

ИССЛЕДОВАНИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ МАГНИТНЫХ ПОТОКОВ В ОБМОТОЧНОМ ОКНЕ ПЛОСКОПАРАЛЛЕЛЬНОГО ЭЛЕКТРОМАГНИТА

М. В. Загирняк, д.т.н, проф.

Кременчугский национальный университет имени Михаила Остроградского

ул. Первомайская, 20, 39600, г. Кременчуг, Украина

Ю. А. Бранспиз, д.т.н, проф., А. А. Вельченко, асп.

Восточноукраинский национальный университет имени Владимира Даля

кв. Молодежный, 20-а, 91034, г. Луганск, Украина

E-mail: mzagirn@kdu.edu.ua, branspiz@mail.ru, anna.velchenko@gmail.com

Получены расчетные выражения для магнитных потоков с поверхностей обмоточного окна плоского электромагнита, имеющего несимметричный зазор. Дан анализ результатов соответствующих расчетов.

Ключевые слова: электромагнит, магнитный поток, векторный потенциал.

Введение. Аналитические методы по-прежнему привлекают внимание исследователей, поскольку позволяют получать непосредственные расчетные зависимости. В работе рассматривается аналитическое определение магнитных потоков в обмоточном окне плоских броневых электромагнитов с внутренним или наружным воздушным зазором δ между полюсами (рис. 1) [1]. Знание этих потоков даёт возможность установить картину замыкания потоков рассеивания, что необходимо для решения разнообразных задач расчета электромагнита в целом: определение магнитного состояния железа магнитопровода [2]; минимизация потоков рассеивания; определение электромагнитной силы, обусловленной изменением запаса энергии магнитного поля рассеивания [3].

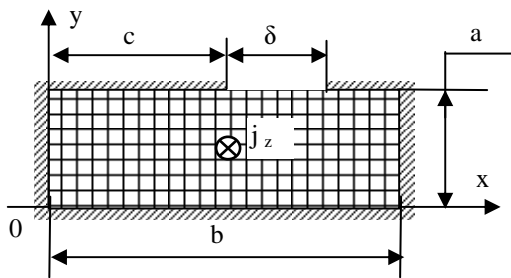


Рисунок 1 – Расчетная область обмоточного окна электромагнита

Анализ предыдущих исследований. Расчет магнитных потоков в электромагнитных системах осуществляется на основе определения распределения векторного потенциала [4], которое для области обмоточного окна можно найти на основе решения соответствующего уравнения Пуассона при условии равномерного распределения тока по площади обмоточного окна. Известно решение указанного уравнения для рассматриваемой системы в случае симметричного [3] и несимметричного [5] зазора δ . Симметричный зазор соответствует условию $c = (b - \delta) / 2$, а несимметричный – условию $c + \delta \leq b$ (рис. 1).

Для получения этого решения и в [3], и в [5] использован метод разделения переменных, и граничные условия, выводимые из допущений:

– о бесконечно большой магнитной проницаемости материала магнитопровода и полюсов и постоянства (это дает равенство нулю тангенциальной составля-

щей вектора индукции магнитного поля для железных поверхностей расчетной области обмоточного окна);

– о постоянстве тангенциальной составляющей вектора магнитной индукции на воздушной границе обмотки с зазором.

Принимая эти граничные условия, расчет потоков в рассматриваемом случае проведем на основе полученного в [5] выражения для векторного потенциала $A_z(x, y)$ в области прямоугольного обмоточного окна плоского электромагнита:

$$A_z(x, y) = -0.5B_0\delta\frac{y^2}{ab} + k_6 - 2B_0b\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(n\pi)^2}\cos\left(n\pi\frac{x}{b}\right)\operatorname{ch}\left(n\pi\frac{y}{b}\right)\times \times \operatorname{sh}^{-1}\left(n\pi\frac{a}{b}\right)\left[\sin\left(n\pi\frac{(c+\delta)}{b}\right) - \sin\left(n\pi\frac{c}{b}\right)\right], \quad (1)$$

где x, y – прямоугольная система координат (рис.1);

B_0 – значение тангенциальной составляющей вектора магнитной индукции на воздушной границе обмотки с зазором; k_6 – константа, на которую не всегда определен векторный потенциал магнитного поля [4].

Однако в [5] рассмотрение задачи заканчивается получением выражения для векторного потенциала $A_z(x, y)$, а в публикации [3] выражение для векторного потенциала в частном случае симметричного зазора используется лишь для определения потокосцепления рассеивания обмотки. Что же касается непосредственно определения потоков в обмоточном окне с несимметричным зазором, то по известному векторному потенциалу оно выполнялось только для электромагнитов с осевой симметрией [2, 7].

Цель работы. Определение магнитных потоков с поверхностей магнитопровода, образующих обмоточное окно плоского электромагнита, на основе известного выражения, описывающего распределение векторного магнитного потенциала в этом окне при несимметричном зазоре между полюсами.

Материал и результаты исследования. Постановка задачи. Известно, что удельный магнитный поток через некоторую поверхность в плоскопараллельном поле определяется как разность значений векторного потенциала на концах следа этой поверхности в секущей плоскости [4]. Согласно этому,

удельный магнитный поток через любую поверхность, образующую область обмоточного окна, можно определить как разность значений векторного потенциала на концах отрезка, соответствующего этой поверхности в плоскости рисунка:

$$\Phi_{12} = A_z(x_1, y_1) - A_z(x_2, y_2), \quad (2)$$

где Φ_{12} – удельный магнитный поток (на единицу длины электромагнита) с поверхности, для которой начало 1 и конец 2 ее следа в секущей плоскости имеют координаты соответственно (x_1, y_1) и (x_2, y_2) и в которых векторный потенциал равен соответственно $A_z(x_1, y_1)$ и $A_z(x_2, y_2)$.

Таким образом, формулы (1) и (2) позволяют получить расчетные выражения для любых магнитных потоков в обмоточном окне. Это, в свою очередь, позволяет осуществить анализ зависимостей этих потоков от соотношения размеров обмоточного окна, величины и положения зазора. Получение таких расчетных выражений и анализ результатов расчетов по ним было задачей, решение которой представлено далее.

Расчетные выражения для потоков в области обмоточного окна. Заметим, что в (1) можно сделать замену индукции B_0 на ее выражение через плотность тока j_z в обмотке (индекс z означает, что плотность тока имеет в рассматриваемом случае единственную составляющую, направленную ортогонально плоскости рисунка). Это выражение несложно получить, используя закон полного тока для контура, проходящего по зазору и магнитопроводу (при условии бесконечно большой магнитной проницаемости его железа), что дает

$$B_0 = -\mu_0 j_z ab / \delta, \quad (3)$$

где μ_0 – магнитная постоянная.

Отметим, что такая связь между индукцией B_0 и плотностью тока j_z может быть получена и из решения уравнения Пуассона для рассматриваемой области [5]. Однако использование закона полного тока позволяет сразу утверждать об общности выражения (3), которое действительно при любом расположении зазора (например, симметричном, как в [3]).

Итак, согласно изложенному выше, для удельных магнитных потоков с характерных поверхностей обмоточного окна, с учетом (3), несложно получить следующие выражения:

удельный магнитный поток через нижнюю границу обмоточного окна ($y = 0, 0 \leq x \leq b$, рис. 1):

$$\Phi_{y=0} = A_z(b, 0) - A_z(0, 0) = 2\mu_0 j_z (ab^2 / \delta) \times \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(n\pi(c+\delta)/b) - \sin(n\pi c/b)}{(n\pi)^2 \operatorname{sh}(n\pi a/b)} \left[1 + (-1)^n \right]; \quad (4)$$

удельный магнитный поток через поверхность полюса ($y = a, 0 \leq x \leq c$, рис. 1):

$$\begin{aligned} \Phi_1 &= A_z(c, a) - A_z(0, a) = \\ &= 2\mu_0 j_z \frac{ab^2}{\delta} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(1 - \cos(n\pi c/b)) \operatorname{ch}(n\pi a/b)}{(n\pi)^2 \operatorname{sh}(n\pi a/b)} \times \\ &\times [\sin(n\pi(c+\delta)/b) - \sin(n\pi c/b)]; \end{aligned} \quad (5)$$

удельный магнитный поток с боковой (левой) поверхности ($x = 0, 0 \leq y \leq a$, рис. 1):

$$\begin{aligned} \Phi_{x=0} &= A_z(0, a) - A_z(0, 0) = \\ &= -0,5\mu_0 j_z a^2 - 2\mu_0 j_z \frac{ab^2}{\delta} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\operatorname{ch}(n\pi a/b) - 1}{(n\pi)^2 \operatorname{sh}(n\pi a/b)} \times \\ &\times [\sin(n\pi(c+\delta)/b) - \sin(n\pi c/b)]; \end{aligned} \quad (6)$$

удельный магнитный поток с боковой (правой) поверхности ($x = b, 0 \leq y \leq a$, рис. 1):

$$\begin{aligned} \Phi_{x=b} &= A_z(b, a) - A_z(b, 0) = \\ &= -0,5\mu_0 j_z a^2 - 2\mu_0 j_z \frac{ab^2}{\delta} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\operatorname{ch}(n\pi a/b) - 1}{(n\pi)^2 \operatorname{sh}(n\pi a/b)} \times \\ &\times [\sin(n\pi(c+\delta)/b) - \sin(n\pi c/b)] \times (-1)^{n+1}; \end{aligned} \quad (7)$$

удельный магнитный поток с поверхности полюса ($y = a, c + \delta \leq x \leq b$, рис. 1):

$$\begin{aligned} \Phi_2 &= A_z(b, a) - A_z(c + \delta, a) = \\ &= 2\mu_0 j_z \frac{ab^2}{\delta} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\cos(n\pi(c+\delta)/b) + (-1)^n) \operatorname{ch}(n\pi a/b)}{(n\pi)^2 \operatorname{sh}(n\pi a/b)} \times \\ &\times [\sin(n\pi(c+\delta)/b) - \sin(n\pi c/b)]; \end{aligned} \quad (8)$$

удельный магнитный поток с поверхности зазора ($y = a, c \leq x \leq c + \delta$, рис. 1):

$$\begin{aligned} \Phi_\delta &= A_z(c, a) - A_z(c + \delta, a) = \\ &= 2\mu_0 j_z \frac{ab^2}{\delta} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\cos(n\pi(c+\delta)/b) - \cos(n\pi c/b)) \operatorname{ch}(n\pi a/b)}{(n\pi)^2 \operatorname{sh}(n\pi a/b)} \times \\ &\times [\sin(n\pi(c+\delta)/b) - \sin(n\pi c/b)]. \end{aligned} \quad (9)$$

В связи с полученными выражениями (4)–(9) заметим, что в них множители перед суммами можно, с учетом (3), переписать к виду $2B_0 b$, а слагаемое $(-0,5\mu_0 j_z a^2)$ в (6) и (7) – к виду $0,5B_0 a \delta / b^2$.

Такая форма записи позволяет осуществлять расчет потоков приведением к индукции магнитного поля в зазоре.

Относительно выражения (4) для потока $\Phi_{y=0}$ заметим, что при симметричном зазоре полный поток через нижнюю границу обмоточного окна должен быть, в силу симметрии, равен нулю. Именно этот результат и получается, если в выражение (4) подставить условие симметричного зазора $c + \delta = b - c$.

Из симметрии рассматриваемой системы при условии $c + \delta = b - c$ (симметричный зазор) следует также, что потоки $\Phi_{x=0}$ и $\Phi_{x=b}$ связаны соотношением $|\Phi_{x=\delta}| = |\Phi_{x=0}|$, которое непосредственно сравнением выражений (5) и (6) в этом случае проверить трудно, но численный расчет подтвердил выполнение этого соотношения.

Относительно же расчетных выражений для потоков Φ_1 и Φ_2 заметим, что для анализа достаточно иметь одно из этих выражений. Рассмотрение обмоточного окна можно было осуществить так, чтобы правый полюс длиной $b - c - \delta$ (рис. 1) был левым полюсом.

Результаты расчетов. По выражениям (4)–(9) был произведен прямой расчет удельных потоков при различных соотношениях размеров обмоточного окна. При этом расчет осуществлялся с контролем точности по величине последнего слагаемого суммы (менее 10^{-3} % относительно расчетного значения суммы). Кроме того, для слагаемых с большим номером осуществлялся переход от неопределенностей в отношениях гиперболических функций к конечным выражениям. Некоторые результаты расчетов представлены на рис. 3 в виде зависимостей соответствующих потоков от относительного зазора $\delta^* = \delta/b$, который выражен в долях максимально возможного относительного зазора $\delta_{max}^* = (b-c)/b$ как

$$\delta^* = k_{\delta} \delta_{max}^*,$$

где k_{δ} – указанные доли ($k_{\delta} = \delta^* / \delta_{max}^*$)

Заметим, что $k_{\delta} = 0$ соответствует случаю от-

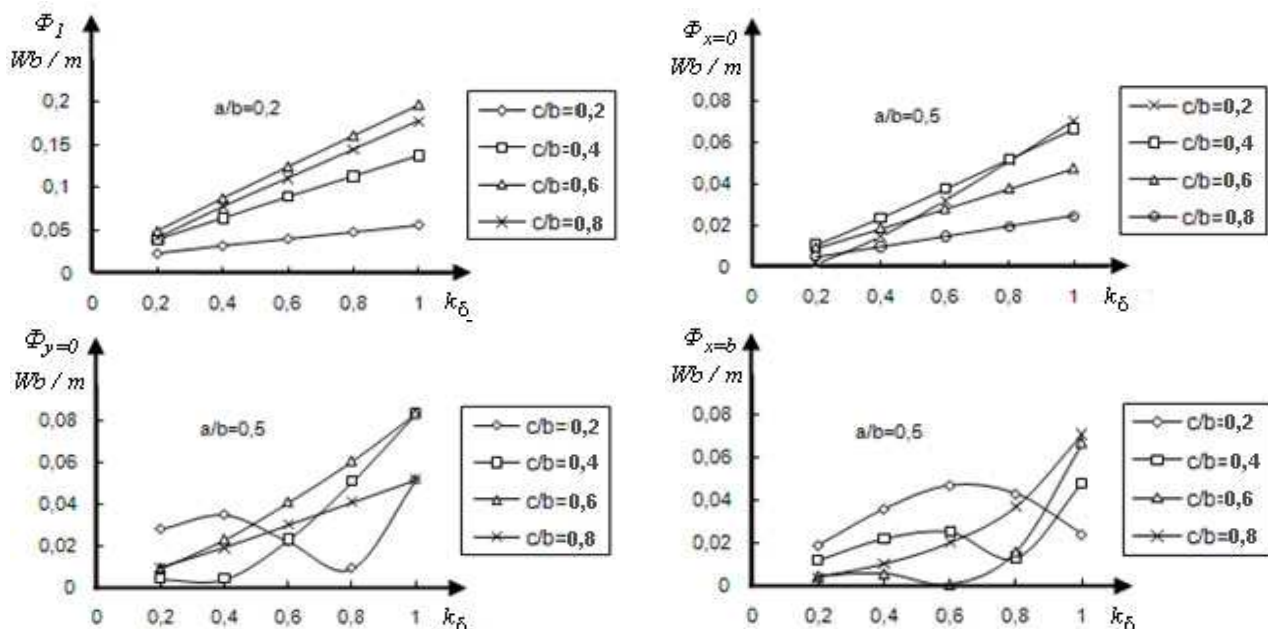


Рисунок 3 – Зависимости магнитного потока с поверхностями обмоточного окна от относительного зазора

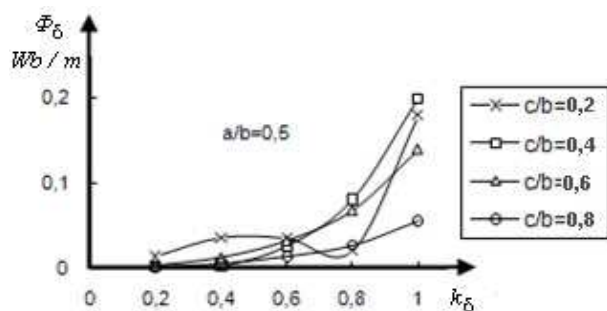


Рисунок 4 – Результаты расчета потока Φ_{δ}

Обсуждение результатов. Из рис. 3 видно, что для потока Φ_I его зависимость от относительного зазора может быть аппроксимирована линейной зависимостью для различных соотношений размеров обмоточного окна. Это объясняет принятую в инженерной практике замену реального распределения

магнитного поля в обмоточном окне на однородное поле между внутренней поверхностью полюса и поверхностью сердечника. Линейной является также и зависимость потока $\Phi_{x=0}$ с левой боковой поверхности обмоточного окна.

магнитного поля в обмоточном окне на однородное поле между внутренней поверхностью полюса и поверхностью сердечника. Линейной является также и зависимость потока $\Phi_{x=0}$ с левой боковой поверхности обмоточного окна.

Для расчета удельных потоков по (4)–(9) было принято $j_z = 1 \text{ A/mm}^2$. Для других значений плотности тока расчетные значения удельных потоков (рис. 3) должны быть, согласно (4)–(9), изменены пропорционально.

В связи с проведенными расчетами укажем, что допущение о постоянстве тангенциальной составляющей индукции на линии зазора не означает отсутствия нормальной составляющей вектора индукции. В этом случае должен иметь место и магнитный поток через зазор в обмоточном окне – поток Φ_{δ} , определяемый выражением (9). Это подтверждается результатами прямого расчета (рис. 4).

Что касается магнитных потоков с других поверхностей обмоточного окна, то их зависимости от относительного зазора носят менее регулярный характер.

Относительно же потока Φ_{δ} заметим, что в [3] указано, как можно определить величину погрешности, вносимую допущением о постоянстве тангенциальной составляющей индукции на линии зазора, вместо принятия ее силовой линией. Соответствующий подход (введение на линии зазора токового слоя) может быть применен также в рассматриваемом случае. Это требует дополнительных расчетов. Их реализация может рассматриваться как задача дальнейших исследований.

Проверка расчетных выражений (4)-(9) на основе вычислительного эксперимента. Для проверки расчетных выражений удельных магнитных потоков с поверхности обмоточного окна был использован вычислительный эксперимент, основанный на компьютерном расчете плоскопараллельного магнитного поля в магнитной системе постоянного тока с применением программного продукта FEMM [8, 9]. Эта магнитная система броневого типа с внутренним зазором между полюсами имеет область обмоточного окна, которая идентична области, рассматриваемой в данной работе (рис. 5). Отметим, что сечения магнитопровода и полюсов электромагнитной системы, рассматриваемой в вычислительном эксперименте, принимались одинаковыми, как это имеет место для реальных электромагнитов. Магнитная проницаемость железа принималась постоянной и равной $10^5 \mu_0$, чтобы смоделировать ненасыщенное магнитное состояние полюсов при бесконечной магнитной проницаемости железа магнитопровода.

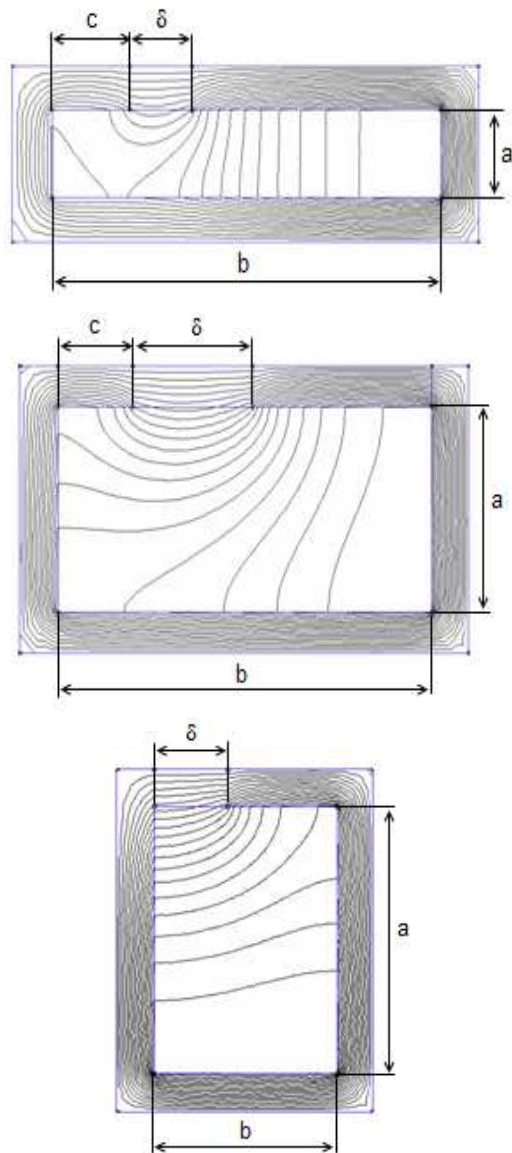


Рисунок 5 – Распределение магнитного потока в электромагните для различных соотношений геометрических размеров

Для согласования результатов расчетов при вычислительном эксперименте с расчетными результатами по выражениям (4)–(9) плотность тока в электромагните-модели принималась также равной 1 A/мм^2 .

В расчетной модели электромагнита силовая линия проходила не по линии, отделяющей междуполюсное пространство от обмоточного окна, а по линии симметрии полюсов. Это позволило оценить правомерность принятия условия постоянства тангенциальной составляющей вектора магнитной индукции на границе обмотки с зазором.

В табл. 1 для сравнения приведены результаты расчетов удельных потоков Φ_1 и $\Phi_{y=0}$ по выражениям (4) и (5) и расчетов этих же потоков в вычислительном эксперименте. Данные табл. 1 показывают совпадение между расчетом по полученным в данной работе выражениям и результатами вычислительного эксперимента (соответствующая погрешность приведена в последней колонке табл. 1).

Таким образом, можно утверждать, что полученные выражения (4)–(9) для удельных потоков в обмоточном окне плоского электромагнита адекватно отражают зависимости этих потоков от соотношений размеров обмоточного окна.

Таблица 1 – Расчетные значения удельных потоков

Расчетный поток, Вб/м	c/b	Расчет		ε, %
		Формулы (4, 5)	FEMM	
$a/b = 0,5, \delta^* = 0,2$				
$\Phi_1 \cdot 10^3$	0,4	3,69	3,97	7,6
	0,6	5,81	6,09	4,8
	0,8	9,06	9,32	2,9
$\Phi_{y=0} \cdot 10^3$	0,4	4,09	4,14	1
	0,6	1,42	1,43	0,7
	0,8	2,94	2,92	0,68
$a/b = 0,5, \delta^* = 0,4$				
$\Phi_1 \cdot 10^3$	0,4	2,81	3,00	6,8
	0,6	4,68	5,03	7,5
	0,8	7,81	8,18	4,7
$\Phi_{y=0} \cdot 10^3$	0,4	2,04	2,02	1
	0,6	1,80	1,78	1,1
	0,8	3,04	3,03	0,38
$a/b = 0,2, \delta^* = 0,2$				
$\Phi_1 \cdot 10^3$	0,4	1,63	1,73	6,1
	0,6	3,11	3,24	4,2
	0,8	5,31	5,42	2,1
$\Phi_{y=0} \cdot 10^3$	0,4	5,02	4,95	1,4
	0,6	1,75	1,74	0,6
	0,8	3,92	3,91	0,3
$a/b = 0,2, \delta^* = 0,4$				
$\Phi_1 \cdot 10^3$	0,4	1,35	1,46	8,15
	0,6	2,76	2,90	5,1
	0,8	5,37	5,52	2,8
$\Phi_{y=0} \cdot 10^3$	0,4	2,51	2,40	4,4
	0,6	2,25	2,20	2,2
	0,8	4,14	4,11	0,7

Выводы. 1. Получены аналитические выражения, позволяющие определять магнитные потоки с поверхностей обмоточного окна плоскопараллельного электромагнита для любых соотношений его размеров.

2. Установлено, что зависимость потока с поверхности полюса от относительного зазора может быть принята линейной.

3. Показано, что имеет место магнитный поток в обмоточное окно через воздушный зазор, наличие которого обуславливает погрешность, вносимую допущением о постоянстве тангенциальной составляющей индукции на этой границе.

4. Сравнение результатов расчета по полученным выражениям с данными вычислительного эксперимента показало, что эти выражения правильно отражают влияние соотношения размеров обмоточного окна на значение магнитных потоков.

ЛИТЕРАТУРА

1. Электромагниты общемашиностроительные [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://www.alpha-sem.ru/Mash/sol_mash.htm. – Заглавие с экрана.

2. Branspiz Yu., Zagirnyak M., Pshenichnyi A. Method of Shell-type Electromagnet Calculation on Single-loop Equivalent Circuit // Przeglad Elektrotechniczny. – 2006. – № 12. – P. 126-129.

3. Долинский Ю.М. К расчету втяжных электромагнитов / Вопросы контактной аппаратуры автома-

тики // Вестник национального технического университета «ХПИ». – Харьков: Вища школа, 1968. – Вып. 3, № 28 (76). – С. 56–62.

4. Нейман Л.Р., Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники. В 2-х т. Т. 2. – Л.: Энергоиздат, 1981. – 416 с.

5. Бранспиз Ю.А., Вельченко А.А. Расчет векторного потенциала в обмоточном окне плоскопараллельного электромагнита с несимметричным зазором // Техническая электродинамика: Тем. выпуск «Проблемы современной электроники». – 2010, ч. 1. – С. 21–24.

6. Бинс К., Лауренсон П. Анализ и расчет электрических и магнитных полей. – М.: Энергия, 1970. – 376 с.

7. Загирняк М.В., Бранспиз Ю.А. Шкивные магнитные сепараторы. – К.: Техника, 2000. – 304 с.

8. Meeker D. Finite element method magnetics: User's manual [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://femm.berlios.de>.

9. Буль О.Б. Методы расчета магнитных систем электрических аппаратов: Магнитные цепи, поля и программа FEMM. – М.: Изд. центр «Академия», 2005. – 336 с.

Стаття надійшла 15.06.2011 р.
Рекомендовано до друку д.т.н., проф.
Чорним О.П

ДОСЛІДЖЕННЯ РОЗПОДІЛУ МАГНІТНИХ ПОТОКІВ В ОБМОТУВАЛЬНОМУ ВІКНІ ПЛОСКОПАРАЛЕЛЬНОГО ЕЛЕКТРОМАГНІТУ

М. В. Загирняк., д.т.н., проф.

Кременчуцький національний університет імені Михайла Остроградського

вул. Першотравнева, 20, 39600, м. Кременчук, Україна

Ю. А. Бранспіз, д.т.н, проф., Г. О. Вельченко, асп.

Східноукраїнський національний університет імені Володимира Даля

кв. Молодіжний, 20-а, 91034, м. Луганськ, Україна

E-mail: mzagirn@kdu.edu.ua, branspiz@mail.ru, anna.velchenko@gmail.com

Отримані розрахункові вирази для магнітних потоків з поверхні обмотувального вікна плоского електромагніту, що має несиметричний зазор. Дано аналіз результатів відповідних розрахунків.

Ключові слова: електромагніт, магнітний потік, векторний потенціал.

THE INVESTIGATION OF MAGNETIC FLUXES IN THE WINDOW SPACE OF PLANE-PARALLEL ELECTROMAGNET

M. Zagirnyak, D.Sc. (Eng.), Prof.

Kremenchuk Mykhailo Ostrohradskyi National University

vul. Pershotravneva, 20, 39600, Kremenchuk, Ukraine

Yu. Branspiz, D.Sc. (Eng.), Prof., A. Velchenko, post-grad.

East Ukraine Volodymyr Dahl National University

kv. Molodizhnyi, 20, 91034, Lugansk, Ukraine

E-mail: mzagirn@kdu.edu.ua, branspiz@mail.ru, anna.velchenko@gmail.com

Calculation expressions for magnetic fluxes from the surface of a window space of a flat electromagnet with asymmetrical gap have been obtained. The analysis of the relevant calculation results has been given.

Key words: electromagnet, magnetic flux, vector potential.