

## ПРЕДВАРИТЕЛЬНАЯ ОЦЕНКА ЭФФЕКТИВНОСТИ СИНТЕЗА МНОГОПОЛЮСНЫХ СТРУКТУР МАГНИТНЫХ СЕПАРАТОРОВ

*М. В. Загирняк, д.т.н., проф.*

*Кременчугский национальный университет имени Михаила Остроградского*

*ул. Первомайская, 20, 39600, г. Кременчуг, Украина*

*E-mail: mzagirn@kdu.edu.ua*

*Ю. А. Бранспиз, д.т.н., проф., И. А. Шведчикова, к.т.н., доц.*

*Восточноукраинский национальный университет имени Владимира Даля*

*кв. Молодежный, 20-а, 91034, г. Луганск, Украина*

*E-mail: ishved@i.ua*

Используя метод конформных отображений, получены расчетные выражения для определения напряженности магнитного поля в рабочей зоне многополюсных структур магнитных сепараторов, отличающихся чередованием полярности полюсов вдоль оси вращения.

**Ключевые слова:** конформные отображения, магнитная сепарация, магнитное поле.

**Введение.** Практика проведения процедуры структурного синтеза при проектировании магнитных сепараторов требует количественной оценки напряженности поля с целью выбора таких параметров проектируемых устройств, которые позволяют создавать требуемое значение напряженности при минимальных затратах. Для получения такой количественной оценки в практике инженерных расчетов магнитного поля электромагнитных и магнитных систем магнитносепарирующих устройств нашли применение как аналитические, так и численные методы [1, 2]. Предварительную оценку напряженности поля в рабочих зазорах магнитных сепараторов целесообразно выполнять аналитически методом конформных преобразований (отображений), поскольку магнитное поле (при выполнении определенных условий) может считаться плоскопараллельным.

**Анализ предыдущих исследований.** Особенностью метода конформных преобразований является то, что в инженерной практике данный метод можно применять формально как некоторую математическую операцию, задаваемую функцией преобразования, достаточно большой набор которых приведен в работе [3]. Конформные отображения целесообразно использовать для синтезированных структур как на постоянных магнитах, так и с электромагнитным возбуждением. Кроме того, в общем случае решения имеют достаточно простой вид и дают возможность сравнительно легко получить выражения для магнитной напряженности поля. Конформные преобразования позволяют учесть влияние границ гораздо более сложной конфигурации, чем другие аналитические методы.

Главное ограничение при использовании метода конформных преобразований состоит в том, что в большинстве задач границы поля должны быть приняты или имеющими бесконечную магнитную проницаемость, или совпадающими с линиями потока, или представляющими собой комбинацию этих двух типов границ [2, 3]. Также вводятся

некоторые другие принятые в инженерной практике расчетов электромагнитов допущения [4–7]: отсутствие влияния геометрии намагничивающих катушек на распределение поля в рабочей области; бесконечно малая толщина полюсных наконечников электромагнитных систем. Для многополюсных структур магнитных сепараторов, вследствие относительно большого числа полюсов чередующейся полярности, поле в пределах полюсного шага принимается симметричным.

**Цель работы.** Получение аналитических выражений, позволяющих осуществлять предварительный расчет напряженности магнитного поля многополюсных структур магнитных сепараторов, отличающихся чередованием полярности полюсов вдоль оси вращения.

**Материал и результаты исследования.** С точки зрения теории структурной организации электромеханических систем [8], многополюсные цилиндрические структуры магнитных сепараторов вращательного движения принадлежат к базовым Видам ЦЛ 2.2у или ЦЛ 0.2у [9, 10]. Эскиз подобной многополюсной структуры (на примере базового Вида ЦЛ 2.2у) приведен на рис. 1, на котором приняты следующие обозначения:  $S$  – межполюсный шаг;  $D$  – диаметр электромагнитной системы;  $\delta$  – рабочий зазор;  $b$  – ширина полюсов;  $d$  – толщина полюсных наконечников;  $\alpha$  – секторный угол ( $\alpha = 90^\circ \dots 270^\circ$ ). При этом реальная длина  $l$  полюсных наконечников определяется как  $l = \pi D \alpha / 360$ .

Введем в рассмотрение следующие критерии геометрического подобия:  $X_1 = D/\delta$ ;  $X_2 = \delta/S$  (или  $X_3 = b/S$ );  $X_4 = d/\delta$ , интервалы варьирования которых, представляющие практический интерес и имеющие место в реальных многополюсных электромагнитных системах, находятся в пределах:  $X_1=3\dots7$ ;  $X_2=0,1\dots0,5$  ( $X_3=0,5\dots0,9$ ). Толщина полюсных наконечников  $d$ , а, следовательно, и геометрический критерий подобия  $X_4$ , на практике принимается, исходя из условий технологичности изготовления, а также из условия средней насыщенности стали полюсных наконечников.

Например, для электромагнитного барабанного сепаратора типа ЭБМ-80/170 (наружный диаметр  $D=0,8$  м, секторный угол  $\alpha=205^\circ$ , длина воздушного зазора  $\delta=0,135$  м, ширина полюсного наконечника  $b=0,21$  м) геометрические критерии подобия равны:  $X_1=D/\delta=5,93$ ;  $X_2=\delta/S=0,4$ ;  $X_3=b/S=0,6$  [11].

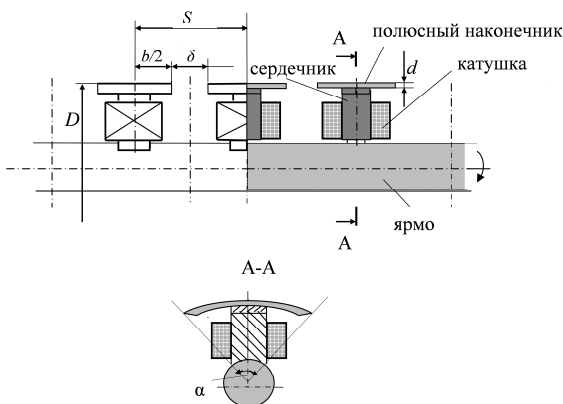


Рисунок 1 – Эскиз многополюсной электромагнитной системы с чередованием полярности полюсов вдоль оси вращения

Магнитное поле в рабочих межполюсных зазорах электромагнитных систем может считаться плоскопараллельным, если для геометрического критерия подобия  $X_1$  выполняется условие –  $X_1 = D/\delta \geq 5$  [12]. С учетом этого условия и введенных выше общепринятых допущений можно перейти к рассмотрению плоской идеализированной системы, представляющей собой определенное количество полюсов чередующейся вдоль оси вращения полярности с бесконечно большим наружным диаметром ( $X_1 = D/\delta \rightarrow \infty$ ) и тонкими ( $X_4 = d/\delta \rightarrow 0$ ) полюсными наконечниками. Полюса этой системы находятся под разностью магнитных потенциалов  $2U_0$  (рис. 2).

Рабочая межполюсная зона (рис. 2) отличается повторяемостью характерных областей, поэтому вместо исследования распределения поля во всей межполюсной зоне можно ограничиться исследованием поля в характерной, периодически повторяющейся области, имеющей вид полубесконечной полюсы. Причем эквипотенциальные пластины, которыми заменяются полюса электромагнита, могут быть расположены двумя способами относительно границ полуполюсы (рис. 2, а, б). При этом учтем, что линии воздушного зазора (рис. 2) с достаточной степенью точности могут считаться силовыми линиями поля [13]. Линии, проходящие через середину межполюсного зазора  $\delta$ , удовлетворяют условию эквипотенциальности  $U=0$ . Линии, проходящие через середины полюсов, с учетом принятого допущения о бесконечной проницаемости стали полюсов, являются силовыми линиями. Отметим, что для рассматриваемых областей (рис. 2) их половины являются зеркально симметричными и

представляют собой два новых варианта расчетной области рассматриваемого сепаратора.

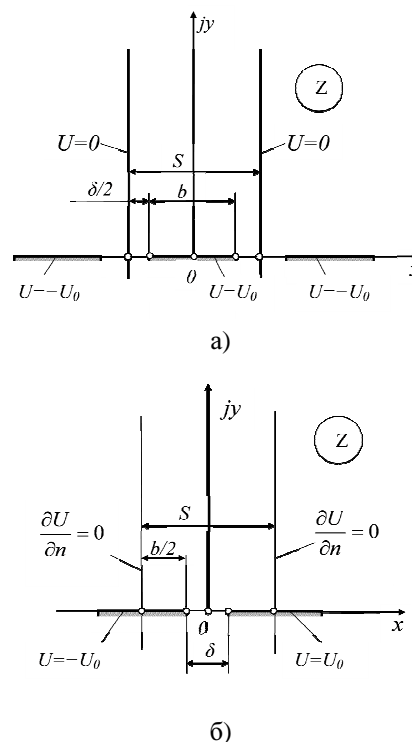


Рисунок 2 – Математическая модель расчетной области: а) вертикальные границы области – эквипотенциальные линии; б) вертикальные границы области – силовые линии

Соответственно отмеченным выше способам представления рабочей зоны в плоскости  $Z=x+jy$  имеем четыре варианта их отображения на верхнюю полуплоскость  $t=\xi+j\eta$  стандартным образом на основе использования интеграла Кристоффеля-Шварца [6]. При этом получаем следующие системы взаимного расположения пластин-полюсов: симметричную систему из полубесконечных пластин-полюсов с центральным полюсом (рис. 3, а); симметричную систему двух полюсов-пластин (рис. 3, б); две системы из полубесконечной пластины-полюса и пластины-полюса конечной ширины, отличающиеся расположением пластин-полюсов относительно начала координат (рис. 3, в, г). Дифференциальные соотношения Кристоффеля-Шварца для указанных систем имеют вид: модели (рис. 3, а, б):

$$\frac{dZ}{dt} = j \frac{S}{\pi \sqrt{t^2 - 1}}; \quad (1)$$

модели (рис. 3, в, г):

$$\frac{dZ}{dt} = j \frac{S}{2\pi \sqrt{t(t-1)}}. \quad (2)$$

Для полученных систем полюсов (рис. 3) применяем их отображение на область однородного поля  $W=\varphi+j\psi$  также с использованием интеграла

Кристоффеля-Шварца. В результате применения указанных конформных отображений для всех областей были получены функции конформного отображения, позволяющие в явном виде определять соответствие точек отображенных областей.

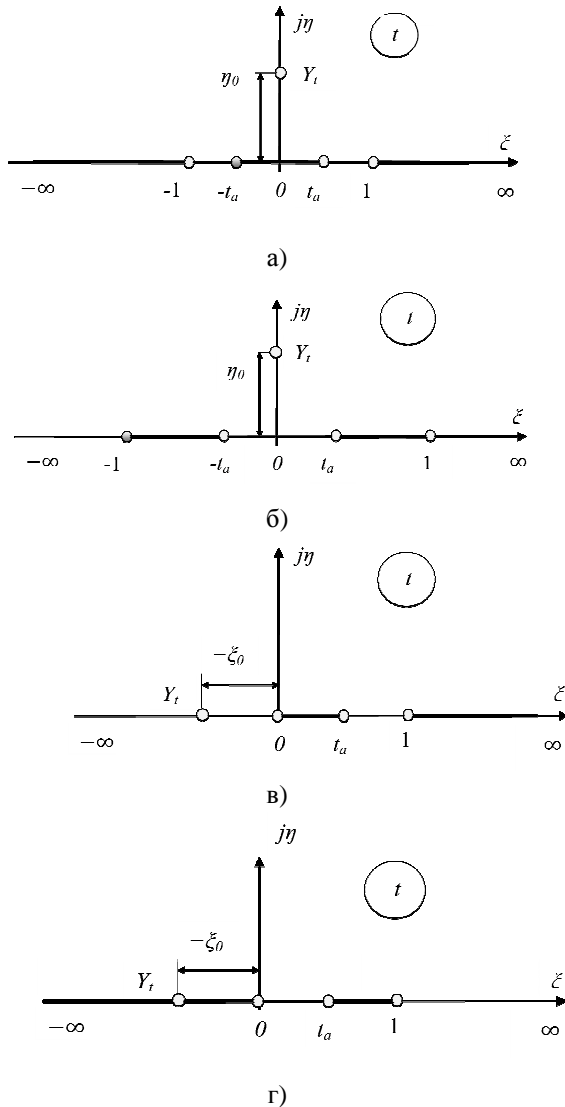


Рисунок 3 – Конформные отображения на плоскость  $t$ : а) исходной области  $Z$  согласно рис. 2, а ( $t_a = \cos(\delta\pi/2S)$ ); б) исходной области  $Z$  согласно рис. 2, б ( $t_a = \cos(b\pi/2S)$ ); в) половины исходной области  $Z$  согласно рис. 2, а ( $t_a = \cos^2(\pi\delta/2S)$ ); г) половины исходной области  $Z$  согласно рис. 2, б ( $t_a = \cos^2(\pi b/2S)$ )

Так, для областей, изображенных на рис. 3, а, б, координаты  $Y_t = 0 + j\eta_0$  связаны с координатами  $Y_Z = 0 + jy_0$  исходной области  $Z$  следующим соотношением:

$$Y_t = 0 + j\eta_0 = 0,5(je^{\frac{\pi y_0}{S}} - e^{-\frac{\pi y_0}{S}}). \quad (3)$$

Для областей, изображенных на рис. 3, в, г, соотношение между координатами  $Y_t = -\xi_0 + j0$  и координатами  $Y_Z = 0 + jy_0$  исходной области  $Z$  имеет соответственно вид:

$$Y_t = -\xi_0 + j0 = -0,5(e^{\frac{\pi y_0}{S}} - e^{-\frac{\pi y_0}{S}})^2. \quad (4)$$

С помощью выражений (3) и (4) найдены формулы для расчета напряженности поля  $H_Z$  во всех четырех расчетных областях. Причем особенностью указанных формул является то, что они позволяют осуществлять расчет напряженности поля  $H_Z$  в любой точке исходной области  $Z$  в явном виде по координатам этой точки. Для напряженности  $H_Z$  поля получены следующие расчетные выражения.

Для рис. 3, а:

$$H_Z = U_0 \frac{\pi}{SK'(k)} \frac{\cos \frac{\delta\pi}{2S} \sqrt{1-t^2}}{\left( \sqrt{(\cos \frac{\delta\pi}{2S})^2 - t^2} \sqrt{(\cos \frac{\delta\pi}{2S})^2 - k^2 t^2} \right)}, \quad (5)$$

где  $K'(k)$  – полный эллиптический интеграл первого рода с дополнительным модулем  $k' = \sqrt{1-k^2}$ ,  $k$  – модуль полного эллиптического интеграла первого рода, равный  $k = \cos \delta\pi/2S$ .

Для рис. 3, б:

$$H_Z = U_0 \frac{\pi}{SK(k)} \frac{\cos \frac{b\pi}{2S} \sqrt{1-t^2}}{\left( \sqrt{(\cos \frac{b\pi}{2S})^2 - t^2} \sqrt{(\cos \frac{b\pi}{2S})^2 - k^2 t^2} \right)}, \quad (6)$$

где  $K(k)$  – полный эллиптический интеграл первого рода с модулем  $k$ , равным  $k = t_a = \cos b\pi/2S$ .

Для рис. 3, в:

$$H_Z = U_0 \frac{\pi}{S} \frac{1}{K(k) \sqrt{t - \cos^2(\frac{\delta\pi}{2S})}}, \quad (7)$$

где  $K(k)$  – полный эллиптический интеграл первого рода с модулем  $k$ , равным  $k = \sqrt{1-t_a} = \sqrt{1 - \cos^2(\pi\delta/2S)} = \sin(\pi\delta/2S)$ .

Для рис. 3, г:

$$H_Z = U_0 \frac{\pi}{S} \frac{1}{K(k) \sqrt{t - \cos^2(\frac{b\pi}{2S})}}, \quad (8)$$

где  $K(k)$  – полный эллиптический интеграл первого рода с модулем  $k$ , равным  $k = \sqrt{t_a} = \cos(\pi b / 2S)$ .

Расчет относительной напряженности  $H_Z$  поля по формулам (5), (7) для точек над серединой полюса при  $X_2 = \delta/S = 0,1 \dots 0,5$  и по формулам (6), (8) для точек над серединой межполюсного зазора при  $X_3 = b/S = 0,5 \dots 0,9$ , как и следовало ожидать, показал практически полное совпадение результатов. При выполнении предварительных расчетов с целью оценки напряженности  $H_Z$  поля в синтезированных структурах магнитных сепараторов базовых Видов ЦЛ0.2у, ЦЛ2.2у целесообразно использовать формулы (7) и (8) как имеющие более простой вид.

Экспериментальная проверка полученных расчетных соотношений (7) и (8) была проведена на физической модели многополюсного электромагнитного шкива типа ЭШ5/6,3 (базовый Вид ЦЛ 0.2у). Физическая модель выполнена в масштабе 1:5 и имела параметры:  $D=126$  мм;  $b=30$  мм;  $\delta=20$  мм;  $S=50$  мм;  $U_0=2185$  А.

При физическом моделировании измерялись разность магнитных потенциалов  $2U_0$  и магнитная индукция  $B$  в характерных точках над серединой полюса и над серединой межполюсного зазора на расстояниях  $y_0$  от поверхности полюсов, равных: 5; 10; 20; 30; 40 мм. Измерение разности магнитных потенциалов производилось при помощи потенциалометра (пояса Роговского) на установке БУ-3 [14]. Для измерения магнитной индукции использовался измерительный комплекс, состоящий из теслаамперметра Ф4354/1, усилителя постоянного тока Ф115/В-2 и цифрового вольтметра. Такой измерительный комплекс позволял измерять магнитную индукцию в рабочей зоне с основной погрешностью не более  $\pm 1,5\%$  [15]. Напряженность поля  $H$  в характерных точках рабочей зоны физической модели определялась по измеренным значениям магнитной индукции  $B$  как  $H = B/\mu_0$ , где  $\mu_0$  – магнитная проницаемость вакуума, равная  $4\pi \cdot 10^{-7}$  Г/м.

В подтверждение практической приемлемости полученных расчетных выражений в табл. 1 и 2 приведены результаты расчетов напряженности магнитного поля по формулам (7) и (8) для точек, лежащих над серединой полюса и над серединой межполюсного зазора соответственно. Выполнена также соответствующая оценка погрешности расчетов в сравнении с экспериментальными данными.

Расчетные выражения (7) и (8) перед вычислением погрешностей были скорректированы путем введения поправочного коэффициента  $k_\delta$  ( $k_\delta=1,1 \dots 1,15$ ), учитывающего трехмерный характер распределения магнитного поля в рабочей зоне [16].

**Таблица 1 – Результаты расчета напряженности магнитного поля по формуле (7) и оценка погрешности расчетов в сравнении с экспериментальными данными**

$y_0$ , мм	$y_0/S$	Напряженность, А/м		Погрешность, %
		по формуле (7)	эксперимент	
5	0,1	109 154	111 400	-2,0
10	0,2	86 287,8	87 540	-1,4
20	0,4	50 204,7	51 010	-1,6
30	0,6	27 457,6	27 830	-1,3
40	0,8	14 036,4	14 300	3,0

**Таблица 2 – Результаты расчета напряженности магнитного поля по формуле (8) и оценка погрешности расчетов в сравнении с экспериментальными данными**

$y_0$ , мм	$y_0/S$	Напряженность, А/м		Погрешность, %
		по формуле (8)	эксперимент	
5	0,1	140 460,5	137 800	1,9
10	0,2	97 245,5	95 690	1,7
20	0,4	50 473,5	49 420	2,1
30	0,6	26 523,6	26 980	-1,7
40	0,8	14 724,7	14 870	-0,97

**Выводы.** При выполнении предварительных проектных расчетов для оценки эффективности синтеза многополюсных структур магнитных сепараторов с чередованием полярности полюсов вдоль оси вращения рекомендуется использовать формулы для напряженности магнитного поля, полученные методом конформных отображений. При этом предпочтительным является использование расчетных выражений (7) и (8) как более простых. Корректность расчетных выражений подтверждена сравнением результатов расчета с экспериментальными данными для промышленных сепараторов.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Магнитные сепараторы. Проблемы проектирования: Монография / М.В. Загирняк, Ю.А. Бранспиз, И.А. Шведчикова / Под ред. М.В. Загирняка. – К.: Техніка, 2011. – 224 с.
2. Загирняк М.В. Электромагнитные расчеты. – К.: ИСИО, 1995. – 204 с.
3. Анализ и расчет электрических и магнитных полей / К. Бинс, П. Лауренсон. – М.: Энергия, 1970. – 376 с.
4. Упрощенный расчет магнитного поля в рабочей зоне Ш-образного электромагнита: Практика применения метода конформного отображения к расчету электротехнических устройств / Ю.А. Бранспиз, Е.Ю. Поляченко. – Луганск: Изд-во ВУГУ, 1999. – 40 с.
5. Zagirnyak M.V. Forces in Pulley-Type Electromagnetic Separators / M.V. Zagirnyak, R.M. Pai, S.A. Nasar, Yu.A. Branspiz // IEEE Transactions on

Magnetics. – 1985. – Vol. 22, No 1. – P. 63-67.

6. Analysis of Magnetic Fields and Circuits in Separators With Plane-Parallel and Plane-Meridian Symmetry / M. Smolkin, R. Smolkin, E. Smolkin // IEEE Transactions On Magnetics. – VOL. 44. – No. 8. – August 2008. – P. 1990–2001.

7. Exact Expression of Corner Reluctances in a Magnetic Circuit of Rectangular Section // E. Matagne, G. Cividyan, V. Kluyskens / Computer Field Models of Electromagnetic Devices. – 2010. – P. 136-143.

8. Решение задач поискового проектирования магнитных сепараторов с использованием структурно-системного подхода / В.Ф. Шинкаренко, М.В. Загирняк, И.А. Шведчикова // Изв. вузов. Электромеханика. – 2010. – № 1. – С. 69–76.

9. Генетический синтез структур магнитных сепараторов / М.В. Загирняк, И.А. Шведчикова // Техническая электродинамика. – 2010. – № 4. – С. 43–47.

10. Forming a genetic record of cylindrical magnetic separator structures / M. Zagirnyak, I. Shvedchikova, D. Miljavec // Przegląd elektrotechniczny (Electrical Review). – 2011. – No. 3. – P. 220-223.

11. Аналитический расчет напряженности магнитного поля блока магнитной системы барабанного сепаратора / А.И. Нестеренко, А.П. Нестеренко, Е.А. Серета // Вісник Східноукраїнського національного університету

імені В. Даля. – 2008. – № 2Е. – Режим доступу до журн.:<http://www.nbu.gov.ua/e-journals/vsunud/>.

12. Буль Б.К. Основы теории и расчета магнитных полей. – М.–Л.: Энергия, 1964. – 464 с.

13. Долинский Ю.М. К расчету втяжных электромагнитов // Вестник Харьковского политехнического института. – 1968. – № 28 (76). – С. 56–62.

14. Средства измерений параметров магнитных материалов / В.Г. Антонов, Л.М. Петров, А.П. Щелкин. – Л.: Энергоатомиздат, 1986. – 216 с.

15. Усовершенствованный теслоамперметр А 4354/1 для исследования постоянных магнитных полей / В.О. Карташян, А.П. Нестеренко, М.В. Загирняк и др. // Приборы и техника эксперимента. – 1975. – № 1. – С. 239–240.

16. Загирняк М.В. Исследование, расчет и усовершенствование шкивных магнитных сепараторов. – К.: ИСМО, 1996. – 488 с.

Стаття надійшла 27.06.2011 р.  
Рекомендовано до друку д.т.н., проф.  
Родькіним Д.Й.

## ПОПЕРЕДНЯ ОЦІНКА ЕФЕКТИВНОСТІ СИНТЕЗУ БАГАТОПОЛЮСНИХ СТРУКТУР МАГНІТНИХ СЕПАРАТОРІВ

*М. В. Загирняк, д.т.н., проф.*

*Кременчуцький національний університет імені Михайла Остроградського  
вул. Першотравнева, 20, 39600, м. Кременчук, Україна  
E-mail: mzagirn@kdu.edu.ua*

*Ю. А. Бранспіз, д.т.н., проф., І. О. Шведчикова, к.т.н., доц.*

*Східноукраїнський національний університет імені Володимира Даля  
кв. Молодіжний, 20-а, 91034, м. Луганськ, Україна  
E-mail: ishved@i.ua*

Використовуючи метод конформних перетворень, отримані розрахункові вирази для визначення напруженості магнітного поля у робочій зоні багатополісних структур магнітних сепараторів, що відрізняються чергуванням полярності полюсів вздовж осі обертання.

**Ключові слова:** конформні перетворення, магнітна сепарація, магнітне поле.

## PRELIMINARY ESTIMATION OF SYNTHESIS EFFICIENCY OF MAGNETIC SEPARATORS MULTIPOLAR STRUCTURES

*M. Zagirnyak, D.Sc. (Eng.), Prof.*

*Kremenchuk Mykhailo Ostrohradskyi National University  
vul. Pershotravneva, 20, 39614, Kremenchuk, Ukraine  
E-mail: mzagirn@kdu.edu.ua*

*Yu. Branspiz, D.Sc. (Eng.), Prof., I. Shvedchikova, Cand.Sc. (Eng.), Assoc. Prof.*

*East-Ukrainian Volodymyr Dahl National University  
kv. Molodezhnyi, 20-a, 91034, Lugansk, Ukraine  
E-mail: ishved@i.ua*

A conformal mapping method was used to obtain a formulas for calculation of magnetic field strength in the operating area of multipolar structures of magnetic separators characterized by poles polarity interlacing along the rotation axis.

**Key words:** conformal mapping, magnetic separation, magnetic field.