

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В КОАКСИАЛЬНО-ЛИНЕЙНОМ ДВИГАТЕЛЕ С МАССИВНЫМ МАГНИТОПРОВОДОМ

А. В. Жильцов, д.т.н., проф., Д. С. Сорокин, асп.

Национальный университет биоресурсов и природоиспользования Украины

ул. Героев обороны, 12, 03041, г. Киев, Украина

E-mail: azhilt@mail.ru

И. П. Кондратенко, д.т.н., проф., А. П. Ращепкин, д.т.н., проф.

Институт электродинамики НАН Украины

пр. Победы, 56, 03057, г. Киев, Украина

Разработана математическая модель связанных нестационарных электромагнитных и механических процессов в коаксиально-линейном приводе с массивными магнитопроводами.

Ключевые слова: линейный двигатель, массивный магнитопровод, нестационарный электромагнитный и механический процесс.

Введение. Применение импульсных систем в процессах различных машин и механизмов предполагает использование возвратно-поступательного движения. Для его реализации могут употребляться коаксиально-индукционные линейные двигатели (КЛД). Следует отметить, что наряду с традиционно применяемыми гидравлическими и пневматическими устройствами и системами электромеханические приводы имеют ряд важных преимуществ, таких, как высокий КПД, хорошие динамические показатели, низкие затраты на обслуживание, и, благодаря своим конструктивным особенностям, они вытеснили двигатели вращения с преобразованием вращательного движения в поступательное из многих устройств исполнительных механизмов.

При проектировании электротехнических устройств приходится перебирать большое количество вариантов для выбора наилучшей конструкции, что, как правило, удается с большими временными, материальными и энергетическими затратами. Поэтому актуальным является построение математических моделей, адекватно отражающих процессы в рассматриваемых устройствах, а также создание на их основе вычислительных алгоритмов и программных комплексов, заметно ускоряющих и удешевляющих процесс проектирования.

Анализ предыдущих исследований. Для расчета электромагнитных полей наиболее широко в настоящее время применяются метод конечных разностей (МКР), метод конечных элементов (МКЭ), методы, основанные на интегральных уравнениях или теории цепей, а также комбинированные методы, использующие достоинства различных методов и свободные от их недостатков [1–8]. При выборе численного метода следует учитывать особенности объекта исследования – электромагнитной системы линейного двигателя, а особенности его конструкции таковы, что применение МКЭ, МКР для моделирования связанных электромагнитных и механических процессов нельзя назвать рациональным, так как они обладают рядом недостатков (искусственное ограничение области расчета, дискретизация окружающего пространства и др.). В связи с этим при анализе электромагнитных процессов в КЛД наиболее удобным ока-

зывается метод интегральных уравнений для источников магнитного поля: вихревых токов и связанных токов намагниченности на границах раздела [2–8].

В работе [8] разработана математическая модель электромеханического процесса в КЛД в предположении, что магнитопровод выполнен шихтованным. Это позволило представить электромагнитную силу в квадратичной форме относительно мгновенных значений токов в обмотках, что существенно упростило моделирование. Однако изготовление шихтованного магнитопровода для устройств подобного типа представляет собой сложную технологическую задачу, вариантом решения которой является изготовление магнитопровода массивным, что, в свою очередь, требует учета влияния вихревых токов на электромеханический процесс в электроприводе.

Цель работы. Разработка математической модели нестационарного электромеханического процесса в коаксиально-линейном двигателе на основе метода интегральных уравнений и исследование с ее помощью закономерностей влияния параметров электромагнитной системы на силовые и энергетические характеристики устройства.

Материал и результаты исследования. На рис. 1 показана упрощенная схема КЛД, состоящего из соосно расположенных кольцевых катушек и торoidalных стальных тел.

Каждая обмотка состоит из одинаковых катушек, концы которых так соединены с соседними катушками, что поле у них встречное. Число катушек, из которых состоит обмотка якоря, статора, будем обозначать соответственно N_{W_1} , N_{W_2} . Число витков в каждой катушке якоря, статора будем обозначать w_1 , w_2 . Обмотка якоря питается от источника постоянного напряжения $u_1 = const$, обмотка статора – от преобразователя частоты с напряжением $u_2 = u_2(t)$. Считаем известными геометрические параметры системы, а также электрические и магнитные свойства материалов: γ_1 , γ_2 – электропроводность материалов якоря и статора; μ_1 , μ_2 – абсолютная магнитная проницаемость материала якоря и статора, $\mu = const$; k – коэффициент жесткости

пружин; m – масса якоря. Принятые обозначения: D_1 – магнитопровод якоря, D_{W_1} – обмотка якоря, D_2 – магнитопровод статора, D_{W_2} – обмотка статора.

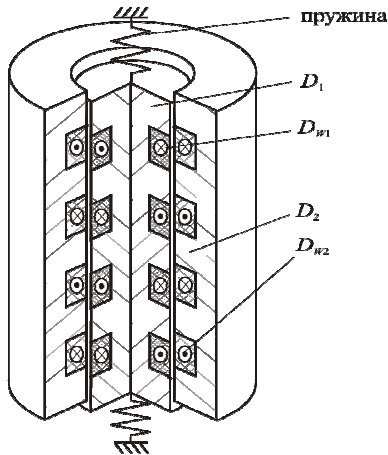


Рисунок 1 – Упрощенная электромагнитная система коаксиально-линейного двигателя

Из-за геометрических особенностей рассматриваемой системы задача решается в осесимметричном варианте (рис. 2).

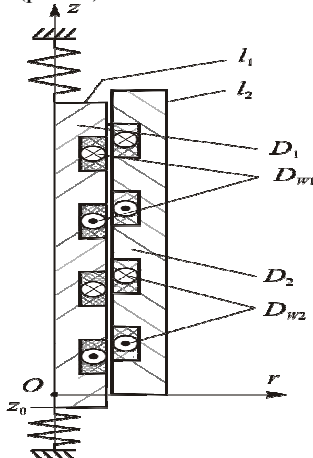


Рисунок 2 – Сечение устройства меридианной плоскостью

Запишем основные соотношения для осесимметричного магнитного поля:

$$\begin{aligned}\bar{\delta}(Q,t) &= \bar{e}_\alpha \delta(r,z,t); \\ \bar{E}(Q,t) &= \bar{e}_\alpha E(r,z,t); \\ \bar{A}(Q,t) &= \bar{e}_\alpha A(r,z,t); \\ \bar{B}(Q,t) &= \bar{e}_r B_r(r,z,t) + \bar{e}_z B_z(r,z,t); \\ \bar{V}(Q,t) &= \bar{e}_z V(r,z,t),\end{aligned}$$

где $\bar{\delta}(Q,t)$ – мгновенная плотность вихревых токов или токов в обмотках в точке Q ; $\bar{E}(Q,t)$, $\bar{B}(Q,t)$ $\bar{A}(Q,t)$ $\bar{V}(Q,t)$ – мгновенное значение напряженности электрического поля, магнитной индукции, векторного магнитного потенциала, скорости движения якоря в точке Q ; r, z – координаты точки Q в цилиндрической системе координат; $\bar{e}_r, \bar{e}_\alpha, \bar{e}_z$ – орты цилиндрической системы координат.

Краевая задача для расчета векторного магнитного потенциала в данной магнитной системе формулируется в виде:

$$\Delta \bar{A}(Q,t) = -\mu_0 \bar{\delta}_w(Q,t), Q \in D_w, D_w = D_{W_1} \cup D_{W_2}; \quad (1)$$

$$\Delta \bar{A}(Q,t) = -\mu \bar{\delta}(Q,t), Q \in D, D = D_1 \cup D_2; \quad (1)$$

$$\Delta \bar{A}(Q,t) = 0, Q \in D^-; \quad (2)$$

$$\bar{A}^-(Q,t) \times \bar{n}_Q = \bar{A}^+(Q,t) \times \bar{n}_Q, Q \in L, L = L_1 \cup L_2; \quad (3)$$

$$\mu_0^{-1} \bar{n}_Q \times \text{rot} \bar{A}^-(Q,t) = \mu^{-1} \bar{n}_Q \times \text{rot} \bar{A}^+(Q,t), Q \in L; \quad (4)$$

$$\bar{\delta}_w(Q,0) = \bar{\delta}_w^0(Q), \bar{\delta}(Q,0) = \bar{\delta}^0(Q); \quad (5)$$

$$\bar{A}(\infty) = 0, \quad (6)$$

где $\bar{\delta}_w(Q,t)$ – мгновенная плотность токов в обмотке якоря и статора в точке Q ; $\bar{\delta}_N(Q,t)$ – мгновенная плотность вихревых токов в массивном ферромагнетике; $\bar{A}^+(Q,t)$, $\bar{A}^-(Q,t)$ – мгновенные предельные значения векторного потенциала при стремлении точки Q к границе L соответственно с внутренней и наружной стороны; \bar{n}_Q – внешняя нормаль к границе магнитопровода в точке Q .

Решение краевой задачи ищем в виде [2]:

$$\begin{aligned}A(Q,t) &= \frac{\mu_0}{2\pi} \int_{D_w} \delta_w(M,t) T(Q,M) ds_M + \\ &+ \frac{\mu}{2\pi} \int_D \delta(M,t) T(Q,M) ds_M + \\ &+ \frac{\mu_0}{2\pi} \int_L \sigma(M,t) T(Q,M) dl_M,\end{aligned} \quad (8)$$

где $\sigma(M,t)$ – проекция на азимутальное направление мгновенного значения поверхностной плотности токов намагниченности на границе L ; $T(Q,M) = \sqrt{r_M/r_Q} f(k)$, $f(k) = (2/k - k) K(k) - (2/k) E(k)$, $K(k)$, $E(k)$ – полные эллиптические интегралы соответственно первого и второго рода.

$$k^2 = \frac{4r_Q r_M}{(r_Q + r_M)^2 + (z_Q - z_M)^2},$$

где r_Q, z_Q, r_M, z_M – координаты точек Q и M .

Удовлетворяя решение (8) граничному условию (5), приходим к следующему интегральному уравнению:

$$\begin{aligned}\sigma(Q,t) + \frac{\chi}{\pi} \int_L \sigma(M,t) P(Q,M) dl_M + \\ + \frac{\mu}{\mu_0} \frac{\chi}{\pi} \int_D \delta(M,t) P(Q,M) ds_M = \\ = -\frac{\chi}{\pi} \int_{D_w} \delta_w(M,t) P(Q,M) ds_M, Q \in L,\end{aligned} \quad (7)$$

где $\chi = (\mu - \mu_0) / (\mu + \mu_0)$, $\lambda = \mu_0 / (2\pi)$,

$P(Q,M) = n_z(Q) b_r(Q,M) - n_r(Q) b_z(Q,M)$,

$$\begin{aligned}b_r(Q,M) &= \frac{z_Q - z_M}{r_Q \sqrt{(r_Q + r_M)^2 + (z_Q - z_M)^2}} \times \\ &\times \left[-K(k) + \frac{r_Q^2 + r_M^2 + (z_Q - z_M)^2}{(r_Q - r_M)^2 + (z_Q - z_M)^2} E(k) \right],\end{aligned}$$

$$b_z(Q, M) = \frac{1}{\sqrt{(r_Q + r_M)^2 + (z_Q - z_M)^2}} \times \\ \times \left[K(k) + \frac{r_M^2 - r_Q^2 - (z_Q - z_M)^2}{(r_Q - r_M)^2 + (z_Q - z_M)^2} E(k) \right],$$

$n_r(Q)$, $n_z(Q)$ – компоненты внешней нормали к границе в точке Q .

В сечении массивных проводников выполняется закон Ома:

$$\delta_1(Q, t) = \gamma_1 \left[E(Q, t) + \bar{e}_\alpha (\bar{V}(Q, t) \times \bar{B}(Q, t)) \right], Q \in D_1, \quad (8)$$

$$\delta_2(Q, t) = \gamma_2 E(Q, t), \quad Q \in D_2; \quad (9)$$

где $\bar{E} = -\frac{\partial \bar{A}}{\partial t} - \text{grad} \varphi$; φ – скалярный электрический потенциал; в рассматриваемом осесимметричном случае $\text{grad} \varphi = 0$ [9], тогда

$$\bar{E} = -\frac{\partial \bar{A}}{\partial t}. \quad (10)$$

Подставляя выражение (12) в уравнения (10)–(11) и используя выражение для векторного потенциала (8), приходим к следующей системе уравнений:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_L \sigma(M, t) T(Q, M) dl_M + \frac{\delta_1(Q, t)}{\gamma_1 \lambda} +$$

$$+ \frac{\mu}{\mu_0} \frac{\partial}{\partial t} \int_D \delta(M, t) T(Q, M) ds_M = \quad (11)$$

$$= -\frac{\partial}{\partial t} \int_{D_w} \delta_w(M, t) T(Q, M) ds_M + \Phi(Q, t); \quad Q \in D_1$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_L \sigma(M, t) T(Q, M) dl_M + \frac{\delta_2(Q, t)}{\gamma_2 \lambda} +$$

$$+ \frac{\mu}{\mu_0} \frac{\partial}{\partial t} \int_D \delta(M, t) T(Q, M) ds_M = \quad (12)$$

$$= -\frac{\partial}{\partial t} \int_{D_w} \delta_w(M, t) T(Q, M) ds_M, \quad Q \in D_2,$$

где $\Phi(Q, t) = \frac{1}{\lambda} V_z(Q, t) B_r(Q, t)$,

$$B_r(Q, t) = \frac{\mu}{2\pi D} \int \delta(M, t) b_r(Q, M) ds_M +$$

$$+ \frac{\mu_0}{2\pi L} \int \sigma(M, t) b_r(Q, M) dl_M + \frac{\mu_0}{2\pi D_w} \int \delta_w(M, t) b_r(Q, M) ds_M,$$

$$B_z(Q, t) = \frac{\mu}{2\pi D} \int \delta(M, t) b_z(Q, M) ds_M +$$

$$+ \frac{\mu_0}{2\pi L} \int \sigma(M, t) b_z(Q, M) dl_M + \frac{\mu_0}{2\pi D_w} \int \delta_w(M, t) b_z(Q, M) ds_M.$$

$B_r(Q, t)$, $B_z(Q, t)$ – мгновенное значение r и z компонент индукции магнитного поля в точке Q .

В системе (9)–(13), (14) остаются неизвестными плотности токов в обмотках якоря и статора, поскольку считается заданным напряжение на них. Поэтому записанная система уравнений (9)–(13), (14) дополняется уравнениями, устанавливающими

связь между напряжением на обмотках и полным токораспределением в электромагнитной системе.

$$u_1 = i_1(t) R_1 + \frac{d\Psi_1(t)}{dt}; \quad (13)$$

$$u_2(t) = i_2(t) R_2 + \frac{d\Psi_2(t)}{dt}, \quad (14)$$

где u_1 , $u_2(t)$ – напряжение на концах обмотки статора и якоря; $i_1(t)$, $i_2(t)$ – токи в обмотках якоря и статора; R_1 , R_2 – сопротивление обмотки якоря или статора; $\Psi_1(t)$, $\Psi_2(t)$ – полные потокоцепления с обмоткой якоря, статора, определяемые следующим образом:

$$\Psi_1(t) = \sum_{i=1}^{N_1} \sum_{j=1}^{w_1} \Psi_{ij}(t); \quad \Psi_{ij}(t) = 2\pi r_{ij} A_1(Q_{ij}, t); \quad (15)$$

$$\Psi_2(t) = \sum_{i=1}^{N_2} \sum_{j=1}^{w_2} \Psi_{2ij}(t); \quad \Psi_{2ij}(t) = 2\pi r_{2ij} A_2(Q_{ij}, t), \quad (16)$$

где N_1 , N_2 – количество катушек в обмотке якоря или статора; w_1 , w_2 – количество витков в катушке якоря или статора; $A(Q_{ij}, t)$ – значение векторного потенциала в центре j -го витка i -ой катушки, определяемое с помощью формулы (8); r_{ij} – радиус j -го витка i -ой катушки якоря или статора.

После подстановки выражения для векторного потенциала (8) в соотношения (17), (18) уравнения (15), (16) примут вид:

$$u_1 = i_1(t) R_1 + \frac{d}{dt} \sum_{i=1}^{N_1} r_i \sum_{j=1}^{w_1} \left(\mu_0 \int_{D_w} \delta_w(M, t) T(Q_i, M) ds_M \right) +$$

$$+ \frac{d}{dt} \sum_{i=1}^{N_1} r_i \sum_{j=1}^{w_1} \left(\mu \int_D \delta(M, t) T(Q_i, M) ds_M \right) +$$

$$+ \frac{d}{dt} \sum_{i=1}^{N_1} r_i \sum_{j=1}^{w_1} \left(\mu_0 \int_L \sigma(M, t) T(Q_i, M) dl_M \right), \quad (17)$$

$$u_2(t) = i_2(t) R_2 + \frac{d}{dt} \sum_{i=1}^{N_2} r_i \sum_{j=1}^{w_2} \left(\mu_0 \int_{D_w} \delta_w(M, t) T(Q_i, M) ds_M \right) +$$

$$+ \frac{d}{dt} \sum_{i=1}^{N_2} r_i \sum_{j=1}^{w_2} \left(\mu \int_D \delta(M, t) T(Q_i, M) ds_M \right) +$$

$$+ \frac{d}{dt} \sum_{i=1}^{N_2} r_i \sum_{j=1}^{w_2} \left(\mu_0 \int_L \sigma(M, t) T(Q_i, M) dl_M \right).$$

Таким образом, решая систему уравнений (9), (13), (14), (19), (20), определяем мгновенные значения токов в катушках $\bar{\delta}_w(Q, t)$, вихревых токов $\bar{\delta}(Q, t)$ и поверхностную плотность токов намагниченности на границе ферромагнетика $\bar{\sigma}(Q, t)$.

Полученные значения распределения токов позволяют найти мгновенное значение силы, действующей на якорь КЛД. Мгновенная объемная плотность электродинамических усилий определяется как

$$\bar{f}(Q, t) = \bar{\Omega}(Q, t) \bar{B}(Q, t),$$

где $\bar{\Omega}(Q, t)$ – мгновенная плотность тока $\bar{\Omega}(Q, t) = \bar{\delta}(Q, t) \cup \bar{\delta}_w(Q, t) \cup \bar{\sigma}(Q, t)$; $\bar{B}(Q, t)$ – мгновенное значение индукции магнитного поля в точке Q , $Q \in D = D_1 \cup L_1 \cup D_{w1}$;

$$\vec{f}(Q,t) = \vec{e}_r \Omega(Q,t) B_z(Q,t) - \vec{e}_z \Omega(Q,t) B_r(Q,t).$$

Тогда выражение для мгновенного значения z-компоненты электродинамической силы $F_z(Q,t)$, действующей на якорь КЛД, принимает вид:

$$F_z(t) = - \int_S \Omega(Q,t) B_r(Q,t) ds_Q, \quad (19)$$

где $S = D_1 \cup D_{w1} \cup L_1$.

Далее, зная мгновенное значение силы $F_z(t)$, запишем закон движения якоря КЛД:

$$m \frac{dV(t)}{dt} = -2kz(t) - mg + F_z(z,t); \quad (20)$$

$$\frac{dz}{dt} = V; \quad (21)$$

$$z(0) = z_{(0)}; \quad (22)$$

$$V(0) = V_{(0)}. \quad (23)$$

Задаваясь начальными значениями для координаты и скорости (24), (25), а также мгновенным значением электродинамической силы $F_z(z,t)$, находим из уравнения (22) мгновенные значения координаты $z(t)$ и скорости $V(t)$.

Выводы. Разработана математическая модель связанных нестационарных электромагнитных и механических процессов в коаксиально-линейном приводе с массивными магнитопроводами, с помощью которой может быть проведен анализ влияния свойств материалов конструктивных элементов КЛД, а также закона изменения напряжения, приложенного к обмотке статора, на тяговую характеристику двигателя.

ЛИТЕРАТУРА

1. Голенков Г.М., Бондар Р.П., Макогон С.А. Моделирование работы электричного вибратора с коаксиально-линейным индукционным двигателем при разных законах регулирования // Технична електродинаміка. – 2007. – № 2. – С. 54–59.

2. Тозони О.В., Петрушенко Е.И. Расчет переходных процессов в токопроводах // Теоретическая электротехника. – Львов: Изд-во Львов. ун-та. – 1966. – Вып. 2. – С. 144–147.

3. Тозони О.В. Расчет электромагнитных полей на вычислительных машинах. – Киев, Техніка, 1967. – 252 с.

4. Петрушенко Е.И., Квачев Г.С. Расчет переходных процессов в осесимметричных устройствах // Теоретическая электротехника. – Львов: Изд-во Львов. ун-та. – 1967. – Вып. 3. – С. 141–146.

5. Боженко А.И., Петрушенко Е.И. Моделирование на ЭВМ переходных процессов в осесимметричных устройствах с немагнитными проводниками с учетом симметричности исходного интегродифференциального уравнения. – К.: Ин-т электродинамики АН УССР, 1984. – 51 с. – (Препринт / АН УССР, Ин-т электродинамики; 372).

6. Жильцов А.В. Математическая модель неустановившегося магнитогидродинамического процесса в осесимметричных электротехнических устройствах // Электронное моделирование. – 2009. – Т. 31, № 1. – С. 3–20.

7. Петрушенко Е.И. Моделирование процесса разряда емкости на осесимметричную немагнитную систему двух массивных индукторов, один из которых закреплен, второй поступательно перемещается вдоль оси системы // Методы математического моделирования в энергетике: сборник научных трудов. – Киев: Наукова думка, 1992. – С. 116–124.

8. Евдокимов В.Ф., Жильцов А.В. Расчет электромагнитных и тяговых характеристик коаксиально-линейного индукционного двигателя электрического вибратора методом интегральных уравнений // Электронное моделирование. – 2008. – Т. 30, №4. – С. 85–96.

9. Петрушенко Е.И. К расчету вихревых токов в проводниках сложной формы // Известия АН СССР. Энергетика и транспорт. – 1966. – № 6. – С. 59–70.

Стаття надійшла 27.06.2011 р.
Рекомендовано до друку д.т.н., проф.
Чорним О.П

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ НЕСТАЦІОНАРНИХ ЕЛЕКТРОМЕХАНІЧНИХ ПРОЦЕСІВ У КОАКСІАЛЬНО-ЛІНІЙНОМУ ДВИГУНІ

А. В. Жильцов, д.т.н., проф., Д. С. Сорокін, асп.

Національний університет біоресурсів і природокористування України

вул. Героїв оборони, 12, 03041, м. Київ, Україна

І. П. Кондратенко, д.т.н., проф., А. П. Ращепкин, д.т.н., проф.

Інститут електродинаміки НАН України, м. Київ

просп. Перемоги, 56, 03057, м. Київ, Україна

Розроблено математичну модель зв'язаних нестационарних електромагнітних і механічних процесів у коаксиально-лінійному приводі з масивними магнітопроводами.

Ключові слова: лінійний двигун, масивний магнітопровід, нестационарний електромагнітний і механічний процес.

MATHEMATICAL DESIGN OF ELECTRO-MECHANICAL TRANSIENTS IN COAXIAL-LINEAR ENGINE

A. Zhiltsov, D.Sc. (Eng.), Prof., D. Sorokin, post-grad.

National University of Life and Environmental Sciences of Ukraine

vul. Geroiv Oboroni, 12, 03041, Kyiv, Ukraine

E-mail: azhilt@mail.ru

I. Kondratenko, D.Sc. (Eng.), Prof., A. Roschepkin, D.Sc. (Eng.), Prof.

Institute of Electrodynamics of NAS of Ukraine

prosp. Peremohy, 56, 03057, Kyiv, Ukraine

The mathematical model of the electromagnetic and mechanical transients is developed in a coaxial-linear engine with massive magnetic conductors.

Key words: linear engine, massive magnetic conductor, electromagnetic and mechanical transient.