

## СТРУКТУРНЫЙ СИНТЕЗ СИСТЕМ ФАЗОВОЙ АВТОПОДСТРОЙКИ ЧАСТОТЫ ИЗ УСЛОВИЯ ПОВЫШЕНИЯ ПОРЯДКА АСТАТИЗМА

А. И. Андреев, д.т.н., проф., Г. А. Брода, студ.

Одесская национальная академия связи им. А. С. Попова

ул. Кузнечная, 1, 65029, г. Одесса, Украина

E-mail: aia2003@ukr.net

Предложены системы фазовой автоподстройки частоты, которые позволяют повысить порядок астатизма, т.е. повысить динамическую точность. Рассмотрены математические модели замкнутых, комбинированных, с суммированием сигналов ошибок и итерационных систем фазовой автоподстройки частоты. Получены передаточные функции по ошибке всех систем и определен вид передаточной функции связи по задающему воздействию.

**Ключевые слова:** фазовая автоподстройка частоты, замкнутая, комбинированная, с суммированием сигналов ошибок, итерационная системы, порядок астатизма.

**Введение.** Системы фазовой автоподстройки частоты (ФАПЧ) находят широкое применение в схемах управления высокочастотными транзисторными преобразователями напряжения [1, 2], в информационно-коммуникационных сетях [3]. Особенностью систем ФАПЧ является то, что стабилизация частоты напряжения управляемого генератора или её слежение за изменяющейся частотой опорного напряжения достигается благодаря поддержанию с определённой точностью равенства фаз опорного и управляемого напряжений. От динамической точности систем ФАПЧ зависят показатели качества транзисторных преобразователей напряжения.

**Анализ предыдущих исследований.** В публикациях [4, 5] вопрос повышения порядка астатизма решается в классе одноканальных систем ФАПЧ с принципом управления по отклонению. В замкнутых системах повышение динамической точности можно достичь либо изменением параметров (коэффициентов передачи, постоянных времени отдельных звеньев), либо введением различных корректирующих устройств [6]. Одноканальным системам с управлением по отклонению присуще противоречие между условиями повышения динамической точности и устойчивости, этим и объясняются сравнительно низкие показатели качества существующих систем ФАПЧ.

**Цель работы.** Разработка систем ФАПЧ с двухканальным принципом управления, которые позволяют повысить порядок астатизма и тем самым уменьшить динамическую ошибку при различных законах изменения задающего воздействия.

**Материал и результаты исследования.** Рассмотрим систему ФАПЧ с принципом управления по отклонению. Согласно [4, 5], математическая модель замкнутой ФАПЧ представлена на рис. 1, где  $\alpha(p)$  – изображение по Лапласу задающего воздействия;  $\beta(p)$  – изображение управляемой величины;  $\theta(p)$  – изображение ошибки (отклонения управляемой величины от требуемого значения);  $K_{ФД}(p)$ ,  $K_{Ф}(p)$ ,  $K_{УП}(p)$ ,  $K_{УГ}(p)$  – передаточные функции фазового дискриминатора, фильтра нижних частот, усилителя-преобразователя, управляемого генератора соответственно;  $\Sigma 1$  – элемент сравнения.

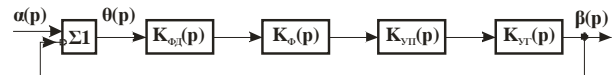


Рисунок 1 – Математическая модель ФАПЧ с принципом управления по отклонению

В соответствии с математической моделью система ФАПЧ описывается системой уравнений

$$\begin{cases} \theta(p) = \alpha(p) - \beta(p); \\ \beta(p) = K_{ФД}(p) K_{Ф}(p) K_{УП}(p) K_{УГ}(p) \theta(p) \end{cases}$$

или

$$\begin{cases} \theta(p) = \alpha(p) - \beta(p); \\ \beta(p) = K_P(p) \theta(p), \end{cases} \quad (1)$$

где  $K_P(p)$  – передаточная функция разомкнутой системы.

Исключив из (1)  $\beta(p)$ , определяем передаточную функцию системы по ошибке, связывающую  $\theta(p)$  и  $\alpha(p)$ :

$$K_{ОШ}(p) = \frac{\theta(p)}{\alpha(p)} = \frac{1}{1 + K_P(p)}. \quad (2)$$

Передаточные функции элементов ФАПЧ, согласно [4], определяются следующими выражениями:

$$K_{ФД}(p) = k_{ФД}; K_{Ф}(p) = \frac{k_{Ф}}{T_{Ф}p + 1}; K_{УП}(p) = k_{УП};$$

$$K_{УГ}(p) = \frac{k_{УГ}}{(T_{УГ}p + 1)^2},$$

где  $k_{ФД}$ ,  $k_{Ф}$ ,  $k_{УП}$ ,  $k_{УГ}$  – коэффициенты передачи фазового дискриминатора, фильтра нижних частот, усилителя-преобразователя, управляемого генератора соответственно;  $T_{Ф}$ ,  $T_{УГ}$  – постоянные времени фильтра и управляемого генератора;  $p = \frac{d}{dt}$ .

После преобразований, подставив значения передаточных функций элементов, получаем передаточную функцию системы по ошибке:

$$K_{ОШ}(p) = \frac{\theta(p)}{\alpha(p)} =$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{a_3 p^3 + a_2 p^2 + a_1 p}{b_3 p^3 + b_2 p^2 + b_1 p + b_0} = \\
&= \frac{(a_3 p^2 + a_2 p + a_1) \cdot p}{b_3 p^3 + b_2 p^2 + b_1 p + b_0} = \\
&= K_{\text{ОШ ст}}(p) \cdot p^{v-1},
\end{aligned} \quad (3)$$

где  $a_i, b_i$  – коэффициенты соответствующих полиномов;  $K_{\text{ОШ ст}}(p)$  – передаточная функция по ошибке статической системы;  $v$  – порядок астатизма.

Из (3) видно, что система ФАПЧ с принципом управления по отклонению является астатической с астатизмом первого порядка. В такой системе установившаяся ошибка при ступенчатом законе изменения задающего воздействия равна нулю, при линейном – ограничена конечным значением, а при квадратичном стремится к бесконечности.

С целью повышения точности систем ФАПЧ целесообразно применить принцип двухканальности, т. е. комбинированного управления, сочетающего принцип управления по отклонению с принципом управления по задающему воздействию [6, 7].

Математическая модель комбинированной системы ФАПЧ приведена на рис. 2, где  $K_{\text{КС}}(p)$  – передаточная функция компенсационной связи,  $K_p(p) = K_{\text{ФД}}(p)K_{\text{Ф}}(p)K_{\text{УП}}(p)K_{\text{УГ}}(p)$ .

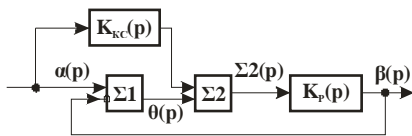


Рисунок 2 – Математическая модель комбинированной системы ФАПЧ

Согласно рис. 2, уравнения элементов имеют вид:

$$\begin{cases}
\theta(p) = \alpha(p) - \beta(p); \\
\Sigma 2(p) = \theta(p) + K_{\text{КС}}(p)\alpha(p); \\
\beta(p) = K_p(p)\Sigma 2(p).
\end{cases} \quad (4)$$

Исключив промежуточные переменные, получим уравнение системы для ошибки:

$$\begin{aligned}
[1 + K_p(p)]\theta(p) &= \\
&= [1 - K_{\text{КС}}(p)K_p(p)]\alpha(p).
\end{aligned} \quad (5)$$

Отсюда передаточная функция по ошибке ФАПЧ с комбинированным управлением:

$$\begin{aligned}
K_{\text{ОШ}}(p) &= \frac{\theta(p)}{\alpha(p)} = \\
&= \frac{1 - K_{\text{КС}}(p)K_p(p)}{1 + K_p(p)}.
\end{aligned} \quad (6)$$

Условие абсолютной инвариантности  $\theta(p)$  относительно  $\alpha(p)$ :

$$1 - K_{\text{КС}}(p)K_p(p) = 0, \quad (7)$$

откуда

$$K_{\text{КС}}(p) = \frac{1}{K_p(p)}. \quad (8)$$

Из (8) следует, что передаточная функция компенсационной связи по задающему воздействию, соответствующая абсолютной инвариантности, физически не реализуема.

Однако отсутствие возможности достижения абсолютной инвариантности не означает, что в комбинированной системе ФАПЧ нельзя получить высокую точность воспроизведения задающего воздействия, например, с помощью метода повышения порядка астатизма [6, 7].

Для повышения порядка астатизма с первого (замкнутая система ФАПЧ) до второго (комбинированная система ФАПЧ) необходимо с помощью разомкнутой связи по задающему воздействию ввести первую производную от  $\alpha(t)$ .

В соответствии с этим требованием физически реализуемая передаточная функция  $K_{\text{КС}}(p)$  должна иметь вид [8]:

$$K_{\text{КС}}(p) = \frac{T_d p}{\frac{T_d}{N} p + 1}, \quad (9)$$

где  $T_d$  – постоянная времени дифференцирования;  $N$  – коэффициент, который устанавливается производителями в пределах 3–10.

После подстановки значений передаточных функций элементов получим передаточную функцию комбинированной системы ФАПЧ по ошибке:

$$\begin{aligned}
K_{\text{ОШ}}(p) &= \frac{\theta(p)}{\alpha(p)} = \\
&= \frac{a_4 p^4 + a_3 p^3 + a_2 p^2 + a_1 p}{\left(\frac{T_d}{N} p + 1\right)(b_3 p^3 + b_2 p^2 + b_1 p + b_0)},
\end{aligned} \quad (10)$$

где  $a_4 = T_{\text{Ф}}T_{\text{УГ}}\frac{T_d}{N}$ ;  $a_3 = (T_{\text{Ф}} + T_{\text{УГ}})\frac{T_d}{N} + T_{\text{Ф}}T_{\text{УГ}}$ ;

$a_2 = \frac{T_d}{N} + T_{\text{Ф}} + T_{\text{УГ}}$ ;  $a_1 = 1 - T_d k_{\text{ФД}}k_{\text{Ф}}k_{\text{УП}}k_{\text{УГ}}$ ;

$b_3, b_2, b_1, b_0$  определены в (3).

Необходимо отметить, что параметр  $\frac{T_d}{N}$  компенсационной связи по задающему воздействию не входит в характеристическое уравнение замкнутой части, которое аналогично (3) и, следовательно, устойчивость комбинированной системы определяется устойчивостью замкнутой системы. Введение компенсационной связи вносит новый корень в характеристическое уравнение (10).

Из (10) следует, что комбинированная система ФАПЧ в общем случае (при произвольном значении  $T_d$ ) так же, как замкнутая система, имеет астатизм первого порядка.

Условием повышения порядка астатизма с первого до второго является:

$$a_1 = 1 - T_d k_{\text{ФД}}k_{\text{Ф}}k_{\text{УП}}k_{\text{УГ}} = 0, \quad (11)$$

откуда

$$T_d = \frac{1}{k_{\text{ФД}}k_{\text{Ф}}k_{\text{УП}}k_{\text{УГ}}}. \quad (12)$$

После преобразований при выполнении условия (12) передаточная функция по ошибке комбинированной системы ФАПЧ приобретает астатизм второго порядка:

$$\begin{aligned} K_{\text{ОШ}}(p) &= \frac{\theta(p)}{\alpha(p)} = \\ &= \frac{a_4 p^4 + a_3 p^3 + a_2 p^2}{\left(\frac{T_d}{N} p + 1\right) (b_3 p^3 + b_2 p^2 + b_1 p + b_0)} = \\ &= K_{\text{ОШст}}(p) \cdot p^{v=2}. \end{aligned} \quad (13)$$

В такой системе установившаяся ошибка при ступенчатом и линейном изменениях задающего воздействия равна нулю, а при квадратичном законе ограничена конечным значением.

Дальнейшее повышение порядка астатизма требует введения более высоких производных от задающего воздействия в разомкнутую связь комбинированной системы ФАПЧ.

Одним из методов уменьшения установившейся ошибки является метод [7], в котором сигнал ошибки второго канала подается через корректирующее устройство на первый канал, где суммируется с сигналом ошибки первого канала (рис. 3). Применительно к системам ФАПЧ такие системы ранее не рассматривались.

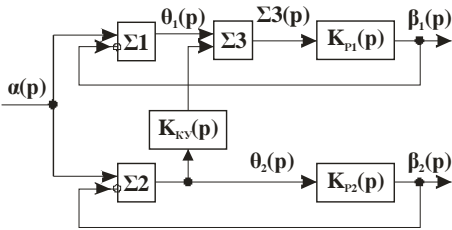


Рисунок 3 – Математическая модель системы ФАПЧ с суммированием сигналов ошибок

В соответствии с рис. 3 составим систему уравнений:

$$\begin{cases} \theta_1(p) = \alpha(p) - \beta_1(p); \\ \Sigma 3(p) = \theta_1(p) + K_{KY}(p) \theta_2(p); \\ \beta_1(p) = K_{P1}(p) \Sigma 3(p); \\ \theta_2(p) = \alpha(p) - \beta_2(p); \\ \beta_2(p) = K_{P2}(p) \theta_2(p). \end{cases} \quad (14)$$

Исключив промежуточные переменные, находим уравнение первого канала по ошибке:

$$\begin{aligned} [1 + K_{P1}(p)] \theta_1(p) &= \\ &= \left[ 1 - \frac{K_{KY}(p) K_{P1}(p)}{1 + K_{P2}(p)} \right] \alpha(p). \end{aligned} \quad (15)$$

Учитывая, что согласно (2)

$$K_{\text{ОШ2}}(p) = \frac{1}{1 + K_{P2}(p)}, \quad (15) \text{ можно представить в}$$

виде:

$$\begin{aligned} [1 + K_{P1}(p)] \theta_1(p) &= \\ &= [1 - K_{KY}(p) K_{P1}(p) K_{\text{ОШ2}}(p)] \alpha(p). \end{aligned} \quad (16)$$

Таким образом, (16) отличается от (5) наличием множителя  $K_{\text{ОШ2}}(p)$  и после преобразований передаточная функция по ошибке системы ФАПЧ с суммированием сигналов ошибок принимает вид:

$$\begin{aligned} K_{\text{ОШ}}(p) &= \frac{\theta_1(p)}{\alpha(p)} = \\ &= \frac{1 - K_{KY}(p) K_{P1}(p) K_{\text{ОШ2}}(p)}{1 + K_{P1}(p)}, \end{aligned} \quad (17)$$

которая аналогична передаточной функции по ошибке комбинированной системы ФАПЧ (6) и позволяет поднять порядок астатизма до желаемого.

Одним из перспективных направлений построения систем автоматического управления является разработка структур, построенных по принципу итераций [6, 7]. В системах ФАПЧ метод, в котором сигнал ошибки первого канала используется в качестве задающего воздействия второго канала и управляемые величины обоих каналов суммируются, не рассматривался (рис. 4).

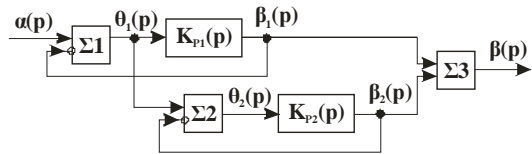


Рисунок 4 – Математическая модель итерационной системы ФАПЧ

Согласно математической модели итерационной системы ФАПЧ система уравнений принимает вид:

$$\begin{cases} \theta_1(p) = \alpha(p) - \beta_1(p); \\ \beta_1(p) = K_{P1}(p) \theta_1(p); \\ \theta_2(p) = \theta_1(p) - \beta_2(p); \\ \beta_2(p) = K_{P2}(p) \theta_2(p); \\ \beta(p) = \beta_1(p) + \beta_2(p); \\ \theta(p) = \alpha(p) - \beta(p). \end{cases} \quad (18)$$

Из (18) определим значения управляемых величин:

$$\beta_1(p) = \frac{K_{P1}(p)}{1 + K_{P1}(p)} \alpha(p); \quad (19)$$

$$\beta_2(p) = \frac{K_{P2}(p)}{[1 + K_{P1}(p)][1 + K_{P2}(p)]} \times \alpha(p); \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \beta(p) &= \left( \frac{K_{P1}(p)[1 + K_{P2}(p)]}{[1 + K_{P1}(p)][1 + K_{P2}(p)]} + \right. \\ &\left. + \frac{K_{P2}(p)}{[1 + K_{P1}(p)][1 + K_{P2}(p)]} \right) \alpha(p). \end{aligned} \quad (21)$$

После преобразований передаточная функция по ошибке итерационной системы ФАПЧ равна:

$$\begin{aligned}
K_{OШ}(p) &= \frac{\theta(p)}{\alpha(p)} = \\
&= \frac{1}{[1+K_{P1}(p)][1+K_{P2}(p)]} = \\
&= K_{OШ1}(p)K_{OШ2}(p) = \\
&= K_{OШ1cm}(p)K_{OШ2cm}(p)p^{v_1+v_2}.
\end{aligned} \tag{22}$$

При  $v_1 \geq 1$ ,  $v_2 \geq 1$  порядок астатизма системи ФАПЧ, побудованої по принципу ітерацій, підвищується. Очевидно, що при  $v_1 = v_2 = 0$  впровадження ітераційної системи нецелесообразно.

**Висновки.** С метою підвищення порядку астатизма систем ФАПЧ цілесообразно використовувати принцип двуканальності.

В комбінованій системі ФАПЧ, що поєднує принцип управління по відхиленню з принципом управління по задаючому впливу, при введенні в розімкнуту зв'язь першої похідної від задаючого впливу порядок астатизма збільшується до другого. В такій системі установившася помилка при ступенчатому і лінійному законах зміни задаючого впливу дорівнює нулю, а при квадратичному обмежена певним значенням.

Дальніше підвищення порядку астатизма потребує введення більш високих похідних від задаючого впливу в розімкнуту зв'язь комбінованої системи ФАПЧ.

Двуканальна система ФАПЧ з суммуванням сигналів помилок, що дозволяє підвищувати динамічну точність при зміні задаючого впливу по різних законах, є аналогом комбінованої системи.

Ітераційну систему ФАПЧ цілесообразно використовувати, коли порядок астатизма кожного каналу більше або дорівнює одиниці.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Мелешин В.И., Овчинников Д.А. Управление транзисторными преобразователями электроэнергетики. – М.: Техносфера, 2011. – 576 с.
2. Яськів В.І., Гурник О.П. Забезпечення синхронної та синфазної роботи високочастотних транзисторних інверторів // Вісник Національного університету «Львівська політехніка». – 2002. – № 443. – С. 100–104.
3. Щелованов Л.Н., Антонова Г.С., Доронин Е.М. Основы теории тактовой сетевой синхронизации. – СПб.: СПбГУТ им. М. А. Бонч-Бруевича, 2006. – 116 с.
4. Зайцев Г.Ф., Булгач В.Л., Градобоева Н.В. Система фазовой автоподстройки частоты с принципом управления по отклонению // Зв'язок. – 2010. – № 2 – С. 49–54.
5. Зайцев Г.Ф., Булгач В.Л., Стась В.В. Система фазовой автоподстройки частоты с принципом управления по отклонению // Зв'язок. – 2010. – № 3. – С. 68–72.
6. Зайцев Г.Ф., Стеклов В.К., Брицький О.І. Теорія автоматичного управління. – К.: Техніка, 2002. – 688 с.
7. Стеклов В.К., Андреев А.І. Системи автоматичного керування регульованими джерелами живлення підсилювачів. – К.: Техніка, 2001. – 232 с.
8. Багатокритеріальна параметрична оптимізація автоматичних систем регулювання з реальними ПІД-регуляторами / В.Б. Дудикевич, І.М. Ковела, Л.В. Мороз, О.О. Іванюк // Праці Міжнародної конференції з автоматичного управління. Львів, Держ. НДІ інформаційної інфраструктури, 11-13 вересня 2000. – Ч. I. – С. 158–163.

Стаття надійшла 09.06.2011 р.  
Рекомендовано до друку д.т.н., проф.  
Родькіним Д.Й.

## СТРУКТУРНИЙ СИНТЕЗ СИСТЕМ ФАЗОВОГО ПІДСТРОЮВАННЯ ЧАСТОТИ З УМОВИ ПІДВИЩЕННЯ ПОРЯДКУ АСТАТИЗМУ

*А. І. Андреев, д.т.н., проф., Г. О. Брода, студ.  
Одеська національна академія зв'язку ім. О. С. Попова  
вул. Ковальська, 1, 65029, м. Одеса, Україна  
E-mail: aia2003@ukr.net*

Запропоновані системи фазового автопідстроювання частоти, які дозволяють підвищити порядок астатизму, тобто підвищити динамічну точність. Розроблені математичні моделі замкнених, комбінованих, з підсумовуванням сигналів помилок і ітераційних систем фазового автопідстроювання частоти. Отримані передавальні функції за похибкою та визначено вид передавальної функції за задавальним діянням.

**Ключові слова:** фазове автопідстроювання частоти, замкнена, комбінована, з підсумовуванням сигналів помилок, ітераційна системи, порядок астатизму.

## THE STRUCTURAL SYNTHESIS OF SYSTEMS OF PHASE-LOCKED LOOP OF FREQUENCY FROM CONDITION OF INCREASE OF ORDER OF ASTATISM

*A. Andreev, D.Sc. (Eng.), Prof., G. Broda, stud.  
Odessa National Academy of Telecommunication named after A. S. Popov  
ul. Kuznechnaya, 1, 65029, Odessa, Ukraine  
E-mail: aia2003@ukr.net*

The systems of phase-locked loop which allow increase order of astatism that is order of dynamic accurate are proposed. The mathematical models of closed, combined, with summarize signals of errors, iterated systems of phase-locked loop are developed. The transfer functions by error are obtained and the type of transfer function of bond by defined action is established.

**Key words:** phase-locked loop, closed, combined, with summarize signals of errors, iterated systems, order of astatism.