

## МГНОВЕННАЯ МОЩНОСТЬ СЛОЖНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ

*Родькин Д.И., д.т.н., проф., Ромашихин Ю.В., ассист.,  
Калинов А.П., к.т.н., доц., Мамчур Д.Г., ассист.,  
Сенченко С.М., асп.*

*Кременчугский государственный политехнический университет имени Михаила Остроградского  
39600, г. Кременчуг, ул. Первомайская, 20  
E-mail: [sauie@polytech.poltava.ua](mailto:sauie@polytech.poltava.ua)*

У статті наведено математичний апарат для визначення складових миттєвої потужності на лінійних та нелінійних елементах схеми заміщення. Показана ефективність використання складових миттєвої потужності при аналізі енергопроцесів у трифазній мережі. Розроблено алгоритмічне та програмне забезпечення для визначення складових миттєвої потужності двигунів постійного та змінного струму.

**Ключові слова:** миттєва потужність, електрична та конструктивна несиметрія, трифазний електричний двигун

In article the mathematical apparatus for determination of instant power components for linear and nonlinear circuit elements has been shown. The efficiency of instant power components use in energy process analysis of three-phase network has been shown. The algorithms and software for definition of instant power components for AC and DC drives has been developed.

**Key words:** instant power, electric and constructive unsymmetry, three-phase electric motor

**Введение.** В разнообразных задачах оценки энергетических режимов, идентификации и диагностики параметров электрооборудования, энергосбережения и управления энергетическими потоками используются методы, базирующиеся на балансе составляющих мгновенной мощности [9, 12]. Теория мгновенной мощности получила развитие с появлением новых микропроцессорных систем с использованием современной элементной базы. Аппарат мгновенной мощности применяется в системах диагностики электромеханических систем и электрических машин [8], при идентификации параметров машин переменного и постоянного токов [7, 11-13], в системах контроля качества преобразования энергии [4, 14, 15].

**Анализ предыдущих исследований.** Сигнал мгновенной мощности формируется произведением сигналов напряжения и тока, которые могут быть легко измерены для любого электромеханического преобразователя и системы электрического привода. Использование сигналов напряжения и тока возможно при представлении их в виде рядов [3, 4, 10, 14]. Аппарат Фурье позволяет выполнить такое представление в виду того, что рассматриваемые сигналы являются периодическими функциями с определенным периодом повторяемости. Получаемые при этом ряды могут содержать бесконечное число составляющих.

Таким образом, мгновенная мощность электрических сигналов определяется произведением двух величин – тока, который протекает через элемент цепи, и напряжения (ЭДС) на этом элементе. Мгновенная мощность для любого элемента электромеханической системы состоит из двух компонент – канонической и неканонической [7, 12]. Канониче-

ская составляющая определяется произведением одночастотных компонент напряжения и тока, неканоническая – произведением разночастотных компонент соответствующих величин. Постоянная составляющая входит только в каноническую компоненту мгновенной мощности, косинусные и синусные – в канонические и неканонические.

Мгновенная мощность является базовой функцией, которая позволяет анализировать энергопроцессы во времени [14, 15]. Таким образом, мгновенная мощность позволяет решать целый ряд задач, связанных с идентификацией параметров электропривода, электрооборудования, управлением качеством преобразования энергии, исследованием энергопроцессов в электроприводе постоянного и переменного токов и т.д. Наиболее полное развитие аппарат мгновенной мощности получил в работах [3, 4, 10, 11-15]. Основы теории мгновенной мощности раскрыты в [1, 2, 5, 6].

В процессе эксплуатации и ремонта электрической машины возможны режимы ее работы, при которых происходит ряд изменений в ее конструкции (неуравновешенность ротора, ухудшение состояния подшипников), и, как следствие, – изменение параметров электрической машины (неравномерность зазора, изменение активных сопротивлений отдельных фаз статора, несимметрия взаимных индуктивностей, несимметрия индуктивностей статора). Все эти факторы ведут к появлению токов высших гармоник, переменной составляющей мощности, вибраций, т.е. происходит ухудшение показателей качества преобразования энергии в АД [19]. Ухудшение показателей качества преобразования энергии в двигателе ведет к его ускоренному выходу из строя.

**Целью работы** является разработка математического аппарата, алгоритмического и программного обеспечения для определения составляющих мгновенной мощности линейных и нелинейных элементов однофазной и трехфазной электрических цепей при полигармоническом питании.

**Материал и результаты исследований.** Мгновенная мощность для любого элемента электрической цепи определяется в виде произведения сигнала напряжения на сигнал тока  $P(t) = U(t) \cdot I(t)$  [3, 4]. В исследовании взяты сигналы  $U(t)$  и  $I(t)$ , включающие кроме основной гармоники высшие гармоники. Составляющие мгновенной мощности определяются для сложной электрической цепи, содержащей линейные, нелинейные элементы и их комбинации для любого числа фаз.

Зависимости для мгновенной мощности наиболее характерных физических элементов имеют такой вид:

– для источника питания:  $P_e(t) = U(t) \cdot I(t)$ ;

– для активного сопротивления:

$$P_R(t) = I^2(t) \cdot R;$$

– для индуктивности:

$$P_L(t) = E(t) \cdot I(t) = L \frac{dI(t)}{dt} \cdot I(t);$$

– для емкости:

$$P_C(t) = E(t) \cdot I(t) = \frac{I(t)}{C} \cdot \left( \int I(t) dt \right);$$

– для индуктивности, зависящей от времени:

$$P_L(t) = E(t) \cdot I(t) = \frac{d(I(t) \cdot L(t))}{dt} \cdot I(t);$$

– для индуктивности, зависящей от тока:

$$P_L(t) = E(t) \cdot I(t) = \frac{d(I(t) \cdot L(I))}{dt} \cdot I(t);$$

– для сопротивления, зависящего от времени:

$$P_R(t) = E(t) \cdot I(t) = (I(t) \cdot R(t)) \cdot I(t);$$

– для меняющейся во времени емкости:

$$P_C(t) = E(t) \cdot I(t) = \left( \int \frac{I(t)}{C(t)} dt \right) \cdot I(t);$$

– для вращающихся элементов двигателя:

$$P_{M\dot{a}\dot{a}}(t) = J \cdot \frac{dw(t)}{dt} \cdot w(t);$$

– для вращающихся элементов нагрузки:

$$P_{M\dot{n}}(t) = M_{\dot{n}}(t) \cdot w(t),$$

где выражение для тока:

$$I(t) = \sum_{m=0}^M I_m \cos(m\Omega t - \gamma_m);$$

или с учетом преобразований:

$$I(t) = I_0 + \sum_{m=1}^M I_{ma} \cos(m\Omega t) + \sum_{m=1}^M I_{mb} \sin(m\Omega t),$$

$I_0$  – постоянная составляющая тока;  $I_{ma}$ ,  $I_{mb}$  – амплитудные значения косинусных и синусных со-

ставляющих тока высших гармоник;  $m$  – номер гармоники тока;  $M$  – число гармоник тока;  $\Omega$  – круговая частота сети;  $\gamma_m$  – угол сдвига фаз между током и осью, принимаемой за нулевое положение векторов;

выражение для напряжения можно представить аналогично:

$$U(t) = \sum_{n=0}^N U_n \cos(n\Omega t - \gamma_n);$$

или

$$U(t) = U_0 + \sum_{n=1}^N U_{na} \cos(n\Omega t) + \sum_{n=1}^N U_{nb} \sin(n\Omega t),$$

где  $U_0$  – постоянная составляющая напряжения;  $U_{na}$ ,  $U_{nb}$  – амплитудные значения косинусных и синусных составляющих напряжения высших гармоник;  $n$  – номер гармоники напряжения;  $N$  – число гармоник напряжения;  $\gamma_n$  – угол сдвига фаз между напряжением и осью, принимаемой за нулевое положение векторов;  $J$  – момент инерции двигателя;  $w(t)$  – угловая скорость двигателя;  $M_c(t)$  – момент сопротивления механизма. Выражения для нелинейных элементов приведены в табл. 1.

Наибольший интерес вызывает рассмотрение процессов в индуктивности с учетом нелинейности. Нелинейность представим в виде ряда, аппроксимирующего кривую намагничивания. Для общего случая рассмотрим следующий аппроксимационный ряд:

$$\hat{O}(I) = a_1 \cdot I(t) + a_3 \cdot I(t)^3 + \dots + a_{2p-1} \cdot I(t)^{2p-1},$$

где  $I(t)$  – ток, протекающий через нелинейную индуктивность;  $a_1, a_3, \dots, a_{2p-1}$  – постоянные коэффициенты;  $p$  – порядок полинома. Коэффициенты  $a_1, a_3, \dots, a_{2p-1}$  определяются при аппроксимации кривой намагничивания.

При насыщении стали индуктивность зависит от тока и может быть представлена в следующем виде:

$$L(I) \equiv \frac{d\hat{O}(I(t))}{dI} = a_1 + 3a_3 \cdot I(t)^2 + \dots + (2p-1)a_{2p-1} \cdot I(t)^{2p}.$$

Преобразовав последнее уравнение и подставим выражения для тока, получим выражение для индуктивности в следующем виде:

$$L(t) = L_0 + \sum_{p=2}^P L_{pa} \cos(p\Omega t) + \sum_{p=2}^P L_{pb} \sin(p\Omega t),$$

где  $L_0$  – постоянная составляющая нелинейной индуктивности;  $L_{pa}$ ,  $L_{pb}$  – соответственно косинусные и синусные составляющие нелинейной индуктивности на высших гармониках;  $p$  – значение составляющей нелинейной индуктивности;  $P$  – число переменных составляющих нелинейной индуктивности.

Составляющие насыщенной индуктивности имеют вид:

$$L'_0 = L_0 + \frac{1}{2} a \sum_{m=1}^M \left( I_{ma}^2 + \frac{1}{2} I_{mb}^2 \right)$$

$$L_{pa} = a \left[ \sum_{m=1}^M \left( \frac{1}{2} I_{ma}^2 - \frac{1}{2} I_{mb}^2 \right) + \sum_{p=2m}^M \left( \frac{1}{2} I_{ma}^2 - \frac{1}{2} I_{mb}^2 \right) + \sum_{m1=1}^M \sum_{m2=1}^M \left( I_{m1a} I_{m2a} + I_{m1b} I_{m2b} - I_{m1b} I_{m2a} - I_{m1a} I_{m2b} \right) \right];$$

$$L_{pb} = a \left[ \sum_{m=1}^M I_{ma} I_{mb} + \sum_{p=2m}^M I_{ma} I_{mb} + \sum_{m1=1}^M \sum_{m2=1}^M \left( I_{m1a} I_{m2b} - I_{m1b} I_{m2a} + I_{m1b} I_{m2a} + I_{m1a} I_{m2b} \right) \right],$$

где  $m = m_1 = m_2$  – номер гармоники тока,  $I_{ma}$  – косинусная гармоническая составляющая тока;  $I_{mb}$  – синусная гармоническая составляющая тока.

Мгновенная мощность на элементах электрической цепи определяется выражением:

$$P(t) = E(t) \cdot I(t) = \left( A_0 + \sum_{s=1}^S A_s \cos(s\Omega t) + \sum_{s=1}^S B_s \sin(s\Omega t) \right) \times \left( I_0 + \sum_{m=1}^M I_{ma} \cos(m\Omega t) + \sum_{m=1}^M I_{mb} \sin(m\Omega t) \right),$$

или с учетом преобразований:

$$P_k(t) = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^K (A_0 I_0 + A_0 I_{ma} \cos(m\Omega t) + A_0 I_{mb} \sin(m\Omega t) + 2A_s I_0 \cos(s\Omega t) + 2B_s I_0 \sin(s\Omega t) + (A_s I_{ma} - B_s I_{mb}) \cos((m+s)\Omega t) + (A_s I_{ma} + B_s I_{mb}) \cos((m-s)\Omega t) + (B_s I_{ma} + A_s I_{mb}) \sin((m+s)\Omega t) + (B_s I_{ma} - A_s I_{mb}) \sin((s-m)\Omega t)),$$

где  $A_0$  – постоянная составляющая ЭДС;  $A_s$  – косинусная составляющая ЭДС;  $B_s$  – синусная составляющая ЭДС;  $s$  – номер гармоники ЭДС;  $S$  – число гармоник ЭДС.

Составляющие мгновенной мощности для элементов электрической цепи приведены в табл. 1, где приняты следующие обозначения:

$R_0$  – постоянная составляющая сопротивления, зависящего от времени;  $R_{za}, R_{zb}$  – соответственно косинусные и синусные составляющие сопротивления;  $z$  – номер составляющей сопротивления;  $Z$  – число составляющих сопротивления;  $C_0$  – постоянная составляющая меняющейся во времени емкости;  $C_{qa}, C_{qb}$  – соответственно косинусные и синусные составляющие меняющейся во времени емкости;  $q$  – номер составляющей емкости;  $Q$  – число составляющих емкости;  $\Omega$  – круговая частота сети.

Отсюда следует, что мгновенная мощность для любого элемента электромеханической системы определяется произведением двух или более компонент и содержит постоянную, косинусную и синусную составляющие.

Мощность трехфазной цепи определяется суммой мощностей всех фаз электрической машины. При рассмотрении энергопроцессов в трехфазной машине особую роль играют несимметрия и несинусоидальность.

Среди факторов, ведущих к ускоренному износу электрической системы (электрической машины), можно выделить несимметрию. При рассмотрении энергопроцессов в трехфазной цепи рассмотрим следующие характерные случаи:

- схема обмоток асинхронного двигателя симметричная, напряжения и токи по всем фазам одинаковые, углы сдвига фаз составляют 120 град;
- учет электрической несимметрии, которую можно разбить на два вида – электрическую несимметрию напряжения и электрическую несимметрию тока;
- наличие механической несимметрии электрической машины;
- учет нескольких видов несимметрий одновременно.

Несимметрия напряжений и токов трехфазной системы является одним из важнейших показателей качества электроэнергии. Причиной появления несимметрии напряжений и токов являются различные несимметричные режимы работы системы.

Несимметрия напряжений и токов, вызванная подключением к сети многофазных и однофазных несимметричных нагрузок, возникает также при неравенстве активных и реактивных сопротивлений отдельных фаз некоторых приемников электроэнергии. Конструктивная несимметрия возникает при наличии дефектов в электрической системе и в электрической машине, в частности таких, как неравномерность воздушного зазора, углов между обмотками фаз и др.

Рассмотрим формирование составляющих мгновенной мощности для трехфазной цепи при наличии несимметрии.

Сигналы напряжения и тока фазы А:

$$U_A(t) = \sum_{m=1}^M U_{mA} \cos(m_A \Omega t - j_{mA} - y_{mA}) + \sum_{m=1}^M U'_{mA} \cos(m_A \Omega t - y'_{mA});$$

$$I_A(t) = \sum_{n=1}^N I_{nA} \cos(n_A \Omega t - j_{nA} - y_{nA}) + \sum_{n=1}^N I'_{nA} \cos(n_A \Omega t - y'_{nA}).$$

где  $U_{mA}$  – гармонические составляющие напряжения фазы А;  $I_{nA}$  – гармонические составляющие тока фазы А;  $m_A$  – номер гармоники напряжения фазы А;  $n_A$  – номер гармоники тока фазы А;  $M$  – число гармоник напряжения фазы А;  $N$  – число гармоник тока фазы А;  $j_{mA}$  – угол сдвига фаз фазы А между вектором напряжения и вещественной осью;  $j_{nA}$  – угол сдвига фаз фазы А между вектором тока и вещественной осью;  $U'_{mA}$  – гармонические составляющие напряжения фазы А, учитывающие амплитудную несимметрию;  $I'_{nA}$  – гармонические составляющие тока фазы А, учитывающие амплитудную несимметрию;  $y_{mA}$  – угол, учитывающий пространственное расположение вектора напряжения фазы А относительно остальных фаз;  $y_{nA}$  – угол, учитывающий пространственное расположение вектора тока фазы А относительно остальных фаз;  $y'_{mA}$  – угол сдвига фазы А между вектором напряжения и вещественной осью, учитывающий фазовую несимметрию;  $y'_{nA}$  – угол сдвига фазы А между вектором тока и вещественной осью, учитывающий фазовую несимметрию.

Сигналы напряжения и тока фазы В:

$$U_B(t) = \sum_{m=1}^M U_{mB} \cos(m_B \Omega t - j_{mB} - y_{mB}) + \sum_{m=1}^M U'_{mB} \cos(m_B \Omega t - y'_{mB});$$

$$I_B(t) = \sum_{n=1}^N I_{nB} \cos(n_B \Omega t - j_{nB} - y_{nB}) + \sum_{n=1}^N I'_{nB} \cos(n_B \Omega t - y'_{nB}).$$

Сигналы напряжения и тока фазы С:

$$U_C(t) = \sum_{m=1}^M U_{mC} \cos(m_C \Omega t - j_{mC} - y_{mC}) + \sum_{m=1}^M U'_{mC} \cos(m_C \Omega t - y'_{mC});$$

$$I_C(t) = \sum_{n=1}^N I_{nC} \cos(n_C \Omega t - j_{nC} - y_{nC}) + \sum_{n=1}^N I'_{nC} \cos(n_C \Omega t - y'_{nC}).$$

Составляющие для напряжения и тока фаз В и С аналогичны соответствующим составляющим фазы А.

Для фазы А –  $j_{mA} = j_{nA} = 0$ , для фазы В –  $j_{mB} = n_m \cdot 120^\circ$ ;  $j_{nB} = n_n \cdot 120^\circ$ , для фазы С –  $j_{mC} = n_m \cdot 240^\circ$ ;  $j_{nC} = n_n \cdot 240^\circ$ .

Для симметричной схемы:

$$y_{mA} = y_{nA} = y_{mB} = y_{nB} = y_{mC} = y_{nC} = 0.$$

Можно рассмотреть следующую диаграмму, изображенную на рис. 1.

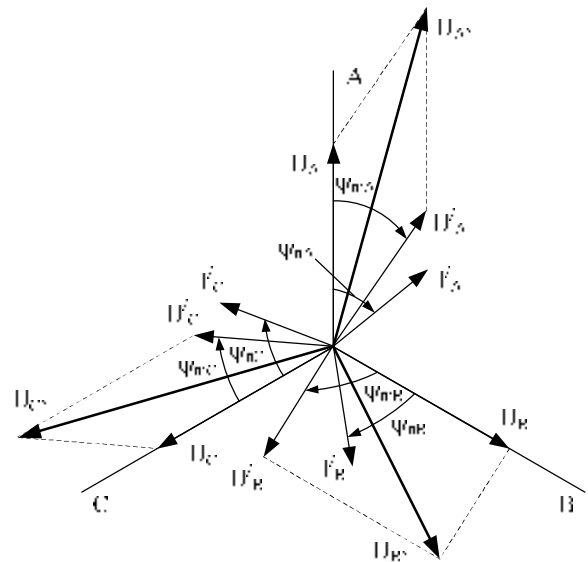


Рисунок 1 – Векторная диаграмма напряжений и токов трехфазной системы

Преобразования позволяют представить выражения для напряжения и тока в виде суммы косинусных и синусных гармонических составляющих:

$$U_A(t) = \sum_{m=1}^M U_{mA} \cos j_{mA} \cos(m_A \Omega t - y_{mA}) + \sum_{m=1}^M U_{mA} \sin j_{mA} \sin(m_A \Omega t - y_{mA}) +$$

$$\begin{aligned}
& + \sum_{m=1}^M U'_{mA} \cos(m_A \Omega t - y'_{mA}) = \\
& = \sum_{m=1}^M U_{maA} \cos(m_A \Omega t - y_{mA}) + \\
& + \sum_{m=1}^M U_{mbA} \sin(m_A \Omega t - y_{mA}) + \\
& + \sum_{m=1}^M U'_{mA} \cos(m_A \Omega t - y'_{mA}); \\
I_A(t) & = \sum_{n=1}^N I_{nA} \cos j_{nA} \cos(n_A \Omega t - y_{nA}) + \\
& + \sum_{n=1}^N I_{nA} \sin j_{nA} \sin(n_A \Omega t - y_{nA}) + \\
& + \sum_{n=1}^N I'_{nA} \cos(n_A \Omega t - y'_{nA}) = \\
& = \sum_{n=1}^N I_{naA} \cos(n_A \Omega t - y_{nA}) + \\
& + \sum_{n=1}^N I_{nbA} \sin(n_A \Omega t - y_{nA}) + \\
& + \sum_{n=1}^N I'_{nA} \cos(n_A \Omega t - y'_{nA}),
\end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}
U_{maA} & = U_{mA} \cos j_{mA}; & I_{naA} & = I_{nA} \cos j_{nA}; \\
U_{mbA} & = U_{mA} \sin j_{mA}; & I_{nbA} & = I_{nA} \sin j_{nA}.
\end{aligned}$$

Мгновенная мощность, в соответствии с известными закономерностями, определяется произведением сигналов напряжения и тока:

$$\begin{aligned}
P_A(t) & = U_A(t) I_A(t) = \left[ \sum_{m=1}^M U_{maA} \cos(m_A \Omega t - \right. \\
& - y_{mA}) + \sum_{m=1}^M U_{mbA} \sin(m_A \Omega t - y_{mA}) + \\
& \left. + \sum_{m=1}^M U'_{mA} \cos(m_A \Omega t - y'_{mA}) \right] \times \\
& \times \left[ \sum_{n=1}^N I_{naA} \cos(n_A \Omega t - y_{nA}) + \sum_{n=1}^N I_{nbA} \sin(n_A \Omega t - \right. \\
& \left. - y_{nA}) + \sum_{n=1}^N I'_{nA} \cos(n_A \Omega t - y'_{nA}) \right].
\end{aligned}$$

Преобразование выражения для мгновенной мощности показывает, что последняя включает в себя сумму постоянной, косинусных и синусных составляющих:

$$\begin{aligned}
P_A(t) & = U_A(t) I_A(t) = \frac{1}{2} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N (U_{maA} I_{naA} - U_{mbA} I_{nbA}) \times \\
& \times \cos((m_A + n_A) \Omega t - y_{mA} - y_{nA}) + \frac{1}{2} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N (U_{maA} I_{naA} +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + U_{mbA} I_{nbA}) \cos((m_A - n_A) \Omega t - y_{mA} + y_{nA}) + \\
& + \frac{1}{2} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N U'_{mA} I'_{nA} \cos((m_A + n_A) \Omega t - y'_{mA} - y'_{nA}) + \\
& + \frac{1}{2} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N U'_{mA} I'_{nA} \cos((m_A - n_A) \Omega t - y'_{mA} + y'_{nA}) + \\
& + \frac{1}{2} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N U_{maA} I'_{nA} \cos((m_A + n_A) \Omega t - y_{mA} - y'_{nA}) + \\
& + \frac{1}{2} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N U_{maA} I'_{nA} \cos((m_A - n_A) \Omega t - y_{mA} + y'_{nA}) + \\
& + \frac{1}{2} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N (U_{mbA} I_{naA} + U_{maA} I_{nbA}) \sin((m_A + n_A) \Omega t - \\
& - y_{mA} - y_{nA}) + \frac{1}{2} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N (U_{mbA} I_{naA} - U_{maA} I_{nbA}) \times \\
& \times \sin((m_A - n_A) \Omega t - y_{mA} + y_{nA}) + \\
& + \frac{1}{2} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N U'_{mA} I_{nbA} \sin((m_A + n_A) \Omega t - y'_{mA} - y_{nA}) + \\
& + \frac{1}{2} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N U'_{mA} I_{nbA} \sin((n_A - m_A) \Omega t + y'_{mA} - y_{nA}) + \\
& + \frac{1}{2} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N U_{mbA} I'_{nA} \sin((m_A + n_A) \Omega t - y_{mA} - y'_{nA}) + \\
& + \frac{1}{2} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N U_{mbA} I'_{nA} \sin((m_A - n_A) \Omega t - y_{mA} + y'_{nA}) + \\
& + \frac{1}{2} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N U'_{mA} I_{naA} \cos((m_A + n_A) \Omega t - y'_{mA} - y_{nA}) + \\
& + \frac{1}{2} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N U'_{mA} I_{naA} \cos((m_A - n_A) \Omega t - y'_{mA} + y_{nA}).
\end{aligned}$$

Аналогично определяются выражения для мгновенной мощности фаз В и С.

Мощность трехфазной сети с учетом несимметрии определяется алгебраической суммой мощностей всех фаз:

$$P_{\Sigma}(t) = P_A(t) + P_B(t) + P_C(t).$$

Мгновенную мощность трехфазной системы с учетом математических преобразований при наличии несимметрии представим в виде:

$$\begin{aligned}
P_{\Sigma}(t) & = U_A(t) I_A(t) = \frac{1}{2} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N (U_{maA} I_{naA} - U_{mbA} I_{nbA}) \times \\
& \times \cos((m_A + n_A) \Omega t - y_{mA} - y_{nA}) + \frac{1}{2} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N (U_{maA} I_{naA} + \\
& + U_{mbA} I_{nbA}) \cos((m_A - n_A) \Omega t - y_{mA} + y_{nA}) + \\
& + \frac{1}{2} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N U'_{mA} I'_{nA} \cos((m_A + n_A) \Omega t - y'_{mA} - y'_{nA}) + \\
& + \frac{1}{2} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N U'_{mA} I'_{nA} \cos((m_A - n_A) \Omega t - y'_{mA} + y'_{nA}) + \\
& + \frac{1}{2} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N U_{maA} I'_{nA} \cos((m_A + n_A) \Omega t - y_{mA} - y'_{nA}) +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{1}{2} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N U_{maA} I'_{nA} \cos((m_A - n_A) \Omega t - y_{mA} + y'_{nA}) + \\
& + \frac{1}{2} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N (U_{mbA} I_{naA} + U_{maA} I_{nbA}) \sin((m_A + n_A) \Omega t - \\
& - y_{mA} - y_{nA}) + \frac{1}{2} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N (U_{mbA} I_{naA} - U_{maA} I_{nbA}) \times \\
& \times \sin((m_A - n_A) \Omega t - y_{mA} + y_{nA}) + \\
& + \frac{1}{2} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N U'_{mA} I_{nbA} \sin((m_A + n_A) \Omega t - y'_{mA} - y_{nA}) + \\
& + \frac{1}{2} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N U'_{mA} I_{nbA} \sin((n_A - m_A) \Omega t + y'_{mA} - y_{nA}) + \\
& + \frac{1}{2} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N U_{mbA} I'_{nA} \sin((m_A + n_A) \Omega t - \psi_{mA} - \psi'_{nA}) + \\
& + \frac{1}{2} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N U_{mbA} I'_{nA} \sin((m_A - n_A) \Omega t - \psi_{mA} + \psi'_{nA}) + \\
& + \frac{1}{2} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N U'_{mA} I_{naA} \cos((m_A + n_A) \Omega t - \psi'_{mA} - \psi_{nA}) + \\
& + \frac{1}{2} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N U'_{mA} I_{naA} \cos((m_A - n_A) \Omega t - \psi'_{mA} + \psi_{nA}) + \\
& + \frac{1}{2} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N (U_{maB} I_{naB} - U_{mbB} I_{nbB}) \times \\
& \times \cos((m_B + n_B) \Omega t - y_{mB} - y_{nB}) + \frac{1}{2} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N (U_{maB} I_{naB} + \\
& + U_{mbB} I_{nbB}) \cos((m_B - n_B) \Omega t - y_{mB} + y_{nB}) + \\
& + \frac{1}{2} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N U'_{mB} I'_{nB} \cos((m_B + n_B) \Omega t - y'_{mB} - y'_{nB}) + \\
& + \frac{1}{2} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N U'_{mB} I'_{nB} \cos((m_B - n_B) \Omega t - y'_{mB} + y'_{nB}) + \\
& + \frac{1}{2} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N U_{maB} I'_{nB} \cos((m_B + n_B) \Omega t - y_{mB} - y'_{nB}) + \\
& + \frac{1}{2} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N U_{maB} I'_{nB} \cos((m_B - n_B) \Omega t - y_{mB} + y'_{nB}) + \\
& + \frac{1}{2} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N (U_{mbB} I_{naB} + U_{maB} I_{nbB}) \sin((m_B + n_B) \Omega t - \\
& - y_{mB} - y_{nB}) + \frac{1}{2} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N (U_{mbB} I_{naB} - U_{maB} I_{nbB}) \times \\
& \times \sin((m_B - n_B) \Omega t - y_{mB} + y_{nB}) + \\
& + \frac{1}{2} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N U'_{mB} I_{nbB} \sin((m_B + n_B) \Omega t - y'_{mB} - y_{nB}) + \\
& + \frac{1}{2} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N U'_{mB} I_{nbB} \sin((n_B - m_B) \Omega t + y'_{mB} - y_{nB}) +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{1}{2} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N U_{mbB} I'_{nB} \sin((m_B + n_B) \Omega t - y_{mB} - y'_{nB}) + \\
& + \frac{1}{2} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N U_{mbB} I'_{nB} \sin((m_B - n_B) \Omega t - y_{mB} + y'_{nB}) + \\
& + \frac{1}{2} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N U'_{mB} I_{naB} \cos((m_B + n_B) \Omega t - y'_{mB} - y_{nB}) + \\
& + \frac{1}{2} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N U'_{mB} I_{naB} \cos((m_B - n_B) \Omega t - y'_{mB} + y_{nB}) + \\
& + \frac{1}{2} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N (U_{maC} I_{naC} - U_{mbC} I_{nbC}) \times \\
& \times \cos((m_C + n_C) \Omega t - y_{mC} - y_{nC}) + \frac{1}{2} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N (U_{maC} I_{naC} + \\
& + U_{mbC} I_{nbC}) \cos((m_C - n_C) \Omega t - y_{mC} + y_{nC}) + \\
& + \frac{1}{2} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N U'_{mC} I'_{nC} \cos((m_C + n_C) \Omega t - y'_{mC} - y'_{nC}) + \\
& + \frac{1}{2} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N U'_{mC} I'_{nC} \cos((m_C - n_C) \Omega t - y'_{mC} + y'_{nC}) + \\
& + \frac{1}{2} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N U_{maC} I'_{nC} \cos((m_C + n_C) \Omega t - y_{mC} - y'_{nC}) + \\
& + \frac{1}{2} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N U_{maC} I'_{nC} \cos((m_C - n_C) \Omega t - y_{mC} + y'_{nC}) + \\
& + \frac{1}{2} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N (U_{mbC} I_{naC} + U_{maC} I_{nbC}) \sin((m_C + n_C) \Omega t - \\
& - y_{mC} - y_{nC}) + \frac{1}{2} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N (U_{mbC} I_{naC} - U_{maC} I_{nbC}) \times \\
& \times \sin((m_C - n_C) \Omega t - y_{mC} + y_{nC}) + \\
& + \frac{1}{2} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N U'_{mC} I_{nbC} \sin((m_C + n_C) \Omega t - y'_{mC} - y_{nC}) + \\
& + \frac{1}{2} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N U'_{mC} I_{nbC} \sin((n_C - m_C) \Omega t + y'_{mC} - y_{nC}) + \\
& + \frac{1}{2} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N U_{mbC} I'_{nC} \sin((m_C + n_C) \Omega t - y_{mC} - y'_{nC}) + \\
& + \frac{1}{2} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N U_{mbC} I'_{nC} \sin((m_C - n_C) \Omega t - y_{mC} + y'_{nC}) + \\
& + \frac{1}{2} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N U'_{mC} I_{naC} \cos((m_C + n_C) \Omega t - y'_{mC} - y_{nC}) + \\
& + \frac{1}{2} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N U'_{mC} I_{naC} \cos((m_C - n_C) \Omega t - y'_{mC} + y_{nC}).
\end{aligned}$$

При симметричной системе несинусоидальных напряжений и токов мгновенная мощность содержит только постоянную составляющую, а также знакопеременные составляющие мгновенной мощности, которые кратны 6:

$$P_{\Sigma k}(t) = P_A(t) + P_B(t) + P_C(t) = \\ = \frac{3}{2} \sum_{m,n=1}^{M,N} (U_{ma} I_{na} + U_{mb} I_{nb}) + \\ + \frac{3}{2} \sum_{m,n=1}^{M,N} \left( (U_{ma} I_{na} - U_{mb} I_{nb}) \cos(k\Omega t) + \right. \\ \left. + (U_{ma} I_{nb} + U_{mb} I_{na}) \sin(k\Omega t) \right)_{k=6n}$$

При анализе энергопроцессов, происходящих в электроприводе, на основании теории мгновенной мощности, в некоторых случаях важным моментом является не только знание численных значений отдельных гармоник мощности, но и механизма их формирования как функций гармонических составляющих сигналов тока и напряжения. Такой подход даёт возможность оценить вклад в каждую гармонику мощности определённых гармоник тока и напряжения. Для реализации такого подхода применительно к анализу составляющих мгновенной мощности на источнике полигармонического напряжения разработана методика, описанная в [17].

Рассмотрим алгоритм вычисления символьных выражений для составляющих гармоник мощности как функций составляющих токов и напряжений согласно указанной методики. Поскольку сигналы токов и напряжений исследуемых объектов в измерительных комплексах представляются для обработки при помощи аналогово-цифрового преобразователя (АЦП) путём квантования по времени с интервалом  $\Delta t$ , и являются периодическими с периодом  $T$ , то целесообразным является анализ данных сигналов в дискретном виде.

Для простоты записи обозначим косинусные и синусные амплитуды  $k$ -х гармоник тока, напряжения и мощности соответственно как  $I_{ka}, I_{kb}, U_{ka}, U_{kb}, P_{ka}, P_{kb}$ . Обозначив  $N = \frac{T}{\Delta t}$  – количество отсчётов на период, представим сигналы тока и напряжения в виде действительных рядов Фурье, оперирующих косинусными и синусными компонентами:

$$I(t) = \sum_{m=0}^{N_1} (I_{ma} \cos m\omega t + I_{mb} \sin m\omega t); \\ U(t) = \sum_{n=0}^{N_2} (U_{na} \cos n\omega t + U_{nb} \sin n\omega t).$$

Согласно вышеуказанной методике, применяя аппарат дискретной свёртки для рядов тока и напряжения, с учётом равенства числа отсчётов сигналов на периоде, получим выражения для косинусных и синусных составляющих гармоник мгновенной мощности:

$$P_{ka} = \frac{1}{2} \cdot \left[ \sum_{i=0}^{N-1} I_{ia} \cdot U_{(k-i)_a} + \sum_{i=0}^{N-1} I_{ia} \cdot U_{(i-k)_a} - \right. \\ \left. - \sum_{k-i \geq 0} I_{ib} \cdot U_{(k-i)_b} - \sum_{k-i < 0} -I_{ib} \cdot U_{(i-k)_b} \right]; \\ P_{kb} = \frac{1}{2} \cdot \left[ \sum_{i=0}^{N-1} I_{ib} \cdot U_{(k-i)_a} + \sum_{i=0}^{N-1} I_{ib} \cdot U_{(i-k)_a} + \right. \\ \left. + \sum_{k-i \geq 0} I_{ia} \cdot U_{(k-i)_b} - \sum_{k-i < 0} I_{ia} \cdot U_{(i-k)_b} \right].$$

На основании последних выражений выполняется синтез алгоритмов для программной реализации процедур расчёта символьных выражений составляющих гармоник мгновенной мощности как функции составляющих гармоник тока и напряжения. Блок-схема алгоритма расчёта символьных выражений составляющих гармоник сигнала мгновенной мощности и их численной оценки для заданной гармоники  $k^*$  представлен на рис. 2.

Применяя описанный математический аппарат, аналогичным образом получают выражения для расчёта мгновенной мощности на активном сопротивлении, индуктивности и нелинейных элементах схемы замещения.

На основании вышеописанного математического и алгоритмического обеспечения разработана компьютерная программа (рис. 3) [18].

Программа имеет 2 режима работы: «Модельные сигналы» и «Реальные сигналы». В первом режиме пользователь задаёт количество и амплитуды значимых гармоник тока и напряжения, на основании которых рассчитываются мгновенные значения сигналов на периоде. Во втором режиме пользователь выбирает текстовые файлы, содержащие мгновенные значения сигналов, и указывает количество отсчётов на период. Далее, применяя к сигналам разложение в ряд Фурье, получаются косинусные и синусные составляющие тока и напряжения. Затем, применяя аппарат дискретной свёртки, генерируются символьные выражения для вычисления заданного количества гармоник мгновенной мощности (рис. 4). По завершению вычислений существует возможность записи полученных выражений в текстовый файл.

На рис. 2 используются следующие обозначения:  $P_{k^*_a}, P_{k^*_b}$  – косинусная и синусная составляющие сигнала мгновенной мощности;  $I_{k_a}, I_{k_b}, U_{k_a}, U_{k_b}$  – косинусные и синусные составляющие сигналов тока и напряжения;  $k^*$  – номер вычисляемой гармоники.

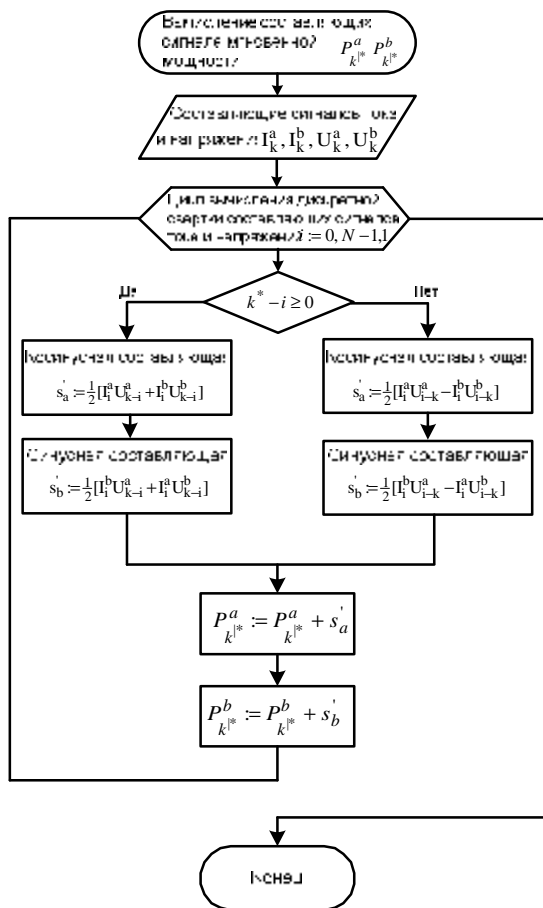


Рисунок 2 – Блок-схема алгоритма расчёта символьных выражений для гармоник мощности

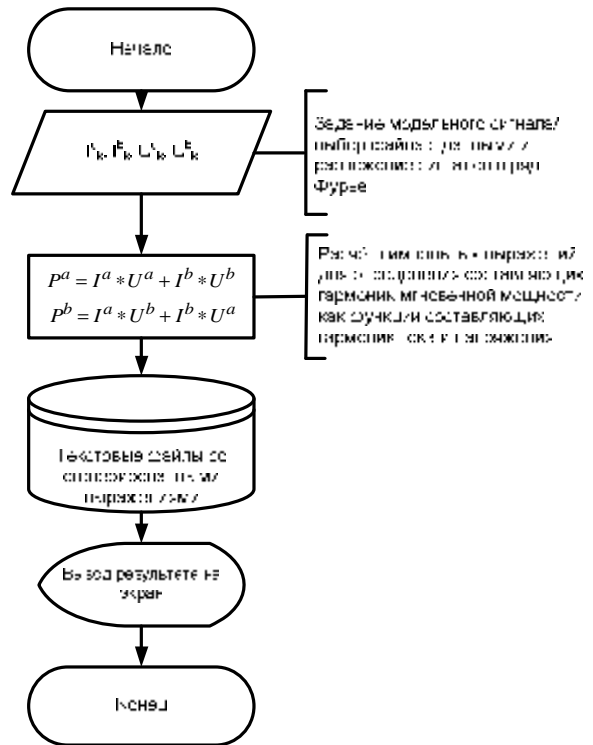


Рисунок 5 – Алгоритм функционирования модуля генерации символьных выражений

Сравнение численных значений, полученных путём разложения в ряд Фурье сигнала мгновенной мощности и на основе символьных выражений, подтвердило корректность данного метода.

Программный модуль может быть интегрирован в виде отдельного блока в измерительно-диагностических комплексах (ИДК). Так, на кафедре САУЭ КГПУ им. М. Остроградского, создан ряд ИДК с использованием программной среды LabView.

Данные комплексы должны соответствовать следующему ряду требований:

- удобство в использовании (программный продукт должен иметь интуитивно простой интерфейс, позволяющий легко с ним работать людям, незнакомым с LabView);
- возможность быстрого формирования файлов отчетов в соответствующие директории;
- наглядность представляемых визуальных файлов отчёта;
- возможность подключения реального оборудования к комплексу с целью снятия и мгновенной обработки сигналов.

Программный продукт предназначен для решения поставленных задач, а именно:

- проводить анализ составляющих мгновенной мощности на нелинейных элементах;
- представлять в символьном виде результаты расчёта и анализа;
- представлять в графическом виде входные сигналы тока и напряжения, а также спектры гармоник напряжения и тока.

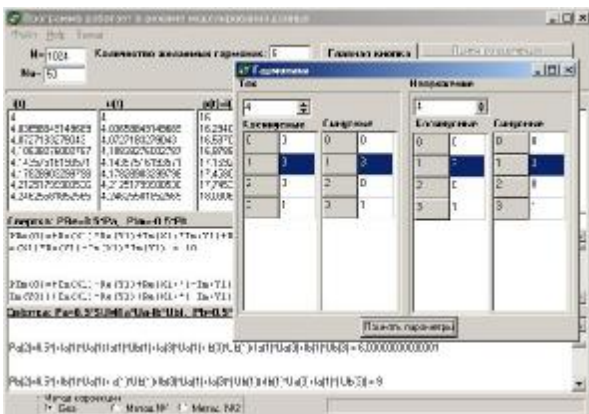


Рисунок 3 – Интерфейс программы для расчёта символьных выражений составляющих гармоник мгновенной мощности



Рисунок 4 – Часть экранной формы для визуализации символьных выражений

Алгоритм функционирования подпрограммы генерации символьных выражений представлен на рис. 5.



- представлять в символьном виде постоянные составляющие, а также канонические и неканонические составляющие для каждой гармоники мощности.

- позволять учитывать некачественность работы машин постоянного и переменного тока.

Учитывая специфику выбранных задач, а также предъявляемые требования к программному продукту, было решено разрабатывать его с использованием возможностей программной среды LabView 8.x., содержащей в себе необходимые модули и математический аппарат [20, 21], отвечающие требованиям поставленных задач. Алгоритмы функционирования схожи с алгоритмами, представленными на рис. 2, 5.

Работа с программой начинается с диалогового окна (рис. 6), содержащего в себе основные функциональные элементы. С их помощью устанавливается:

- директория файла, содержащего описание исследуемого сигнала;
- количество точек на период реального сигнала;
- включение/выключение опции записи содержимого отчета в отдельный файл или базу данных (при записи в БД обязательно необходимо указать комментарий в текстовую строку).

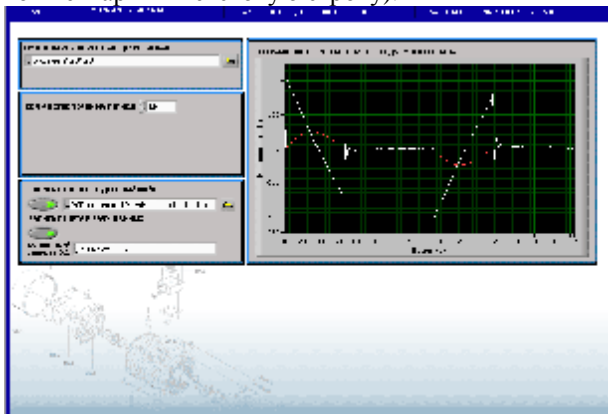


Рисунок 6 – Диалоговое окно «Формирование задания»

После указания пути к файлу, описывающему сигнал, и выбора типа сохранения файла отчета можно производить его анализ. Вычислительный цикл занимает от 5 до 10 секунд (в зависимости от конфигурации ЭВМ). Файлы отчетов могут сохраняться как в документы стандарта Microsoft Word, Excel или же на предварительно настроенном SQL сервере, в базу данных, с целью облегчения поиска, сортировки и обработки результатов экспериментальных данных.

Пользователь имеет возможность визуального просмотра результатов вычислений, не выходя из программы (рис. 7, 8), что облегчает работу с файлами отчетов и позволяет экономить время, затрачиваемое на обработку и систематизацию полученных результатов.

В целом данный программный продукт может использоваться как учебно-лабораторный комплекс

для дисциплин по направлению «Электромеханика», а также в качестве экспериментально-вычислительного комплекса для научных исследований.

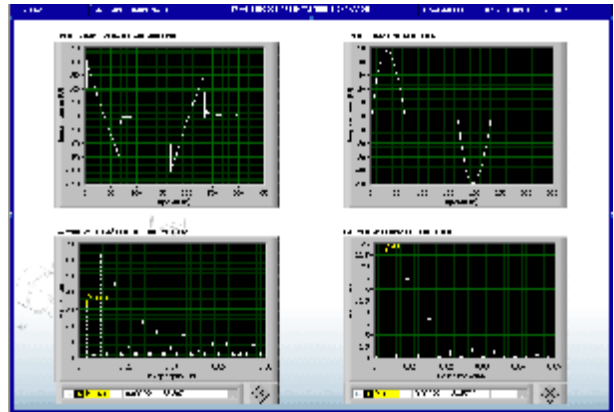


Рисунок 7 – Вид окна «Графическое представление сигналов напряжения и тока»

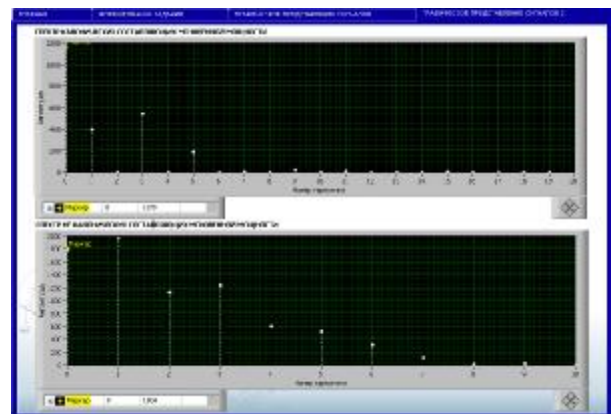


Рисунок 8 – Вид окна «Графическое представление сигналов составляющих мгновенной мощности»

Уникальностью данной версии является возможность включения ее (при наличии подобной возможности) в разнообразные программные продукты, разработанные в среде LabView, что позволяет расширить функциональные возможности существующего виртуального оборудования.

Для исследования сигнала мгновенной мощности в трёхфазной системе описанная компьютерная программа была модернизирована. Она позволяет моделировать мгновенные значения полигармонических сигналов тока и напряжения трёхфазной системы, амплитудную и фазную несимметрию в трёхфазной системе, несинусоидальность токов и напряжений [19]. Алгоритм работы представлен на рис. 9. Программа работает следующим образом. На основании полученных мгновенных значений токов и напряжений рассчитываются мгновенные мощности каждой фазы, а также суммарная мгновенная мощность трёхфазной системы. Далее к указанным сигналам применяется аппарат быстрого преобразования Фурье; на основании косинусных и синусных составляющих гармоник токов и напряжений фазы, применяя к ним аппарат дискретной свёртки [17],

рассчитываются символьные выражения формирования косинусных и синусных составляющих гармоник мгновенной мощности фазы, далее рассчитываются символьные выражения формирования составляющих гармоник полной мощности трёхфазной системы. Интерфейс программы представлен на рис. 10.

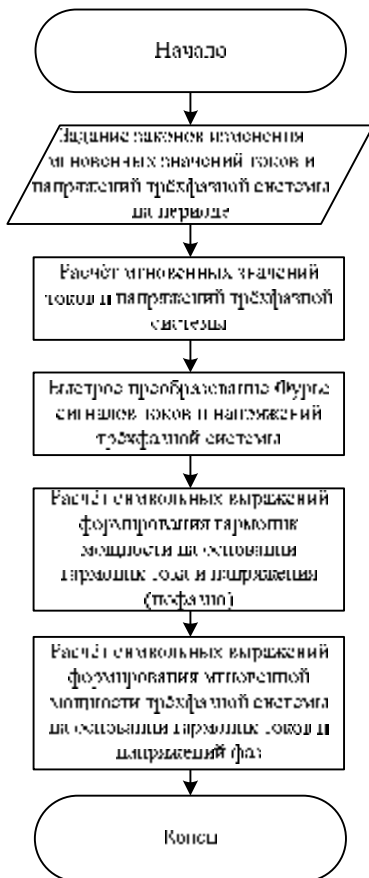


Рисунок 9 – Блок-схема алгоритма программы анализа гармонического состава электрических сигналов в трёхфазной системе



Рисунок 10 – Интерфейс программы расчёта символьных выражений составляющих гармоник мощности трёхфазной системы

С использованием программы проведены исследования сигнала полной мгновенной мощности трёхфазной системы при наличии разного рода дефектов.

При исследованиях моделирование проводилось для следующих случаев:

- система симметрична, токи и напряжения синусоидальны;
- система симметрична, токи или напряжения (либо и токи и напряжения) несинусоидальны (присутствует 3-я, либо 3-я и 5-я гармоники);
- система несимметрична (фазная или амплитудная несимметрия), токи и напряжения синусоидальны;
- система несимметрична, токи или напряжения (либо и токи и напряжения) несинусоидальны.

На рис. 11 а, б. представлены модельные сигналы мгновенной мощности для трёхфазного АД номинальной мощностью 2,2 кВт, питающегося от источника полигармонического напряжения, имеющего 1-ю и 3-ю гармоники (рис. 11, а), и питающегося от источника гармонического напряжения в которое внесена несимметрия – амплитуда тока фазы А меньше амплитуд токов фаз В и С на 10% (рис. 11, б). Из рисунка видно, что суммарная мощность будет иметь переменную составляющую. В результате анализа разного вида несимметрий было показано, что при наличии в сигнале тока или напряжения гармоник выше 3-й всегда присутствуют 6-я гармоника суммарной мощности, а при наличии амплитудной несимметрии сигналов тока или напряжения – 2-я гармоника.

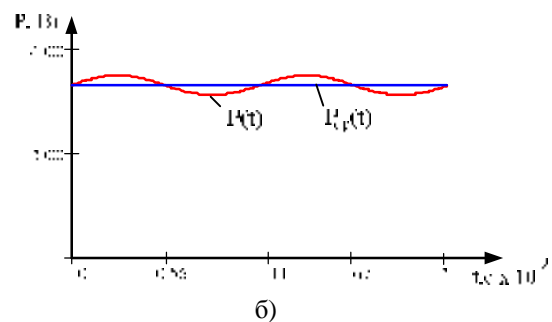
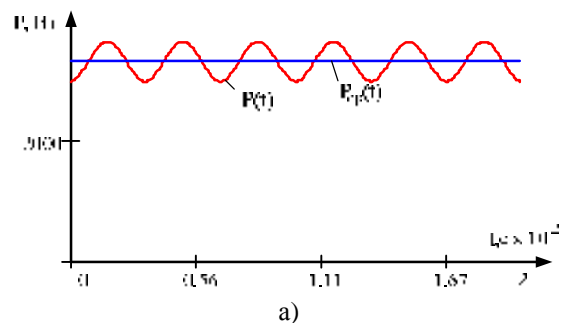


Рисунок 11 – Мгновенные и средние значения полной мощности трёхфазной системы при: а) – полигармоническом характере сигналов тока и напряжения; б) – наличии фазной несимметрии сигналов тока и напряжения

Символьные выражения для расчёта составляющих гармоник мгновенной мощности трёхфазной системы как функции составляющих гармоник токов и напряжений для рассмотренных случаев приведены в табл. 2, 3, 4.

**Выводы.** В ходе проведённых исследований были получены следующие результаты:

1. Полученные результаты и разработанное программное обеспечение позволяют получить выражения для составляющих гармоник мгновенной мощности на любом элементе электромеханической системы с учетом нелинейностей.

2. При полигармоническом характере сигналов тока и напряжения появляется 6-я (и кратные ей, в случае наличия высших гармоник) гармоника сигнала суммарной мощности трёхфазной системы (рис. 11, а);

3. При наличии фазной несимметрии сигналов токов или напряжений в сигнале мгновенной мощности появляется 2-я гармоника и кратные ей (рис. 11, б).

4. Разработанное алгоритмическое и программное обеспечение позволяет автоматизировать процесс вычисления составляющих мгновенной мощности, а также использовать полученные компоненты при испытаниях машин постоянного и переменного тока.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Зевеке Г.В. и др. Основы теории цепей. - М.: Энергия, 1975. - 752 с.

2. Тонкаль В.Е., Новосельцев А.В., Денисюк С.П. и др. Баланс энергий в силовых цепях. - Киев: Наукова думка, 1992. - 312 с.

3. Родькин Д.И., Резник Д.В., Ведмидь Д.С., Шлык В.А. Экспериментальное определение показателей энергопроцессов по параметрам мгновенной мощности // Вісник КДПУ. - Кременчук: Кременчуцький державний політехнічний університет. - 2004. - № 3. - С. 140-146.

4. Родькин Д.И., Бялобржеский А.В., Ломонос А.И. Показатели энергопроцессов в сети с полигармоническими напряжениями и токами // Електротехніка. - 2004. - № 6. - С. 37-42.

5. Жемеров Г.Г., Тугай Д.В. Мгновенные и средние активные и реактивные мощности в линейных цепях с синусоидальными напряжениями // Проблемы автоматизированного электропривода. Теория и практика. - Харьков: НТУ «ХПИ», 2004, № 43. - С. 153-160.

6. Жемеров Г.Г., Крылов Д.С., Тугай Д.В. Система составляющих полной мощности и энергетических коэффициентов на основе р-q-г теории мощности // Технічна електродинаміка, тематичний випуск. Проблеми сучасної електротехніки., 2004. Част. 1 - С.69-74.

7. Ромашихин Ю.В., Родькин Д.И., Калинов А.П. Энергетический метод идентификации параметров асинхронных двигателей // Вісник Кременчуцького державного політехнічного університету ім. М.Остроградського. - Кременчук: Кременчуцький державний політехнічний університет ім. М.Остроградського. - 2007. - № 3 (44). - С. 130-136.

8. Родькин Д.И., Калинов А.П., Ромашихин Ю.В. Эффективность метода энергоди-

агностики параметров двигателей переменного тока // Электроприводы переменного тока: Труды международной 14 научно-технической конференции. - Екатеринбург: ГОУ ВПО УГТУ-УПИ. - 2007. - С. 273-278.

9. Родькин Д.И. Декомпозиция составляющих мощности полигармонических сигналов // Электро-техника. - 2003. - № 6. - С. 34-37.

10. Калинов А.П., Лейко В.В., Родькин Д.И. Спектральный анализ мгновенной мощности в сети с полигармоническим напряжением и током // Вісник КДПУ. - Кременчук: Кременчуцький державний політехнічний університет. - 2006. - № 3 (38), ч. 2. - С. 59-72.

11. Родькин Д.И., Ромашихин Ю.В. Мгновенная мощность нелинейных элементов электрической цепи // XIV міжнар. наук.-техн. конф. "Проблеми автоматизованого електроприводу. Теорія і практика". Сборник научных трудов Днепродзержинского государственного технического университета. - Днепродзержинск: ДГТУ. - 2007. - С. 501-506.

12. Родькин Д.И., Ромашихин Ю.В. Возможности и эффективность метода энергодиагностики в идентификационных задачах // XIV міжнар. наук.-техн. конф. "Проблеми автоматизованого електроприводу. Теорія і практика". Сборник научных трудов Днепродзержинского государственного технического университета. - Днепродзержинск: ДГТУ. - 2007. - С. 507-512.

13. Родькин Д.И., Калинов А.П., Ромашихин Ю.В. Развитие частотных методов оценки параметров двигателей переменного тока // Вісник КДПУ. - Кременчук: Кременчуцький державний політехнічний університет. - 2005. - № 3 (33). - С. 43-47.

14. Родькин Д.И. Особенности анализа энергопроцессов в цепях с полигармоническим током и напряжением // Проблемы создания новых машин и технологий: Науч. труды КПИ. - 2002. - Вып. 2, ч. 1. - С. 2-18.

15. Родькин Д.И. Миттєва потужність трифазного двигунного навантаження з полігармонічними напругою та струмом // Електроінформ. - 2007. - № 4. - С. 10-13.

16. Родькин Д.И., Заквасов В.В., Ромашихин Ю.В. Преобразование мощности в источниках полигармонического питания // Вісник КДПУ. 36. наук. праць КДПУ. - Вип. 3 (26) .- Кременчук: КДПУ, 2004.- С. 191-200.

17. Сидоренко В.М., Родькин Д.И., Чорний О.П., Мамчур Д.Г. Автоматизація розрахунку складових миттєвої потужності електричних сигналів // Вісник КДПУ. Наукові праці КДПУ. - Вип. 3 (26). - Кременчук: КДПУ, 2004. - С. 91-96.

18. Родькин Д.И., Сидоренко В.М., Чорний О.П., Мамчур Д.Г. Програмний продукт «Комп'ютерна програма розрахунку символічних виразів складових сигналів миттєвої потужності електричних сигналів» // Свідоцтво про реєстрацію авторського права на твір №12522.

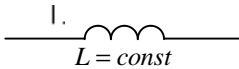
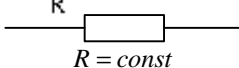
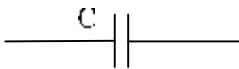

19. Мамчур Д.Г., Калинов А.П. Развитие показателей качества преобразования энергии для диаг-

ности технического состояния асинхронных электродвигателей // Вісник КДПУ. Наукові праці КДПУ. - Вип. 4 (51), Частина 2. - Кременчук: КДПУ ім. М. Остроградського, 2008. - С. 158-163.

20. Федоров В.П. Цифровая обработка сигналов в LabView. М.: ДМК Пресс, 2007. – 472 с.

21. Евдокимов Ю.К., Линдваль В.Р., Щербаков Г.И. LabView для радиоинженера: от виртуальной модели до реального прибора. Практическое руководство для работы в программной среде LabView. – М.: ДМК Пресс, 2007. – 400 с.

Таблица 1

№ п/п	Элемент	Выражение для мгновенной мощности	Составляющие ЭДС ( $A_0$ – постоянная составляющая ЭДС; $A_s$ – косинусные составляющие ЭДС; $B_s$ – синусные составляющие ЭДС)
1	<p>Линейная индуктивность</p> 	$P_L(t) = E(t) \cdot I(t) = L \cdot \frac{d(I(t))}{dt} \cdot I(t);$	$A_0 = 0$ $A_s = wLn \sum_{s=1}^S \sum_{n=s} I_{nb}$ $B_s = -wLn \sum_{s=1}^S \sum_{n=s} I_{na}$
2	<p>Линейное активное сопротивление</p> 	$P_R(t) = E(t) \cdot I(t) = (I(t))^2 \cdot R$	$A_0 = RI_0$ $A_s = \sum_{s=1}^S RI_{na}$ $B_s = \sum_{s=1}^S RI_{nb}$
3	<p>Линейная емкость</p> 	$P_C(t) = E(t) \cdot I(t) = \frac{1}{C} \left( \int I(t) dt \right) \cdot I(t)$	$A_0 = \frac{2t}{wTC} (I_{0a} + I_{0b}) + U_{c0}$ $A_s = \frac{1}{TC} \sum_{s=1}^S \left( tI_{na} - \frac{1}{nw} I_{nb} \right)$ $B_s = \frac{1}{TC} \sum_{s=1}^S \left( \frac{1}{nw} I_{na} + tI_{nb} \right)$
4	<p>Нелинейная индуктивность</p>  <p> <math>L(I) = a_1 + 2a_2 I(t) + 3a_3 I^2(t) + \dots + pa_p \cdot I^{p-1}(t);</math>  <math>L(t) = L_0 + \sum_{p=2}^P L_{pa} \cos(p\Omega t) + \sum_{p=2}^P L_{pb} \sin(p\Omega t)</math> </p>	$P_L(t) = E(t) \cdot I(t) = \frac{d(I(t) \cdot L(I))}{dt} \cdot I(t) = d \left( I(t) \cdot \left( \begin{matrix} a_1 + 2a_2 \times \\ \times I(t) + 3a_3 \times \\ \times I^2(t) + \dots + \\ + pa_p \cdot I^{p-1}(t) \end{matrix} \right) \right) \times I(t);$	$A_0 = 0$ $A_s = \Omega \left[ \sum_{s=1}^S (mL_0 I_{mb} + \sum_{s=1}^S pL_{pb} I_0 + \sum_{s=1}^S \frac{s}{2} L_{pb} I_{ma} + \sum_{s=1}^S \frac{s}{2} L_{pa} I_{mb} - \sum_{s=1}^S \frac{s}{2} L_{pa} I_{mb} \right]$ $B_s = \Omega \left[ \sum_{s=1}^S (-nL_0 I_{ma} - \sum_{s=1}^S pL_{pa} I_0 - \sum_{s=1}^S \frac{s}{2} L_{pa} I_{ma} + \sum_{s=1}^S \frac{s}{2} L_{pb} I_{mb} - \sum_{s=1}^S \frac{s}{2} L_{pb} I_{mb} \right]$

Продолжение таблицы 1

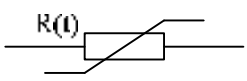
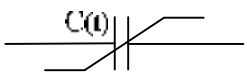
<p>5</p>	<p>Нелинейное активное сопротивление</p>  $R(t) = R_0 + \sum_{z=1}^Z R_{za} \cos(z\Omega t) + \sum_{z=1}^Z R_{zb} \sin(z\Omega t)$	$P_R(t) = E(t) \cdot I(t) = (I(t) \cdot R(t)) \cdot I(t) = [I(t) \times (R_0 + \sum_{z=1}^Z R_{za} \cos(z\Omega t) + \sum_{z=1}^Z R_{zb} \sin(z\Omega t))] \cdot I(t)$	$A_0 = R_0 I_0$ $A_s = \sum_{m=s}^S I_{ma} R_0 + \sum_{s=1}^S R_{za} I_0 + \sum_{s=1}^S \frac{1}{2} R_{za} I_{ma} - \sum_{s=1}^S \frac{1}{2} R_{zb} I_{nb} + \sum_{s=1}^S \frac{1}{2} R_{zb} I_{mb}$ <p style="text-align: center;"><small><math>s=m\pm z</math> <math>z &lt; s \Rightarrow z &lt; m</math>      <math>z &gt; s, z &gt; m</math></small></p> $B_s = \sum_{m=s}^S (I_{mb} R_0 - \sum_{s=1}^S R_{zb} I_0 + \sum_{s=1}^S \frac{1}{2} R_{za} I_{mb} - \sum_{s=1}^S \frac{1}{2} R_{zb} I_{ma} + \sum_{s=1}^S \frac{1}{2} R_{zb} I_{ma})$ <p style="text-align: center;"><small><math>s=m\pm z</math> <math>z &lt; m</math>      <math>s=z\pm m</math> <math>z &gt; m</math></small></p>
<p>6</p>	<p>Нелинейная емкость</p>  $\frac{1}{C(t)} = C_0 + \sum_{q=1}^Q C_{qa} \cos(q\Omega t) + \sum_{q=1}^Q C_{qb} \sin(q\Omega t)$	$P_C(t) = E(t) \cdot I(t) = \left( \int \frac{I(t)}{C(t)} dt \right) \cdot I(t) = \left( \int I(t) \cdot [C_0 + \sum_{q=1}^Q C_{qa} \cos(q\Omega t) + \sum_{q=1}^Q C_{qb} \sin(q\Omega t)] dt \right) \cdot I(t)$	$A_0 = U_{c0} + \frac{2t}{\Omega T} C_0 I_0$ $A_s = \frac{1}{T} \left[ \sum_{m=s}^S C_0 \left( t I_{ma} - \frac{1}{m\Omega} I_{mb} \right) + \sum_{s=1}^S \left( t C_{qa} - \frac{1}{q\Omega} C_{qb} \right) I_0 - \sum_{s=1}^S \left( \frac{1}{2m\Omega} + \frac{1}{2q\Omega} \right) C_{qa} I_{mb} - \sum_{s=1}^S \left( \frac{1}{2m\Omega} + \frac{1}{q\Omega} \right) C_{qb} I_{ma} + \left( \frac{1}{2m\Omega} + \frac{1}{q\Omega} \right) C_{qb} I_{ma} \right]$ <p style="text-align: center;"><small><math>s=q\pm m</math> <math>s=m\pm q</math> <math>x &lt; m</math>      <math>s=q\pm m</math> <math>x &gt; m</math></small></p> $B_s = \frac{1}{T} \left[ \sum_{m=s}^S C_0 \left( \frac{1}{m\Omega} I_{ma} + t I_{mb} \right) + \sum_{s=1}^S \left( \frac{1}{q\Omega} C_{qa} + t C_{qb} \right) I_0 + \sum_{s=1}^S \frac{1}{2m\Omega} C_{qb} I_{mb} - \sum_{s=1}^S \frac{1}{2m\Omega} C_{qb} I_{mb} + \sum_{s=1}^S \left( \frac{1}{2m\Omega} + \frac{1}{2q\Omega} \right) C_{qa} I_{ma} \right]$ <p style="text-align: center;"><small><math>s=q\pm m</math> <math>q &gt; m</math>      <math>s=m\pm q</math> <math>q &lt; m</math></small></p>

Таблица 2

<p>Пример получение составляющих мгновенной мощности на индуктивности при использовании 1, 3, 5 гармоник тока</p> $P_0 = 0,$ $P_{2a} = L \cdot \frac{\Omega}{2} ((I_1^2 \sin 2y_1 + 2I_1 I_3 \cos y_1 \sin y_3 - 2I_1 I_3 \sin y_1 \cos y_3 + 2I_3 I_5 \cos y_3 \sin y_5 - 2I_3 I_5 \sin y_3 \cos y_5) \cos 2\Omega t),$ $P_{2b} = L \cdot \frac{\Omega}{2} ((-I_1^2 \cos 2y_1 - 2I_1 I_3 \cos y_1 \cos y_3 - 2I_1 I_3 \sin y_1 \sin y_3 - 2I_3 I_5 \cos y_3 \cos y_5 - 2I_3 I_5 \sin y_3 \sin y_5) \sin 2\Omega t),$ $P_{4a} = L \cdot \frac{\Omega}{2} ((4I_1 I_3 \cos y_1 \sin y_3 + 4I_1 I_5 \cos y_1 \sin y_5 + 4I_1 I_3 \sin y_1 \cos y_3 - 4I_1 I_5 \sin y_1 \cos y_5) \cos 4\Omega t),$ $P_{4b} = L \cdot \frac{\Omega}{2} ((-4I_1 I_3 \cos y_1 \cos y_3 - 4I_1 I_5 \cos y_1 \cos y_5 + 4I_1 I_3 \sin y_1 \sin y_3 - 4I_1 I_5 \sin y_1 \sin y_5) \sin 4\Omega t),$ $P_{6a} = L \cdot \frac{\Omega}{2} ((6I_1 I_5 \cos y_1 \sin y_5 + 6I_1 I_5 \sin y_1 \cos y_5 + 3I_3^2 \sin 2y_3) \cos 6\Omega t),$ $P_{6b} = L \cdot \frac{\Omega}{2} ((-6I_1 I_5 \cos y_1 \cos y_5 + 6I_1 I_5 \sin y_1 \sin y_5 - 3I_3^2 \cos 2y_3) \sin 6\Omega t),$ $P_{8a} = L \cdot \frac{\Omega}{2} ((8I_3 I_5 \cos y_3 \sin y_5 + 8I_3 I_5 \sin y_3 \cos y_5) \cos 8\Omega t),$ $P_{8b} = L \cdot \frac{\Omega}{2} ((-8I_3 I_5 \cos y_3 \cos y_5 + 8I_3 I_5 \sin y_3 \sin y_5) \sin 8\Omega t),$ $P_{10a} = L \cdot \frac{\Omega}{2} ((10I_5^2 \sin 2y_5) \cos 10\Omega t),$ $P_{10b} = L \cdot \frac{\Omega}{2} ((-5I_5^2 \cos 2y_5) \sin 10\Omega t).$
--

Таблица 3

Гармонический состав сигнала мгновенной мощности пофазно и суммарно при полигармоническом питании (присутствует 1 и 3 гармоники напряжения и тока)
Гармонический состав мощности фазы А:
$P_{a\_A(0)} = 0.5 * (+I_{Ab(1)} * U_{Ab(1)} + I_{Ab(1)} * U_{Ab(1)}) = 2200$ $P_{a\_A(2)} = 0.5 * (-I_{Ab(1)} * U_{Ab(1)} + I_{Ab(3)} * U_{Ab(1)}) = -880$ $P_{a\_A(4)} = 0.5 * (-I_{Ab(3)} * U_{Ab(1)} + I_{Ab(5)} * U_{Ab(1)}) = -110$ $P_{a\_A(6)} = 0.5 * (-I_{Ab(5)} * U_{Ab(1)}) = -110$
Гармонический состав мощности фазы В:
$P_{a\_B(0)} = 0.5 * (+I_{Ba(1)} * U_{Ba(1)} + I_{Bb(1)} * U_{Bb(1)} + I_{Ba(1)} * U_{Ba(1)} + I_{Bb(1)} * U_{Bb(1)}) = 2200$ $P_{b\_B(0)} = 0.5 * (+I_{Bb(1)} * U_{Ba(1)} + I_{Ba(1)} * (-U_{Bb(1)}) + I_{Bb(1)} * U_{Ba(1)} + I_{Ba(1)} * (-U_{Bb(1)})) = 0$ $P_{a\_B(2)} = 0.5 * (+I_{Ba(1)} * U_{Ba(1)} - I_{Bb(1)} * U_{Bb(1)} + I_{Bb(3)} * U_{Bb(1)}) = 440$ $P_{b\_B(2)} = 0.5 * (+I_{Bb(1)} * U_{Ba(1)} + I_{Ba(1)} * U_{Bb(1)} + I_{Bb(3)} * U_{Ba(1)}) = -762,102355330306$ $P_{a\_B(4)} = 0.5 * (-I_{Bb(3)} * U_{Bb(1)} + I_{Ba(5)} * U_{Ba(1)} + I_{Bb(5)} * U_{Bb(1)}) = 55$ $P_{b\_B(4)} = 0.5 * (+I_{Bb(3)} * U_{Ba(1)} + I_{Bb(5)} * U_{Ba(1)} + I_{Ba(5)} * (-U_{Bb(1)})) = 95,2627944162885$ $P_{a\_B(6)} = 0.5 * (+I_{Ba(5)} * U_{Ba(1)} - I_{Bb(5)} * U_{Bb(1)}) = -110$ $P_{b\_B(6)} = 0.5 * (+I_{Bb(5)} * U_{Ba(1)} + I_{Ba(5)} * U_{Bb(1)}) = -0$
Гармонический состав мощности фазы С:
$P_{a\_C(0)} = 0.5 * (+I_{Ca(1)} * U_{Ca(1)} + I_{Cb(1)} * U_{Cb(1)} + I_{Ca(1)} * U_{Ca(1)} + I_{Cb(1)} * U_{Cb(1)}) = 2200$ $P_{b\_C(0)} = 0.5 * (+I_{Cb(1)} * U_{Ca(1)} + I_{Ca(1)} * (-U_{Cb(1)}) + I_{Cb(1)} * U_{Ca(1)} + I_{Ca(1)} * (-U_{Cb(1)})) = 0$ $P_{a\_C(2)} = 0.5 * (+I_{Ca(1)} * U_{Ca(1)} - I_{Cb(1)} * U_{Cb(1)} + I_{Cb(3)} * U_{Cb(1)}) = 440$ $P_{b\_C(2)} = 0.5 * (+I_{Cb(1)} * U_{Ca(1)} + I_{Ca(1)} * U_{Cb(1)} + I_{Cb(3)} * U_{Ca(1)}) = 762,102355330306$ $P_{a\_C(4)} = 0.5 * (-I_{Cb(3)} * U_{Cb(1)} + I_{Ca(5)} * U_{Ca(1)} + I_{Cb(5)} * U_{Cb(1)}) = 55$ $P_{b\_C(4)} = 0.5 * (+I_{Cb(3)} * U_{Ca(1)} + I_{Cb(5)} * U_{Ca(1)} + I_{Ca(5)} * (-U_{Cb(1)})) = -95,2627944162884$ $P_{a\_C(6)} = 0.5 * (+I_{Ca(5)} * U_{Ca(1)} - I_{Cb(5)} * U_{Cb(1)}) = -110$ $P_{b\_C(6)} = 0.5 * (+I_{Cb(5)} * U_{Ca(1)} + I_{Ca(5)} * U_{Cb(1)}) = 0$

Продолжение таблицы 3

<p>Полная мощность по трём фазам:</p> $Pa\_Sum(0)=0.5*(+IAb(1)*UAb(1)+IAb(1)*UAb(1)+IBa(1)*UBa(1)+IBb(1)*UBb(1)+IBa(1)*UBa(1)+IBb(1)*UBb(1)+ICa(1)*UCa(1)+ICb(1)*UCb(1)+ICa(1)*UCa(1)+ICb(1)*UCb(1) = 6600$ $Pb\_Sum(0)=0.5*(+IBb(1)*UBa(1)+IBa(1)*(-UBb(1))+IBb(1)*UBa(1)+IBa(1)*(-UBb(1))+ICb(1)*UCa(1)+ICa(1)*(-UCb(1))+ICb(1)*UCa(1)+ICa(1)*(-UCb(1)) = -0$ $Pa\_Sum(2)=0.5*(-IAb(1)*UAb(1)+IAb(3)*UAb(1)+IBa(1)*UBa(1)-IBb(1)*UBb(1)+IBb(3)*UBb(1)+ICa(1)*UCa(1)-ICb(1)*UCb(1)+ICb(3)*UCb(1) = 0$ $Pb\_Sum(2)=0.5*(+IBb(1)*UBa(1)+IBa(1)*UBb(1)+IBb(3)*UBa(1)+ICb(1)*UCa(1)+ICa(1)*UCb(1)+ICb(3)*UCa(1) = -0$ $Pa\_Sum(4)=0.5*(-IAb(3)*UAb(1)+IAb(5)*UAb(1)-IBb(3)*UBb(1)+IBa(5)*UBa(1)+IBb(5)*UBb(1)-ICb(3)*UCb(1)+ICa(5)*UCa(1)+ICb(5)*UCb(1) = 0$ $Pb\_Sum(4)=0.5*(+IBb(3)*UBa(1)+IBb(5)*UBa(1)+IBa(5)*(-UBb(1))+ICb(3)*UCa(1)+ICb(5)*UCa(1)+ICa(5)*(-UCb(1)) = -0$ $Pa\_Sum(6)=0.5*(-IAb(5)*UAb(1)+IBa(5)*UBa(1)-IBb(5)*UBb(1)+ICa(5)*UCa(1)-ICb(5)*UCb(1) = -330$ $Pb\_Sum(6)=0.5*(+IBb(5)*UBa(1)+IBa(5)*UBb(1)+ICb(5)*UCa(1)+ICa(5)*UCb(1) = 0$
--

Таблица 4

<p>Гармонический состав сигнала мгновенной мощности пофазно и суммарно при наличии несимметрии – амплитуда тока фазы А меньше амплитуд токов фаз В и С на 10%</p>
<p>Гармонический состав мощности фазы А:</p> $Pa\_A(0)=0.5*(+IAb(1)*UAb(1)+IAb(1)*UAb(1) = 2200$ $Pa\_A(2)=0.5*(-IAb(1)*UAb(1) = -1100$
<p>Гармонический состав мощности фазы В:</p> $Pa\_B(0)=0.5*(+IBa(1)*UBa(1)+IBb(1)*UBb(1)+IBa(1)*UBa(1)+IBb(1)*UBb(1) = 1980$ $Pb\_B(0)=0.5*(+IBb(1)*UBa(1)+IBa(1)*(-UBb(1))+IBb(1)*UBa(1)+IBa(1)*(-UBb(1)) = 0$ $Pa\_B(2)=0.5*(+IBa(1)*UBa(1)-IBb(1)*UBb(1) = 495$ $Pb\_B(2)=0.5*(+IBb(1)*UBa(1)+IBa(1)*UBb(1) = -857,365149746595$
<p>Гармонический состав мощности фазы С:</p> $Pa\_C(0)=0.5*(+ICa(1)*UCa(1)+ICb(1)*UCb(1)+ICa(1)*UCa(1)+ICb(1)*UCb(1) = 2200$ $Pb\_C(0)=0.5*(+ICb(1)*UCa(1)+ICa(1)*(-UCb(1))+ICb(1)*UCa(1)+ICa(1)*(-UCb(1)) = 0$ $Pa\_C(2)=0.5*(+ICa(1)*UCa(1)-ICb(1)*UCb(1) = 550$ $Pb\_C(2)=0.5*(+ICb(1)*UCa(1)+ICa(1)*UCb(1) = 952,627944162883$
<p>Полная мощность по трём фазам:</p> $Pa\_Sum(0)=0.5*(+IAb(1)*UAb(1)+IAb(1)*UAb(1)+IBa(1)*UBa(1)+IBb(1)*UBb(1)+IBa(1)*UBa(1)+IBb(1)*UBb(1)+ICa(1)*UCa(1)+ICb(1)*UCb(1)+ICa(1)*UCa(1)+ICb(1)*UCb(1) = 6380$ $Pb\_Sum(0)=0.5*(+IBb(1)*UBa(1)+IBa(1)*(-UBb(1))+IBb(1)*UBa(1)+IBa(1)*(-UBb(1))+ICb(1)*UCa(1)+ICa(1)*(-UCb(1))+ICb(1)*UCa(1)+ICa(1)*(-UCb(1)) = -0$ $Pa\_Sum(2)=0.5*(-IAb(1)*UAb(1)+IBa(1)*UBa(1)-IBb(1)*UBb(1)+ICa(1)*UCa(1)-ICb(1)*UCb(1) = -55$ $Pb\_Sum(2)=0.5*(+IBb(1)*UBa(1)+IBa(1)*UBb(1)+ICb(1)*UCa(1)+ICa(1)*UCb(1) = -95,2627944162882$

Стаття надійшла 15.07.2008 р.  
Рекомендовано до друку к.т.н., доц.  
Прусом В.В.