических параметров технологического механизма осуществляется посредством оценки момента на валу  $M(t)$  и скорости  $w(t)$ . Получаемые при этом сигналы – результат соответствующей обработки параметров энергетического режима, что представлено на рис. 5 сигналами  $y_1 \mathbf{K} y_i$ .

Следует отметить, что составляющие мгновенной механической мощности  $P_M(t)$  получаются так же, как и при анализе соответствующих параметров в цепи постоянного тока. В случае, если технологический механизм сложен, в нем необходимо выделить отдельные контуры с параметрами энергетического режима. Например, в гидротранспортной системе оправданно рассматривать насос и гидросеть как два звена, где природа энергопреобразований существенно различна.

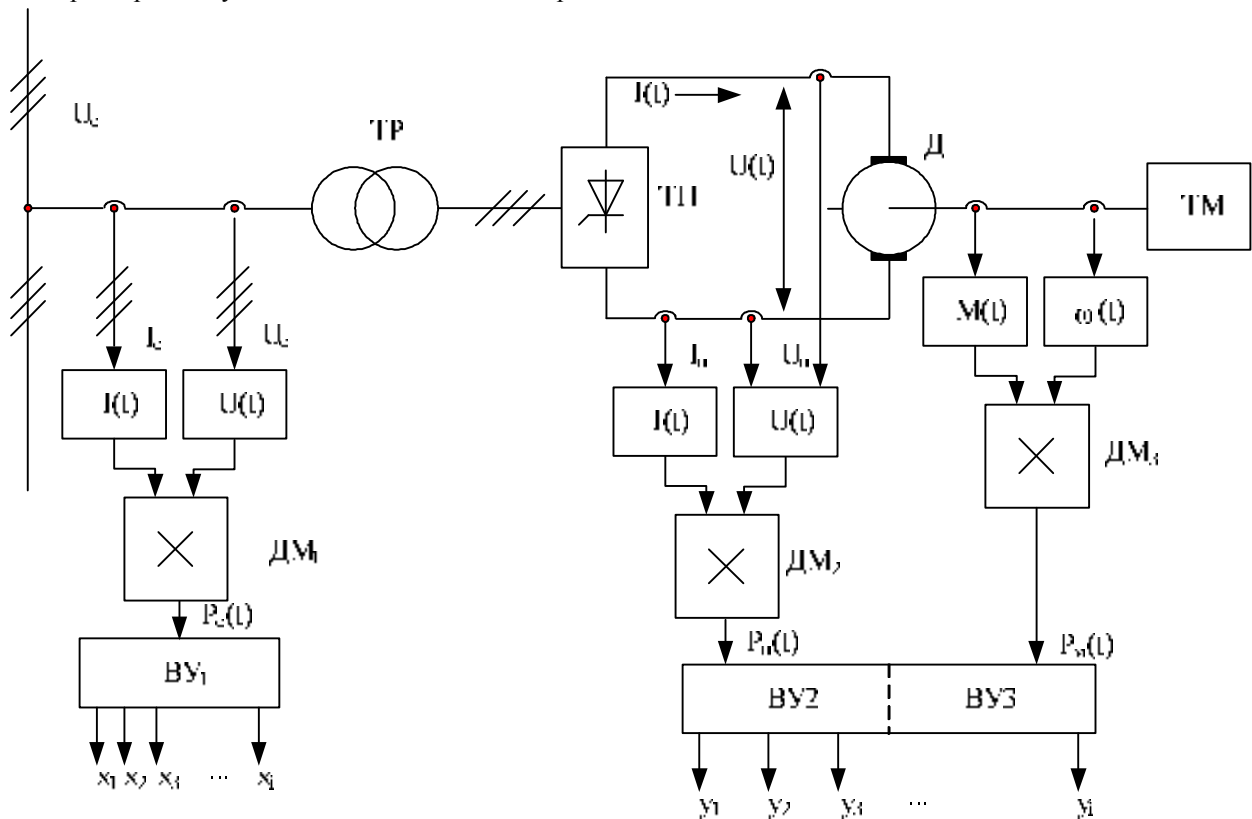


Рисунок 5 – Схема контроля параметров энергетического режима на входе системы  $P_c(t)$ , в цепи постоянного тока  $P_n(t)$ , технологического механизма  $P_m(t)$

Анализ процессов энергопреобразования следует дополнить режимом работы сети с напряжением и током со значительным уровнем гармоник, что характерно как для сети переменного тока с полупроводниковыми преобразователями (на входе системы), а также для цепи постоянного тока – в важнейшем элементе электромеханической системы. Учитывая то, что формализация энергетического режима в первом и втором случаях одинакова, рассмотрим этот вопрос применительно к цепи переменного тока с целью подытоживания результатов анализа, формализации определения мгновенной мощности для сигналов с несинусоидальными напряжением и током. Это позволит однозначно утверждать, что по сути методы анализа в достаточной степени отличающихся друг от друга объектах фактически ничем не отличаются. Примерные кривые напряжения и тока в цепи переменного тока приведены на рис. 6 [5, 10].

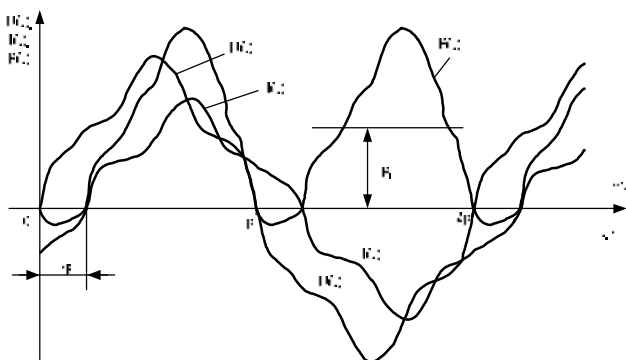


Рисунок 6 – Кривые изменения напряжения, тока и мгновенной мощности в цепи переменного тока

Так же, как и в ранее рассмотренных случаях представления сигналов произвольной формы на заданном интервале времени, представим зависимости  $U(t)$  и  $I(t)$  в форме тригонометрических рядов:

$$U(t) = \sum_{n=0}^N U_n \cos(n\Omega t - j_n); \quad (18)$$

$$I(t) = \sum_{m=0}^M I_m \cos(m\Omega t - y_m), \quad (19)$$

где  $n, m$  – номера гармоник напряжения и тока соответственно;  $N, M$  – число составляющих напряжения и тока;  $j, y$  – фазовые углы.

Если процедура выделения спектральных составляющих реализована в ряде математических пакетов с применением различных методов быстрого преобразования Фурье, то выполнение операции умножения токов и напряжений необходимо производить вручную, что при большом количестве

гармоник представляет собой довольно трудоемкую процедуру. В случае определения влияния нелинейных элементов цепи, параметры которых являются функциями тока, количество операций умножения значительно возрастает. Следовательно, становится актуальным вопрос автоматизации подобных вычислений.

В общем виде мгновенная мощность источника в системе определяется следующим выражением:

$$P(t) = U(t)I(t) = \sum_{n=1}^N U_{na} \cos(n\Omega t - j_n) \sum_{m=1}^M I_{ma} \cos(m\Omega t - y_m) = (20) \\ = P_{0\Sigma} + \sum_{k=1}^K P_{ka} \cos(k\Omega t) + \sum_{k=1}^K P_{kb} \sin(k\Omega t),$$

где  $P_{0\Sigma}$  – суммарная постоянная составляющая мгновенной мощности;  $P_{ka}$  – косинусная составляющая мгновенной мощности;  $P_{kb}$  – синусная составляющая мгновенной мощности;  $k$  – номер гармоники мощности ( $k = |m \pm n|$ );  $K$  – число составляющих мощности.

Канонические составляющие мгновенной мощности получены путем умножения одночастотных составляющих ( $m = n$ ); неканонические гармоники – перемножением разночастотных составляющих ( $m \neq n$ ).

Операция разложения получила название декомпозиции составляющих мгновенной мощности, что упрощает понимание процессов преобразования мощности с одной стороны и позволяет получить обобщенные показатели (меры) мгновенной – с другой.

Один из таких показателей – эффективная мощность электрических сигналов, в отличие от полной мощности, равна среднеквадратичному значению произведения мгновенных значений напряжений и тока. Этому показателю уделяется недостаточное внимание ввиду отсутствия представлений в отношении фундаментальных принципов частотных преобразований при формировании сигнала мгновенной мощности.

Принципиально важной мерой оценки качества энергопроцессов в системе при изменении управляющих сигналов, появлении или введении в контур преобразования энергии нелинейностей является управляемость объекта – характеристика, определяющая энергетическую реакцию системы на изменение управляющих или возмущающих воздействий. Декомпозиционные параметры  $P_0, P_{kas}, P_{kas}, P_{kbc}, P_{kbs}$  при этом являются исходным материалом для вышеуказанной оценки [7-9]. Разложение на составляющие мгновенной мощности при умножении компонент напряжения и тока представлено на рис. 7.



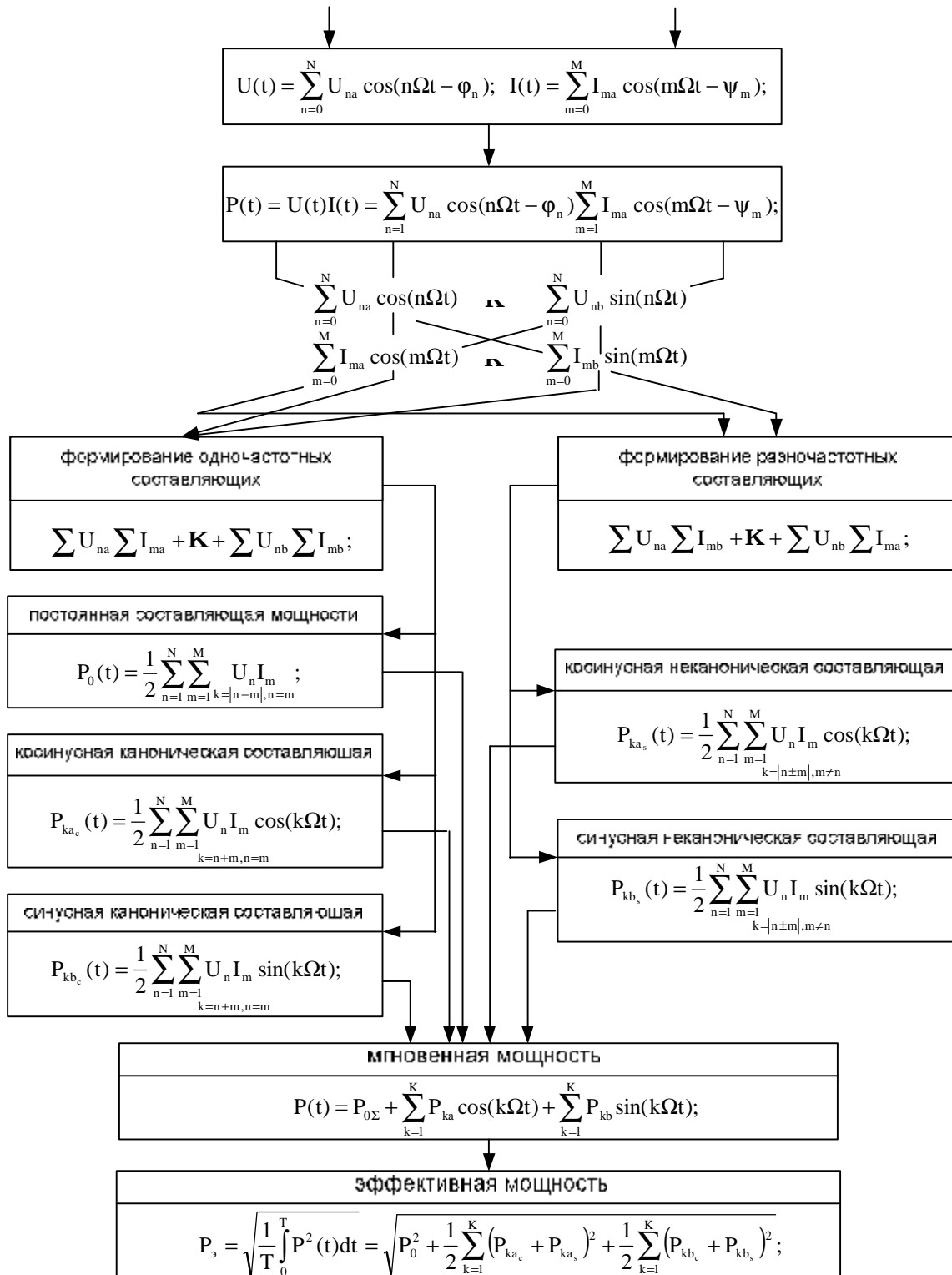


Рисунок 7 – Схема декомпозиции составляющих мгновенной мощности

Рассмотренные ранее вопросы определенным образом касаются получения результатов гармонической аппроксимации сложных сигналов, относящихся к классу непериодических, в том числе сигналов цепей постоянного тока, переходных процессов и т.д. Единый математический аппарат для анализа указанных процессов – несомненное преимущество

результатов выполненного исследования. Несомненно, универсальность анализа на основании аппарата Фурье – в его приложении к анализу сигналов и процессов произвольной формы с ограничениями, вытекающими из правила Дирихле.

Сам по себе гармонический анализ – удобное средство для исследования, позволяющее выявить

наиболее характерные свойства сигналов и процессов. Нами анализируется вопрос, касающийся выяснения свойств и характеристик сигналов, получаемых в результате формирования более сложных сигналов от двух или более первичных, достаточно хорошо изученных и легко аппроксимируемых.

Анализируемые нами сигналы (рис. 8) в основном относятся к источнику питания, к его зажимам – напряжение источника питания  $U_{ist}$ , ток источника питания  $I_{ist}$ . Очевидно, что напряжение  $U_1$  равно  $U_{ist}$ , а ток  $I_1 = I_{ist}$ . Комплекс задач, которые могут решаться с использованием приведенной схемы, достаточно обширен. Здесь, затрагивая этот вопрос, мы не оговариваем возможные трудности при решении конкретной задачи, полагая, однако, что сигналы (временные зависимости сигналов  $U_{ist}$  и  $I_{ist}$ ) известны или один из параметров, например, ток, может быть легко определен.

Простейшая решаемая задача – определение токов в цепи потребителя при известной конфигурации его цепей. Вторая задача – определение составляющих мощности (в том числе и мгновенной) как на зажимах источника, так и элементов, входящих в структуру потребителя.

Третья задача – определение параметров потребителя при известных напряжении и токе источника. Эта задача относится к классу идентификационных. Если предположить, что параметры потребителя (индуктивности и активные сопротивления) не зависят от параметров нагрузки, а напряжение синусоидально, то легко определяется только комплексное сопротивление потребителя. Сами же параметры схемы  $L_1, L_2, L_3, R_1, R_2$  определить невозможно, так как одно и то же значение комплексного сопротивления может быть получено при бесконечном числе комбинаций пассивных элементов, входящих в структуру потребителя. Несмотря на то, что напряжение и ток по нашему условию синусоидальны, искусственным путем источник преобразуем в источник полигармонического напряжения. Для этого воспользуемся возможностью разложения в ряд Фурье гармонической функции  $U_{ist}(t)$  на интервале, отличном от периода гармоника напряжения. Другими словами, воспользовавшись известным приемом из теории рядов Фурье, получим совокупность гармоник с периодом, отличающимся от периода напряжения сети – псевдогармоник напряжения питания [7-9].

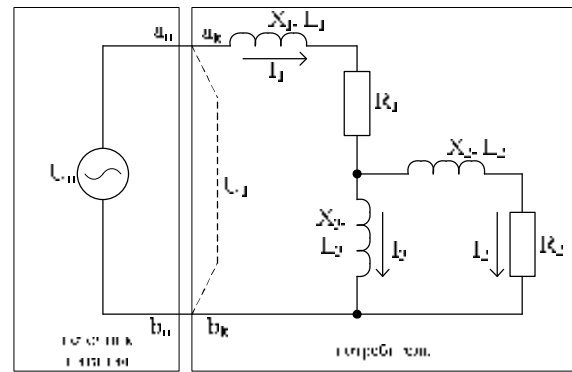


Рисунок 8 – Схема включения источника питания и потребителя

На рис. 9 представлена кривая напряжения с периодом –  $T = 0.02$  с (применительно к сети 50 Гц), а также две кривые для двух разложений части синусоиды сетевого напряжения в ряд Фурье на интервале  $T_1 < T$  и  $T_2 < T_1$ . Формально часть синусоиды на интервале  $T_1$  (штриховая часть синусоиды сетевого напряжения) можно разложить в ряд Фурье двумя путями: в первом случае  $U_1(t)$  разлагается в тригонометрический ряд на интервале  $T_1$ , вследствие чего частоты гармонических будут выше частоты сети:  $n_1 = ne_1$ , где  $e_1 = \frac{T}{T_1}$ :

$$U_1(t)_1 = \sum_{n=1}^{n=\infty} U_{na1} \cos(n' \Omega t) + \sum_{n=1}^{n=\infty} U_{nb1} \sin(n' \Omega t). \quad (21)$$

Во втором случае кривая  $U_1(t)$  разлагается в ряд Фурье с периодом  $T$ :

$$U_1(t)_2 = \sum_{n=1}^{n=\infty} U_{na2} \cos(n'' \Omega t) + \sum_{n=1}^{n=\infty} U_{nb2} \sin(n'' \Omega t). \quad (22)$$

В выражениях (21), (22):  $U_{na1}, U_{nb1}, U_{na2}, U_{nb2}$  – соответствующие коэффициенты разложения в ряд Фурье – в первом случае на  $T_1$ , а во втором – на интервале  $T$ .

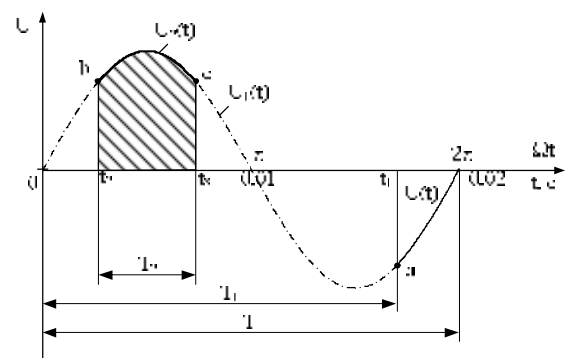


Рисунок 9 – К формированию псевдогармоник напряжения питания

Определение упомянутых коэффициентов представляет собой традиционную задачу, в связи с этим внимание этому вопросу не уделяется.

Соответствующий подход может быть применен в случае разложения части синусоиды  $U(t)$  на интервале  $T_2$  также двумя путями: в первом случае частота гармоник равна  $n_2 = ne_2$  при  $e_2 = \frac{T}{T_2}$ , а во втором –  $n_2 = n$ , т. е. кратна частоте гармоник сетевого напряжения.

В приведенных примерах псевдогармоники напряжения  $U(t)$  отличны (не кратны) частоте напряжения  $U(t)$ , а во втором – кратны.

Этот вывод принципиально важен, так как способ получения разложения существенно влияет на методику использования полученных результатов при решении конкретных задач. Разложение синусоидального сигнала на гармоники с изменением периода разложения в незначительной степени влияет на значения коэффициентов при косинусных и синусных составляющих гармоник напряжения, но существенно влияет на частоту гармонических. Если интервал разложения стремится к нулю, так как  $t_3 - t_2 \cong T_2 = T_x$ , то амплитуды гармонических стремятся к мгновенному значению анализируемой кривой для  $t = t_2 = t_3$ .

В другом случае получения псевдогармонических сигналов период гармонических кратен периоду сети сигнала  $U(t)$ , однако амплитуды гармоник стремятся к нулю, если интервал, на котором сигнал определен (не равный нулю), стремится к нулю  $(t_3 - t_2) \rightarrow 0$  [11, 12].

Таким образом, использование известных примеров аппроксимаций в ряд Фурье конкретного сигнала позволило получить достаточно перспективный математический аппарат с тригонометрическими рядами, характеризующий полученные псевдополигармонические сигналы в части их возможного практического использования. Выполненные операции практически не влияют на подходы при анализе сигналов на зажимах источника питания ввиду того, что напряжение не имеет частотно зависимых элементов.

При анализе процессов в потребителе с помощью рассматриваемых сигналов следует учитывать то, что изменение части сигнала (например, ее увеличение) приводит к росту напряжения на индуктивности (при неизменной амплитуде проходящего по ней тока), что эквивалентно росту индуктивного сопротивления. Соответствующие явления связаны с напряжением и на емкости, что, со всей очевидностью, определяет на энергетический режим в электромеханическом устройстве, подключенном к зажимам источника питания.

**Выводы.** Рассмотренные вопросы гармонической аппроксимации сложных сигналов в цепях переменного и постоянного тока, переходных процессов различных электромеханических систем и т. п. базируются на возможности разложения в тригонометрический ряд любой аналитической зависимости, удовлетворяющей правилу Дирихле. Единый математический аппарат для анализа указанных процессов – несомненное преимущество результата выполненного исследования.

Предложенный подход может быть развит для определения свойств и характеристик сложных сигналов (периодических и непериодических), полученных от двух первичных сигналов. Причем методом исследования могут быть процессы как в электрических, так и иного рода системах: механических, электромеханических, гидравлических и т. п.

Показана возможность формирования псевдополигармонических сигналов для решения задач энергоресурсосбережения, энергоуправления, идентификации параметров электротехнических систем.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. A New Definition of Instantaneous Active – Reactive Current and Power Based on Instantaneous Space Vectors on Polar Coordinates in Three-Phase Circuits, Aktira Nabal Toshihko Tanaka, IEEE Transactions on Power Delivery, Vol 11, № 3, 1996, p. 1238-1244.
2. Comments on Active Power Flow and Energy Accounts In Electrical Systems With Nonsinusoidal Waveforms and Assymetry Gzarnecky L, IEEE Transactions on Power Delivery, Vol 11, № 3, 1996, p. 1244-1250.
3. Агунов М. В. Об энергетических соотношениях в электрических цепях с несинусоидальными режимами / М. В. Агунов, А. В. Агунов // Электричество. – 2005. – № 4. – С. 53-56.
4. Зиновьев Г. С. Определение результирующих энергетических показателей вентильных преобразователей. Силовые вентильные преобразователи / Зиновьев Г. С. – Новосибирск: НЭТИ, 1984. – С. 89-100.
5. Калинов А. П. Спектральный анализ мгновенной мощности в сети с полигармоническим напряжением и током / Калинов А. П., Лейко В. В., Родькин Д. И. // Вісник КДПУ. – Кременчук: Кременчуцький державний політехнічний університет, 2006. – № 3(38), ч. 2. – С. 59–72.
6. Маевский О. А. Энергетические показатели вентильных преобразователей / Маевский О. А. – М.: Энергия, 1975. – С. 320.
7. Родькин Д. И. Возможности и эффективность метода энергодиагностики в идентификационных задачах / Родькин Д. И., Ромашихин Ю. В // XIV міжнар. наук.-техн. конф. «Проблеми автоматизованого електроприводу. Теорія і практика». Сборник научных трудов Днепропетровского государственного технического университета. – Днепропетровск: ДГТУ, 2007. – С. 507–512.

8. Родькин Д. И. Декомпозиция составляющих мощности полигармонических сигналов / Родькин Д. И. // Электротехника. – 2003. – № 6. – С. 34–37.

9. Родькин Д. И. Особенности использования метода энергодиагностики / Д. И. Родькин, Г. Н. Кожушок // Вестник Харьковского политехнического университета. Проблемы автоматизированного электропривода. – Харьков: ХПУ, 2002. – Т. 2. – С. 526–531.

10. Родькин Д. И. Оценка составляющих мгновенной мощности полигармонических сигналов / Родькин Д. И. // Электроинформ, Экоинформ. – К., 2003. – № 3. – С. 13–15.

11. Родькин Д. И. Развитие частотных методов оценки параметров двигателей переменного тока / Родькин Д. И., Калинов А. П., Ромашихин Ю. В. // Вісник КДПУ. – Кременчук: Кременчуцький державний політехнічний університет, 2005. – № 3(33), ч. 2. – С. 43–47.

12. Родькин Д. И. Эффективность метода энергодиагностики параметров двигателей переменного тока / Родькин Д. И., Калинов А. П., Ромашихин Ю. В. // Электроприводы переменного тока: Труды международной 14 научно-технической конференции. – Екатеринбург: ГОУ ВПО УГТУ-УПИ, 2007. – С. 273–278.

13. Тонкаль В. Е. Баланс энергий в силовых цепях / Тонкаль В. Е., Новосельцев А. Е., Денисюк С. П. – К.: Наукова думка, 1992. – С. 312.

14. Хусаинов Ш. Н. Мощностные характеристики несинусоидальных режимов / Хусаинов Ш. Н. // Электричество. – 2005. – № 9. – С. 63–67.

Стаття надійшла 11.12.2010 р.  
Рекомендовано до друку к.т.н., доц.  
Каліновим А.П.

## МИТТЄВА ПОТУЖНІСТЬ СИГНАЛІВ ДОВІЛЬНОЇ ФОРМИ

*Родькін Д.Й., д.т.н., проф., Коренькова Т.В., к.т.н., доц.  
Кременчуцький національний університет імені Михайла Остроградського  
вул. Першотравнева, 20, 39600, м. Кременчук, Україна  
E-mail: [saue@polytech.poltava.ua](mailto:saue@polytech.poltava.ua)*

Розглянуті питання гармонійної апроксимації складних сигналів у ланцюгах змінного й постійного струму. Доведена універсальність аналізу сигналів і процесів довільної форми з використанням правила Дирихле й апарату Фур'є. Показана можливість формування псевдополігармонійних сигналів для вирішення завдань енерго-ресурсозбереження, енергокерування, ідентифікації параметрів електротехнічних систем.

**Ключові слова:** енергетичні процеси, миттєва потужність, періодичний сигнал, гармонійний аналіз.

## INSTANTANEOUS POWER OF SIGNALS FREE-FORM

*Rodkin D., Doc. Sc. (Tech.), Prof., Korenkova T., Cand. of Sc. (Tech.), Assoc. Prof.  
Kremenchuk Mykhailo Ostrohradskiy National University  
vul. Pershotravneva, 20, 39600, Kremenchuk, Ukraine  
E-mail: [saue@polytech.poltava.ua](mailto:saue@polytech.poltava.ua)*

The questions of harmonic approximation of difficult signals are considered in alternating-current and direct-current circuits. Universality of analysis signals and processes of free-form is well-proven with the use governed Dirichlet and vehicle of Fourier. Possibility of forming of pseudopolyharmonic signals is rotined for the decision of tasks energy- and resource-saving, energycontrol, authentication of parameters of the electrical engineering systems.

**Key words:** power processes, instantaneous power, periodic signal, harmonic analysis.