

УТОЧНЕНА МОДЕЛЬ АБСОЛЮТНОЇ ПОХИБКИ ДИСКРЕТИЗАЦІЇ ІНТЕГРАЛЬНИХ ХАРАКТЕРИСТИК РОЗРИВНИХ СИГНАЛІВ ВЕНТИЛЬНИХ ЕЛЕКТРОПРИВОДІВ І ЇЇ КОМПЕНСАЦІЯ

Сидоренко В.М., старш. викл., Чорний О.П., д.т.н., проф., Рилова Н.В., старш. викл., Івко М. А., студент

Кременчуцький державний університет імені Михайла Остроградського

вул. Першотравнева, 20, м. Кременчук

E-mail: vnsidorenko@gmail.com, E-mail: apch@kdu.edu.ua

Вступ. Відомо, що при дискретизації сигналів виникає похибка, природа якої пов'язана з втратою інформації стосовно поведінки сигналу між відліками [1-3]. При дослідженні періодичних сигналів це, зокрема, призводить до похибки визначення періоду, що не бажано при аналізі сигналів на періоді повторюваності процесів. При розв'язку задач електромеханіки виникає необхідність обчислення оцінок гармонічних складових, діючих та середніх значень сигналів і т. ін., що потребує застосування операції інтегрування [4, 5]. У роботах [6, 7] запропонована структура адитивної моделі формування похибки гармонічного аналізу розривних сигналів. Емпіричним шляхом доведено, що компонента, викликана наявністю розриву, має найбільшу вагу. Авторами запропоновано метод корекції сигналів, що передує гармонічному аналізу (ГА), виконано синтез відповідних алгоритмів і досліджено ефективність їх застосування у системах з вентильним приводом.

З літературних джерел [1-3] відомі підходи стосовно оцінки похибки інтегрування дискретних сигналів, але, як показала практика, застосування їх для розривних сигналів, зокрема в електроприводі, не зовсім коректне і не дає змоги запропонувати шляхи її компенсації.

Мета роботи. Структурний та параметричний аналіз і синтез математичної моделі абсолютної похибки інтегрування розривних дискретних електричних сигналів вентильних приводів для реалізації методу компенсації похибки.

Матеріал і результати дослідження. Розглянемо тривіальну ситуацію, типову для сигналів вентильного приводу, наведену на рис. 1. Сигнали напруги та струму мають два розриви першого роду. При цьому момент першого розриву синхронізовано з відліком, а другий – ні. В даному випадку будь-який інтеграл з використанням у підінтегральному виразі сигналів виду а) або б) буде призводити до виникнення похибки дискретизації. Наприклад, замість інтегралу

$$U_k^a = \frac{2}{T} \int_0^T u(t) \cos\left(\frac{k2\pi t}{T}\right) dt \quad \text{буде використовуватись}$$

інтегральна сума $U_k^{da} = \frac{2}{N} \sum_{k=0}^{N-1} u[i] \cos\left(\frac{k2\pi i}{N}\right)$. Якщо

(2) при використанні методу правих прямокутників:

при фіксованому k умовно позначити підінтегральну функцію як

$$f(t) = \frac{2}{T} u(t) \cos\left(\frac{k2\pi t}{T}\right) = \begin{cases} f_1(t) = \frac{2}{T} u_1(t) \cos\left(\frac{k2\pi t}{T}\right) & t_0 \leq t \leq t_1 \\ f_2(t) = \frac{2}{T} u_2(t) \cos\left(\frac{k2\pi t}{T}\right) & t_1 < t \leq t_2 \\ f_3(t) = \frac{2}{T} u_3(t) \cos\left(\frac{k2\pi t}{T}\right) & t_2 < t \leq T, \end{cases} \quad (1)$$

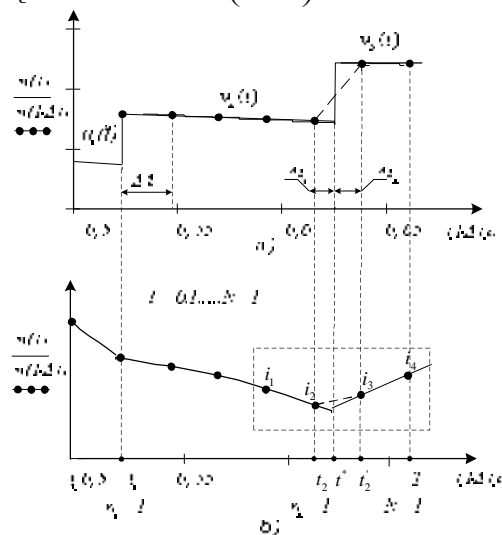


Рисунок 1 – Фрагменти сигналів а) - напруги $u(t)$, $u(l \cdot \Delta t)$ та б) - струму $i(t)$, $i(l \cdot \Delta t)$ вентильного ЕП. Поведінка безперервної і дискретної послідовностей у районі розриву

то для розглянутого випадку точне значення інтегралу на періоді сигналу T запишеться наступним чином:

$$U_k^a = \int_{t_0}^T f(t) dt = \int_{t_0}^{t_1} f_1(t) dt + \int_{t_1}^{t_2} f_2(t) dt + \int_{t_2}^{t_2^*} f_2(t) dt + \int_{t_2^*}^T f_3(t) dt + \int_{t_2}^T f_3(t) dt \quad (2)$$

За умови, що $l = 0, 1, \dots, N-1$: $T = \Delta t(N-1)$, $t_1 = \Delta t(n_1 - 1)$, $t_2 = \Delta t(n_2 - 1)$, дискретний аналог

У найпростішому варіанті оцінку моменту t^* можна отримати як точку перетину ліній екстраполяції сусідніх з розривом ділянок сигналу

$$U_k^{da} = \Delta t \sum_{l=1}^{N-1} f(t_l) = \Delta t \sum_{l=1}^{n_1-1} f_1(t_l) + \Delta t \sum_{l=n_1}^{n_2-1} f_2(t_l) + \Delta t_1 f_2(t^*) + \Delta t_2 f_3(t_2) + \Delta t \sum_{l=n_2+2}^{N-1} f_3(t_l), \quad (3)$$

де $\Delta t_1 + \Delta t_2 = \Delta t$. Введемо параметри синхронізації a_1 і a_2 - вагові коефіцієнти, такі, що: $a_1 + a_2 = 1$, $\Delta t_1 = a_1 \Delta t$, $\Delta t_2 = a_2 \Delta t$. Тоді

$$\Delta t = a_1 \Delta t + a_2 \Delta t = a_1 \Delta t + (1 - a_1) \Delta t. \quad (4)$$

З урахуванням (4) співвідношення (3) набуде вигляду:

$$U_k^{da} = \Delta t \sum_{l=1}^{N-1} f(t_l) = \Delta t \left[\sum_{l=1}^{n_1-1} f_1(t_l) + \sum_{l=n_1}^{n_2-1} f_2(t_l) + a_1 f_2(t_0 + \Delta t(n_2 - 1) + a_1 \Delta t) + (1 - a_1) f_3(t_0 + \Delta t n_2) + \sum_{l=n_2+2}^{n-1} f_3(t_l) \right]. \quad (5)$$

При цьому

$$t_0 + \Delta t(n_2 - 1) + a_1 \Delta t = t^*. \quad (6)$$

З іншого боку, інтеграл без синхронізації буде мати вигляд:

$$U_k^{da} = \Delta t \sum_{l=1}^{n_1-1} f_1(t_l) + \Delta t \sum_{l=n_1}^{n_2-1} f_2(t_l) + \Delta t \sum_{l=n_2}^{N-1} f_3(t_l). \quad (7)$$

Тоді, віднімаючи (3) від (7), отримаємо вираз для складової абсолютної похибки k -ої косинусної складової гармоніки, викликаної несинхронізацією:

$$\Delta U_k^{da} = U_k^{da} - U_k^{da} = \Delta t a_1 [f_3(t_0 + \Delta t(n_2)) - f_2(t_0 + \Delta t(n_2 - 1 + a_1))]. \quad (8)$$

Реалізація інтегратора (5)-(6) потребує обчислення корегуючого параметра a_1 . Це можливо виключно за умови знання моменту t^* .

$$t^* = t_0 + \Delta t(n_2 - 2) + \frac{3i(t_0 + \Delta t n_2) - 2i(t_0 + \Delta t(n_2 + 1)) - i(t_0 + \Delta t(n_2 - 2))}{i(t_0 + \Delta t(n_2 - 1)) - i(t_0 + \Delta t(n_2 - 2)) - i(t_0 + \Delta t(n_2 + 1)) + i(t_0 + \Delta t n_2)} \Delta t. \quad (12)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta U_k^{da} = U_k^{da} - U_k^{da} = \Delta t a_1 [f_3(t_0 + \Delta t n_2) - f_2(t_0 + \Delta t(n_2 - 1 + a_1))]; \\ a_1 = \frac{1}{\Delta t} (t^* - t_0) - n_2 + 1; \\ t^* = t_0 + \Delta t(n_2 - 2) + \frac{3i(t_0 + \Delta t n_2) - 2i(t_0 + \Delta t(n_2 + 1)) - i(t_0 + \Delta t(n_2 - 2))}{i(t_0 + \Delta t(n_2 - 1)) - i(t_0 + \Delta t(n_2 - 2)) - i(t_0 + \Delta t(n_2 + 1)) + i(t_0 + \Delta t n_2)} \Delta t. \end{array} \right. \quad (13)$$

струму (пунктирна область на рис. 1) [6, 7]. Для цього достатньо вектору чотирьох вимірів миттєвих значень струму $(i_1, i_2, i_3, i_4)^T$ в околі розриву сигналу (рис. 2). Тоді, якщо позначити оцінку t^* , отриману за лівою ділянкою сигналу, як t_L^* , а за правою - t_R^* , можна записати систему лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} t_L^* = i_1 + \frac{i_2 - i_1}{\Delta t} (t^* - t_1) \\ t_R^* = i_4 - \frac{i_4 - i_3}{\Delta t} (t_4 - t^*) \end{cases}. \quad (9)$$

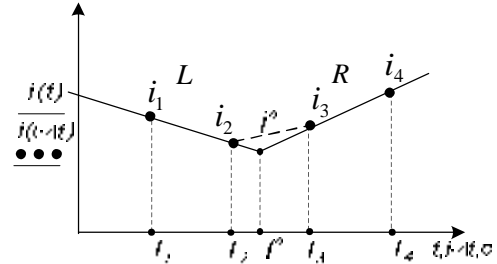


Рисунок 2 - Фрагменти сигналів струму $i(t)$,

$i(l \cdot \Delta t)$. До пояснення оцінки моменту t^*

Розв'язок (9) відносно t^* має вигляд:

$$t^* = t_1 + \frac{3i_3 - 2i_4 - i_1}{i_2 - i_1 - i_4 + i_3} \Delta t. \quad (10)$$

Після підстановки (10) у (6) отримаємо:

$$a_1 = t_1 + \frac{3i_3 - 2i_4 - i_1}{i_2 - i_1 - i_4 + i_3} \frac{t_0}{\Delta t} - (n_2 - 1). \quad (11)$$

Якщо перейти до позначень згідно з рис. 1, то $i_1 = i(t_0 + \Delta t(n_2 - 2))$, $i_2 = i(t_0 + \Delta t(n_2 - 1))$, $i_3 = i(t_0 + \Delta t n_2)$, $i_4 = i(t_0 + \Delta t(n_2 + 1))$, $t_1 = t_0 + \Delta t(n_2 - 2)$, і (10) набуде вигляду [12].

З урахуванням (10)-(12) і (8) можна записати систему рівнянь для моделі абсолютної похибки десинхронізації [13].

Припустимо, що сигнали напруги u , відповідно, струму на періоді повторюваності процесів T мають R -розривів, тоді вирази для них можна коротко записати наступним чином [10]:

$$u(t) = \sum_{r=1}^{R+1} u_r(t - t_{r-1}), \quad (14)$$

$$i(t) = \sum_{r=1}^{R+1} i_r(t - t_{r-1}), \quad t \in [t_{r-1}; t_r], r = \overline{1, R}. \quad (15)$$

Тоді за аналогією можна переписати (1) і повертаючись до позначень, введених у (14), (15):

$$\begin{aligned} f^{ak}(t) &= \sum_{r=1}^{R+1} f_r^{ak}(t - t_{r-1}) = \\ &= \sum_{r=1}^{R+1} \frac{1}{T} u_r(t_{r-1}) \cos\left(\frac{k2p(t - t_{r-1})}{T}\right), \quad (16) \\ &t \in [t_{r-1}; t_r], r = \overline{1, R}. \end{aligned}$$

Дотримуючись попередньої системи позначень, маємо: $(a_0, a_1, \dots, a_{r-1}, \dots, a_{R-1})^T$ - вектор параметрів синхронізації; $(t_0^*, t_1^*, \dots, t_{r-1}^*, \dots, t_{R-1}^*)^T$ - вектор оцінок моментів розриву; $(n_r - 1; n_r)$, $r = \overline{1, R}$ - набір пар

відліків, між якими знаходяться розриви сигналів; t_0 - момент початку реєстрації сигналу. Тоді, узагальнення (13) на випадок R -розривів сигналу на періоді повторюваності процесів дає наступну модель формування компонент абсолютної похибки, викликані несинхронізацією плюс похибкою визначення періоду:

$$\begin{aligned} \Delta U_k^{a2} + \Delta U_k^{a3} &= -\Delta t(1 - a_0) f_1^{ak}(t_0) + \\ &+ \Delta t \sum_{r=1}^R a_{r-1} \left[f_{r+1}^{ak}(t_0 + \Delta t n_{r+1}) - f_r^{ak}(t_0 + \Delta t(n_{r+1} - 1) + a_r \Delta t) \right], \quad (17) \\ a_{r-1} &= \frac{1}{\Delta t} (t_{r-1}^* - t_0) - n_r + 1, \quad (18) \\ t_{r-1}^* &= t_0 + \Delta t(n_r - 2) + \\ &+ \frac{3i(t_0 + \Delta t n_r) - 2i(t_0 + \Delta t(n_r + 1)) - i(t_0 + \Delta t(n_r - 2))}{i(t_0 + \Delta t(n_r - 1)) - i(t_0 + \Delta t(n_r - 2)) - i(t_0 + \Delta t(n_r + 1)) + i(t_0 + \Delta t n_r)} \Delta t, \quad (19) \\ &r = \overline{1, R}. \end{aligned}$$

Аналогічну модель можна отримати і для синусних складових $\Delta U_k^{b2} + \Delta U_k^{b3}$, замінивши у (1) \cos на \sin і індекс a на b у (17).

У той же час згідно з загальновідомою моделлю похибки інтегрування для даного випадку слід записати [1, 9]:

$$\begin{aligned} \Delta X_k^{a1} &= (\Delta t)^2 \frac{T}{24} \max_{t \in [0; T]} |f^{ak''}(t')| = \\ &= (\Delta t)^2 \frac{1}{24} \sum_{r=1}^{R+1} (t_{r-1} - t_r) \max_{t' \in [t_{r-1}; t_r]} |f_r^{ak''}(t')|, \quad (20) \end{aligned}$$

Зрозуміло, що знаки значень функції $f_r^{ak}(t - t_{r-1})$, $f_r^{bk}(t - t_{r-1})$ і їх чередування визначаються симетрією сигналу на періоді

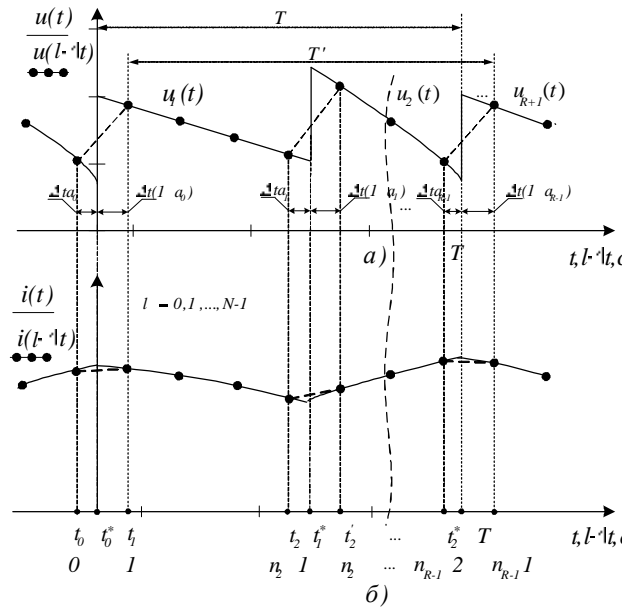


Рисунок 3 - Фрагменти сигналів а) - напруги $u(t)$, $u(l \cdot \Delta t)$ та б) - струму $i(t)$, $i(l \cdot \Delta t)$ вентильного ЕП. Поведінка безперервної та дискретної послідовностей у районі розриву

$$\begin{aligned} \Delta X_k^{b1} &= (\Delta t)^2 \frac{T}{24} \max_{t \in [0; T]} |f^{bk''}(t')| = \\ &= (\Delta t)^2 \frac{1}{24} \sum_{r=1}^{R+1} (t_{r-1} - t_r) \max_{t' \in [t_{r-1}; t_r]} |f_r^{bk''}(t')|, \quad (21) \\ &\sum_{r=1}^{R+1} [t_{r-1}; t_r] = T \end{aligned}$$

Таким чином адекватні моделі загальної абсолютної похибки дискретизації інтегрування для розривних сигналів повинні мати вигляд:

$$\Delta X_k^a = \Delta X_k^{a1} + \Delta X_k^{a2} + \Delta X_k^{a3}, \quad (22)$$

$$\Delta X_k^b = \Delta X_k^{b1} + \Delta X_k^{b2} + \Delta X_k^{b3} \quad (23)$$

з урахуванням (17), (20) і (21).

Моделі адитивних компонент (17) з урахуванням оцінок (18)-(19) дають можливість дослідити поведінку сумарної похибки дискретизації ГА в залежності від номера гармоніки k , інтервалу дискретизації Δt і виду підінтегральної функції $f^{ak}(t)$, котра визначається формами сигналів $u(t)$, $i(t)$.

Аналіз (17) показує, що похибка має систематичний характер і її величина прямо пропорційна Δt , значенням функцій $f_r^{ak}(t - t_{r-1})$, $f_r^{bk}(t - t_{r-1})$, значенням компонент вектора параметрів синхронізації $(a_0, a_1, \dots, a_{r-1}, \dots, a_{R-1})^T$ і кількості розривів R .

Отримано математичні залежності для оцінок

повторюваності процесів і для несиметричних сигналів (наприклад, у системі ТП-ДПС) компоненти суми (17) будуть мати однаковий знак і призводити до швидкого накопичення похибки. Але за умов $(a_0, a_1, \dots, a_{r-1}, \dots, a_{R-1})^T = (1, 0, \dots, 0, \dots, 0)^T$, тобто коли має синхронізація відліків з моментами розривів, суми похибок $\Delta U_k^{a2} + \Delta U_k^{a3}$, $\Delta U_k^{b2} + \Delta U_k^{b3}$ дорівнюватимуть нулю і $\Delta X_k^a = \Delta X_k^{a1}$, $\Delta X_k^b = \Delta X_k^{b1}$. У протилежному випадку будуть мати місце досить суттєві похибки, зокрема в найгіршому випадку [7]:

$$\max |\Delta X_k^a| = |\Delta X_k^{a1}| + |\Delta X_k^{a2}| + |\Delta X_k^{a3}|, \quad (24)$$

$$\max |\Delta X_k^b| = |\Delta X_k^{b1}| + |\Delta X_k^{b2}| + |\Delta X_k^{b3}|. \quad (25)$$

Тому застосування запропонованого методу корекції із застосуванням оцінок (19) для визначення (18) дає можливість визначити (17) і виконати синтез інтегратора з корекцією решітчастої підінтегральної функції, якщо має місце паралельний аналіз сигналу струму і напруги вентильного ЕП.

Всі вищеприведені міркування справедливі для будь-яких розривних підінтегральних функцій, у тому числі струму і напруги безпосередньо.

Враховуючи те, що компонента (17) накопичується прямо пропорційно кількості розривів, можна також показати, що за певних умов дискретизації ні метод усереднення за ансамблем, ні метод усереднення за часом не вирішують проблеми підвищення точності точкової оцінки значення інтегралу.

У даній ситуації вищезазначені фактори зумовлюють появу систематичної складової в оцінках параметрів ЕД при використанні методик, котрі застосовують такі сигнали в якості інформативних [4, 5].

Висновки. Виконано структурний і параметричний аналіз і синтез моделей похибок інтегрування дискретних полігармонічних розривних сигналів вентильних приводів, які, на відміну від відомих підходів, враховують додаткову компоненту, викликану несинхронізацією відліків з моментами розривів. Аналіз моделі на прикладі оцінок амплітуд гармонічних складових сигналів струму і напруги показав наявність систематичного характеру похибки дискретизації, яка здатна накопичуватись прямо пропорційно кількості розривів.

моментів розриву полігармонічних сигналів струму і напруги вентильних ЕП, що відповідають моментам перемикання вентилів, котрі дають можливість усунення вищезазначених похибок інтегрування.

ЛІТЕРАТУРА

1. Горлач А. А., Минц М. Я., Чинков В. Н. Цифровая обработка сигналов в измерительной технике. - К.: Техника, 1985.
2. Филиппский Ю. К., Бершадский А. М. Анализ погрешностей цифрового спектрального анализа. - Труды Одесского политехнического института, Вып. 1(7) – Одеса, 1999.
3. Еремеев И. С. Устройства сжатия информации: (Гибридные компараторы информации). – М.: Энергия, 1980. – 160 с.
4. Родькин Д. И., Здор И. Е. Современные методы определения параметров асинхронных двигателей после их ремонта. - Научные труды КГПИ, Вып.1 - Кременчуг, 1998. С. 100-106.
5. Родькин Д. И., Хараджян А.А., Михайлов С. В. Диагностика параметров двигателя постоянного тока при испытаниях. - Научные труды КГПИ, Вып.1 - Кременчуг, 1999. – 243 с.
6. Сидоренко В. Н., Черный А. П., Ковырин А. Н., Яговкин А. С. Синтез алгоритмов коррекции сигналов при измерении выходных параметров преобразователей // Вісник Кременчуцького державного політехнічного університету. – Кременчук: КДПУ. - 2002. - Вып. 1.
7. Свідоцтво про реєстрацію авторського права на службовий твір № 8436 від 24. 09.03. / Сидоренко В. М., Родькін Д. Й., Чорний О. П., Ковирін О. М. / Службовий твір “Комп’ютерна програма для корекції сигналів струму і напруги у комп’ютеризованих вимірювально-діагностичних комплексах для діагностики параметрів тиристорних електроприводів”.
8. Иоффе А. Я., Петухов Г. Б., Морозов Л. М. Справочное пособие по прикладной математике. Военный инженерный Краснознаменный институт имени А. Ф. Можайского. Ленинград, 1975. 253 с.
9. Пуятин Е. П. и др. Турбо Паскаль в курсе высшей математики: Учебное пособие/ Е. П. Пуятин, Д. М. Смагин, В. П. Степанов. – Харьков: Каравелла, 1997. – 352 с.