

АВТОМАТИЗОВАНИЙ МЕТОД РОЗРАХУНКУ ЕЛЕКТРИЧНИХ КІЛ ЗА СКЛАДОВИМИ МИТТЄВОЇ ПОТУЖНОСТІ

Калінов А.П., к.т.н., доц., Малякова М.С., студ.

*Кременчуцький державний політехнічний університет імені Михайла Остроградського
39600, м. Кременчук Полтавської обл., вул. Першотравнева, 20*

E-mail: scenter@polytech.poltava.ua

В роботі применен метод миттєвої потужності для знаходження параметрів лінійних і нелінійних електричних кіл. Розроблено автоматизоване програмне забезпечення в середі MathCad, засноване на апараті дискретної свертки двох рядів, що дозволяє підвищити ефективність розрахунку електричних кіл.

Ключевые слова: миттєва потужність, нелінійні електричні цепи, автоматизоване програмне забезпечення.

The method of instantaneous power is in-process applied for finding of parameters linear and nonlinear electric circles. The automated software is developed in the environment of MathCad, that it is based on the apparatus of discrete curtailing of two rows, which allows to raise efficiency of calculation of electric circles.

Key words: instantaneous power, nonlinear electric circles, software is automated.

Вступ. При вирішенні багатьох інженерних задач у різних галузях електротехніки часто виникають труднощі, пов'язані з аналізом електричних кіл, що містять нелінійні елементи, які не можуть бути описані за допомогою постійних коефіцієнтів, а їх характеристики є нелінійними функціями однієї або декількох змінних.

При аналізі нелінійних кіл за гармонічними складовими струмів та напруг не можна застосовувати принцип накладання, що викликано взаємодією складових напруг і струмів різних частот [1].

Лінеаризація нелінійних елементів призводить до зниження точності розрахунків, втрати важливої інформації, а іноді і суті самого досліджуваного явища.

На сьогоднішній день все більшого поширення набувають методи аналізу кіл за складовими миттєвої потужності.

Миттєва потужність – реальна фізична величина, що змінюється протягом періоду кривої вихідної напруги за значенням і за знаком, тобто відображає процеси генерування і рекуперації енергії між джерелом і споживачем. Миттєву потужність можна розглядати як стаціонарну енергетичну функцію.

При цьому миттєва потужність для кожного кола і відповідного для нього режиму роботи має єдину реалізацію, тривалість якої достатня для отримання її характеристик.

Наведені характеристики повинні виявити особливості кривої миттєвої потужності: середнє значення, гармонійний склад тощо.

Оскільки до гармонічних складових миттєвої потужності може застосовуватись принцип накладання, то є можливим аналіз як лінійних, так і нелінійних електричних кіл [2-5].

Мета роботи. Підвищення ефективності розрахунку електричних кіл методом миттєвої потужності шляхом автоматизації розрахунків.

Як відомо, миттєва потужність на різних елементах електричного кола визначається по

Матеріал і результати дослідження. Рівняння для аналізу електричних кіл при використанні методу миттєвої потужності базується на балансі складових гармонік миттєвої потужності.

Кожна з компонент (у добутку U_{n_u} і I_{m_i}) включає три складові – середнє значення потужності P_0 , знакозмінні складові: косинусну і синусну. Відповідно до цього маємо:

$$p(t) = p_{0k} + p_{ak}(t) + p_{bk}(t) \quad (1)$$

Для аналізу електричних кіл за схемами заміщення складається система рівнянь енергетичного балансу ортогональних складових гармонік миттєвої потужності на джерелі живлення та елементах схеми заміщення:

$$\begin{cases} P_0 = \sum_j^J P_{0Rj}; \\ P_{ak} = \sum_j^J P_{akRj} + \sum_i^I P_{akLi}; \\ P_{bk} = \sum_j^J P_{bkRj} + \sum_i^I P_{bkLi}, \end{cases} \quad (2)$$

де P_0 , P_{ak} , P_{bk} – активна потужність, косинусні та синусні складові миттєвої потужності джерела

живлення; $\sum_j^J P_{0Rj}$, $\sum_j^J P_{akRj}$, $\sum_j^J P_{bkRj}$ – суми

постійної, косинусної та синусної складових миттєвої потужності за j-ми активними елементами

схеми заміщення; $\sum_i^I P_{akLi}$, $\sum_i^I P_{bkLi}$ – суми

косинусної та синусної складових миттєвої потужності за i-ми індуктивними елементами схеми заміщення.

Скориставшись приведеними вище залежностями, можна розрахувати і скласти

різному
[2–6]:

– на джерелі:

$$p_0(t) = u(t) \cdot i(t); \quad (3)$$

– на лінійній індуктивності:

$$p_L(t) = e(t) \cdot i(t) = L \cdot \frac{d(i(t))}{dt} \cdot i(t); \quad (4)$$

– на лінійному активному опорі:

$$p_R(t) = e(t) \cdot i(t) = (i(t))^2 R; \quad (5)$$

– на нелінійній індуктивності:

$$p_L(t) = e(t) \cdot i(t) = \frac{d(i(t) \cdot L(I))}{dt} \cdot i(t). \quad (6)$$

систему рівнянь миттєвих потужностей досліджуваного електричного кола, але це спричиняє такі негативні аспекти, як громіздкість, складність, можливість здійснення помилок, а, найголовніше, вимагає великого проміжку часу.

Тому, для подолання цих труднощів був розроблений алгоритм обчислення, який дозволяє в математичному пакеті MathCad отримувати вирази складових миттєвої потужності не лише для простих кіл, але і для контурів, що містять нелінійні елементи, які, як відомо, є генераторами вищих гармонік.

В основі алгоритму лежить відома з теорії сигналів теорема про згортку, суть якої полягає в тому, що перетворення Фур'є (ПФ) добутку двох сигналів є згортка їх ПФ [7]. Алгоритм реалізується за допомогою підсистеми символьних обчислень математичного пакету MathCad [8]:

$$P_a := \begin{cases} \text{for } m \in 0, 1..M \\ \quad P_m \leftarrow 0 \\ \quad \text{for } k \in 0..N \\ \quad \quad \left| \begin{array}{l} P_m \leftarrow P_m + (Re I_k \cdot Re U_{m-k} - Im I_k \cdot Im U_{m-k}) \text{ if } m-k \geq 0 \\ P_m \leftarrow P_m + Re I_{|m-k|} \cdot Re U_k + Re I_k \cdot Re U_{k-m} + Im I_k \cdot Im U_{k-m} + Im I_{|m-k|} \cdot Im U_k \text{ otherwise} \end{array} \right. \\ \quad P \end{cases};$$

$$P_b := \begin{cases} \text{for } m \in 0, 1..M \\ \quad P_m \leftarrow 0 \\ \quad \text{for } k \in 0..N \\ \quad \quad \left| \begin{array}{l} P_m \leftarrow P_m + Im I_k \cdot Re U_{m-k} + Re I_k \cdot Im U_{m-k} \text{ if } m-k \geq 0 \\ P_m \leftarrow P_m + Im I_k \cdot Re U_{k-m} + - Im I_{|m-k|} \cdot Re U_k + Re I_{|m-k|} \cdot Im U_k + - Re I_k \cdot Im U_{k-m} \text{ otherwise} \end{array} \right. \\ \quad P \end{cases},$$

де P_a – косинусна складова миттєвої потужності;
 P_b – синусна складова миттєвої потужності;
 $Re U_k, Re I_k$ – косинусні складові напруги і струму;
 $Im U_k, Im I_k$ – синусні складові напруги і струму;
 N, M – кількість гармонік напруги і струму відповідно;
 m, n – номери гармонік напруги і струму.

Складові струму і напруги задаються в матричній формі.

Наведемо декілька прикладів отримання символьних виразів для складових миттєвої потужності.

Косинусна та синусна складові миттєвої потужності на джерелі живлення для 5-ти гармонік струму та напруги, згідно з (3):

$$\begin{array}{l}
Pa \rightarrow \\
Pb \rightarrow
\end{array}
\left(\begin{array}{c}
2Ia1 \cdot Ua1 + 2Ib1 \cdot Ub1 + 2Ia3 \cdot Ua3 + 2Ib3 \cdot Ub3 + 2Ia5 \cdot Ua5 + 2Ib5 \cdot Ub5 \\
0 \\
Ia1 \cdot Ua1 - Ib1 \cdot Ub1 + Ia1 \cdot Ua3 + Ia3 \cdot Ua1 + Ib3 \cdot Ub1 + Ib1 \cdot Ub3 + Ia3 \cdot Ua5 + Ia5 \cdot Ua3 + Ib5 \cdot Ub3 + Ib3 \cdot Ub5 \\
0 \\
Ia1 \cdot Ua3 - Ib1 \cdot Ub3 + Ia3 \cdot Ua1 - Ib3 \cdot Ub1 + Ia1 \cdot Ua5 + Ia5 \cdot Ua1 + Ib5 \cdot Ub1 + Ib1 \cdot Ub5 \\
0 \\
Ia1 \cdot Ua5 - Ib1 \cdot Ub5 + Ia3 \cdot Ua3 - Ib3 \cdot Ub3 + Ia5 \cdot Ua1 - Ib5 \cdot Ub1 \\
0 \\
Ia3 \cdot Ua5 - Ib3 \cdot Ub5 + Ia5 \cdot Ua3 - Ib5 \cdot Ub3 \\
0 \\
Ia5 \cdot Ua5 - Ib5 \cdot Ub5 \\
0 \\
0 \\
Ib1 \cdot Ua1 - Ia1 \cdot Ub1 + Ib3 \cdot Ua1 - Ib1 \cdot Ua3 + Ia1 \cdot Ub3 - Ia3 \cdot Ub1 + Ib5 \cdot Ua3 - Ib3 \cdot Ua5 + Ia3 \cdot Ub5 - Ia5 \cdot Ub3 \\
0 \\
Ib1 \cdot Ua3 + Ia1 \cdot Ub3 + Ib3 \cdot Ua1 + Ia3 \cdot Ub1 + Ib5 \cdot Ua1 - Ib1 \cdot Ua5 + Ia1 \cdot Ub5 - Ia5 \cdot Ub1 \\
0 \\
Ib1 \cdot Ua5 + Ia1 \cdot Ub5 + Ib3 \cdot Ua3 + Ia3 \cdot Ub3 + Ib5 \cdot Ua1 + Ia5 \cdot Ub1 \\
0 \\
Ib3 \cdot Ua5 + Ia3 \cdot Ub5 + Ib5 \cdot Ua3 + Ia5 \cdot Ub3 \\
0 \\
Ib5 \cdot Ua5 + Ia5 \cdot Ub5
\end{array} \right)$$

Наведений вище алгоритм дозволяє шляхом зміни вхідних векторів ортогональних складових струмів та напруг на активному або індуктивному елементі визначити їх складові миттєвої потужності.

Нижче наведені приклади отримання аналітичних виразів для складових миттєвої потужності на:

– лінійному активному опорі, відповідно до (5):

$$\begin{array}{l}
Pa \text{ collect, } R \rightarrow \\
Pb \text{ collect, } R \rightarrow
\end{array}
\left(\begin{array}{c}
(2 \cdot Ia1^2 + 2 \cdot Ib1^2 + 2 \cdot Ia3^2 + 2 \cdot Ib3^2 + 2 \cdot Ia5^2 + 2 \cdot Ib5^2) \cdot R \\
0 \\
(Ia1^2 - Ib1^2 + 2 \cdot Ia1 \cdot Ia3 + 2 \cdot Ib3 \cdot Ib1 + 2 \cdot Ia3 \cdot Ia5 + 2 \cdot Ib5 \cdot Ib3) \cdot R \\
0 \\
(2 \cdot Ia1 \cdot Ia3 - 2 \cdot Ib3 \cdot Ib1 + 2 \cdot Ia1 \cdot Ia5 + 2 \cdot Ib5 \cdot Ib1) \cdot R \\
0 \\
(2 \cdot Ia1 \cdot Ia5 - 2 \cdot Ib5 \cdot Ib1 + Ia3^2 - Ib3^2) \cdot R \\
0 \\
(2 \cdot Ia3 \cdot Ia5 - 2 \cdot Ib5 \cdot Ib3) \cdot R \\
0 \\
(Ia5^2 - Ib5^2) \cdot R \\
0 \\
0 \\
(2 \cdot Ib1 \cdot Ia1 + 2 \cdot Ib3 \cdot Ia1 - 2 \cdot Ib1 \cdot Ia3 + 2 \cdot Ib5 \cdot Ia3 - 2 \cdot Ib3 \cdot Ia5) \cdot R \\
0 \\
(2 \cdot Ib1 \cdot Ia3 + 2 \cdot Ib3 \cdot Ia1 + 2 \cdot Ib5 \cdot Ia1 - 2 \cdot Ib1 \cdot Ia5) \cdot R \\
0 \\
(2 \cdot Ib1 \cdot Ia5 + 2 \cdot Ib5 \cdot Ia1 + 2 \cdot Ib3 \cdot Ia3) \cdot R \\
0 \\
(2 \cdot Ib3 \cdot Ia5 - 2 \cdot Ib5 \cdot Ia3) \cdot R \\
0 \\
2 \cdot Ib5 \cdot Ia5 \cdot R
\end{array} \right)$$

– лінійній індуктивності, відповідно до (4):

$$\begin{array}{l}
 Pa \text{ collect, } L \rightarrow \left(\begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ [(-2) \cdot Ia1 \cdot Ib1 \cdot w - 2 \cdot Ia1 \cdot Ib3 \cdot w + 2 \cdot Ia3 \cdot Ib1 \cdot w - 2 \cdot Ia3 \cdot Ib5 \cdot w + 2 \cdot Ia5 \cdot Ib3 \cdot w] \cdot L \\ 0 \\ [(-4) \cdot Ia1 \cdot Ib3 \cdot w - 4 \cdot Ia3 \cdot Ib1 \cdot w - 4 \cdot Ia1 \cdot Ib5 \cdot w + 4 \cdot Ia5 \cdot Ib1 \cdot w] \cdot L \\ 0 \\ [(-6) \cdot Ia1 \cdot Ib5 \cdot w - 6 \cdot Ia5 \cdot Ib1 \cdot w - 6 \cdot Ia3 \cdot Ib3 \cdot w] \cdot L \\ 0 \\ [(-8) \cdot Ia3 \cdot Ib5 \cdot w - 8 \cdot Ia5 \cdot Ib3 \cdot w] \cdot L \\ 0 \\ (-10) \cdot Ia5 \cdot Ib5 \cdot L \cdot w \end{array} \right) \cdot \\
 Pb \text{ collect, } L \rightarrow \left(\begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ [(-Ib1^2) \cdot w + Ia1^2 \cdot w + 2 \cdot Ib3 \cdot Ib1 \cdot w + 2 \cdot Ia1 \cdot Ia3 \cdot w + 2 \cdot Ib5 \cdot Ib3 \cdot w + 2 \cdot Ia3 \cdot Ia5 \cdot w] \cdot L \\ 0 \\ [(-4) \cdot Ib3 \cdot Ib1 \cdot w + 4 \cdot Ia1 \cdot Ia3 \cdot w + 4 \cdot Ib5 \cdot Ib1 \cdot w + 4 \cdot Ia1 \cdot Ia5 \cdot w] \cdot L \\ 0 \\ [(-6) \cdot Ib5 \cdot Ib1 \cdot w + 6 \cdot Ia1 \cdot Ia5 \cdot w - 3 \cdot Ib3^2 \cdot w + 3 \cdot Ia3^2 \cdot w] \cdot L \\ 0 \\ [(-8) \cdot Ib5 \cdot Ib3 \cdot w + 8 \cdot Ia3 \cdot Ia5 \cdot w] \cdot L \\ 0 \\ [(-5) \cdot Ib5^2 \cdot w + 5 \cdot Ia5^2 \cdot w] \cdot L \end{array} \right) \cdot
 \end{array}$$

Зробивши необхідні перетворення з урахуванням параметрів R і L, отримуємо всі необхідні рівняння, що дозволяють розв'язати пряму (визначення складових струмів за відомими параметрами схеми заміщення та складовими напруги джерела живлення) або обернену задачу (визначення параметрів схеми заміщення за відомими складовими струмів та напруги джерела живлення) аналізу електричних кіл.

Для апробації алгоритму розв'язувалась пряма задача з розрахунку струму у RL-колі при наявності 1-ї, 3-ї та 5-ї гармонік напруги. Амплітуда першої гармоніки напруги складала 400 В, амплітуди інших – по 20% від першої, значення параметрів кола: R=0,5 Ом, L=0,0143 Гн. Приймаючи нульові початкові умови шуканих струмів рівними 0, у результаті розв'язання рівнянь балансу складових миттєвої потужності були визначені складові шуканих струмів з наступними відносними похибками:

$$\begin{aligned}
 d(Ia1) &= 0,05\%, \\
 d(Ia3) &= 0,08\%, \\
 d(Ia5) &= 0,07\%, \\
 d(Ib1) &= 0,009\%, \\
 d(Ib3) &= 1,1\%, \\
 d(Ib5) &= 3\%.
 \end{aligned}$$

Розглянутий експеримент дозволив довести, що автоматизований метод розрахунку електричних кіл методом миттєвої потужності достатньо зручний і точний.

Наступною метою була апробація алгоритму при розрахунках електричних кіл, що містять нелінійну індуктивність. У розглянуте вище коло вводився нелінійний індуктивний елемент, представлений виразом (рис. 1):

$$L(I) = a_0 + a_2 \cdot I^2(t). \quad (7)$$

де коефіцієнти полінома:

$$a_0 = 0,014288455; a_2 = -7,834681 \cdot 10^{-8}.$$

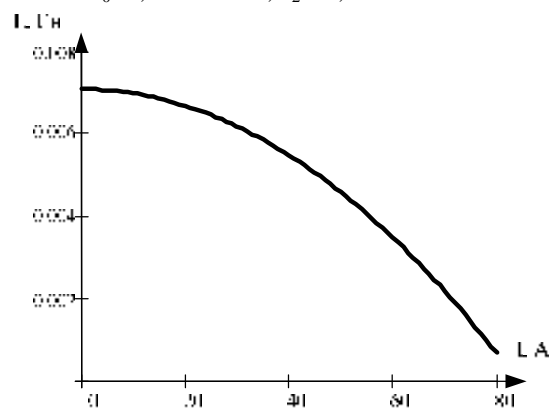


Рисунок 1 – Нелінійна залежність індуктивності від струму

Для перевірки точності автоматизованого методу розрахунку, так само як і в першому завданні, виконувалось моделювання розглянутого кола за допомогою пакету Matlab (рис. 2). Залежність L(I) задавалась із застосуванням ланки Look-Up Table.

ЛІТЕРАТУРА

1. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи: Учебник. –

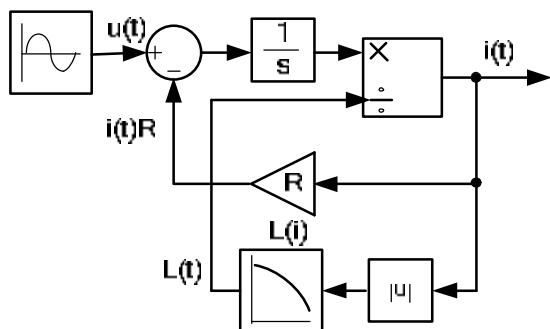


Рисунок 2 – Структурна схема математичної моделі

У результаті розв'язання системи були отримані значення струмів, точність результатів оцінювалася за відносною похибкою ефективного значення струму $d_{\text{эф}} = 0,07\%$ (рис. 3, 4).

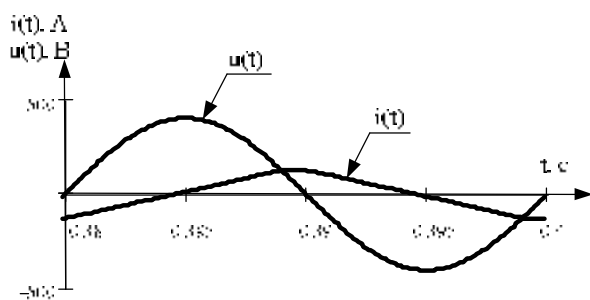


Рисунок 3 – Сигнали напруги та струму в колі

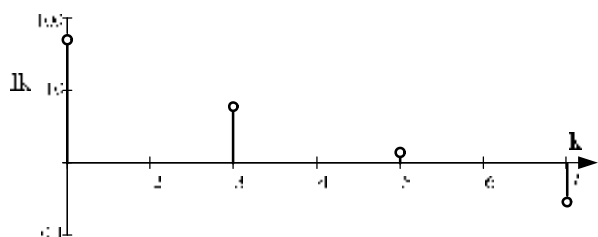


Рисунок 4 – Спектральний склад струму в колі

Висновки. За результатами проведених математичних експериментів, зіставивши значення амплітуд складових струму, отриманих шляхом реалізації експерименту в пакеті MatLab із значеннями, що отримувались у результаті розв'язання систем балансу складових миттєвої потужності при використанні наведеного вище алгоритму розрахунку, можемо зробити висновок, що автоматизований метод розрахунку електричних кіл методом миттєвої потужності є ефективним методом аналізу лінійних та нелінійних систем.

М.: Гардарики, 2001. – 638 с.

2. Родькин Д.И., Ромашихин Ю.В. Мгновенная мощность нелинейных элементов электрической цепи // XIV міжнар. наук.-техн. конф. "Проблеми автоматизованого електроприводу. Теорія і практика". Сборник научных трудов Днепропетровского государственного технического университета. – Днепропетровск: ДГТУ, 2007. – С. 501–506.

3. Родькин Д.И. Декомпозиция составляющих мощности полигармонических сигналов // Вісник КДПУ. Наукові праці КДПУ. – Кременчук: КДПУ, 2003. – № 6. – С. 34–37.

4. Калинов А.П., Лейко В.В., Родькин Д.И. Спектральный анализ мгновенной мощности в сети с полигармоническим напряжением и током // Вісник КДПУ. Наукові праці КДПУ. – Кременчук: КДПУ, 2006. – Вип. 3 (38). – Ч. 2. – С. 59–64.

5. Родькин Д.И. Баланс составляющих мгновенной мощности полигармонических сигналов // Вісник КДПУ. Наукові праці КДПУ. – Кременчук: КДПУ, 2007. – Вип. 3. – С. 66–71.

6. Родькин Д.И. Интерпретация результатов оценки мгновенной мощности полигармонических сигналов // Вісник КДПУ. Наукові праці КДПУ. – Кременчук: КДПУ, 2003. – Вип. 2. – С. 144–147.

7. Сидоренко В.М., Родькин Д.И., Чорний О.П., Мамчур Д.Г. Автоматизация розрахунку складових миттєвої потужності електричних сигналів // Вісник КДПУ. Наукові праці КДПУ. – Кременчук: КДПУ, 2004. – Вип. 3 (26). – С. 91–96.

8. Кирьянов Д.В. Самоучитель MathCad – СПб.: БХВ-Петербург, 2003. – 560 с.

Стаття надійшла 08.04.2009 р.
Рекомендовано до друку д.т.н., проф.
Родькіним Д.І.