

УДК 621.313

**ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНА ОЦІНКА ДОСТОВІРНОСТІ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ АСИНХРОННОГО ДВИГУНА З НЕСИМЕТРІЄЮ ОБМОТОК СТАТОРА****В. О. Мельников, А. П. Калінов, Д. Г. Мамчур, В. О. Огарь**Кременчуцький національний університет імені Михайла Остроградського  
вул. Першотравнева, 20, м. Кременчук, 39600, Україна. E-mail: scenter@kdu.edu.ua

Наведено математичну модель асинхронного двигуна у фазних координатах для досліджень режимів роботи електродвигунів з несиметрією обмоток статора. За порівнянням результатів моделювання з експериментально вимірними сигналами проведено оцінку точності відтворення електромагнітних та електромеханічних процесів, що протікають у двигуні. Для отримання більш достовірної інформації розрахунки в математичній моделі проводилися для реальних вимірних сигналів фазних напруг статора двигуна. Результати проведених досліджень показали, що зі збільшенням ступеня несиметрії коефіцієнт детермінації дещо зменшується, але у рамках реально існуючих рівнів несиметрії (до 10 %) розроблена математична модель є адекватною.

**Ключові слова:** несиметрія, обмотки статора, електромагнітні параметри.**ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ОЦЕНКА ДОСТОВЕРНОСТИ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ АСИНХРОННОГО ДВИГАТЕЛЯ С НЕСИММЕТРИЕЙ ОБМОТОК СТАТОРА****В. А. Мельников, А. П. Калинов, Д. Г. Мамчур, В. А. Огарь**Кременчугский национальный университет имени Михаила Остроградского  
ул. Первомайская, 20, г. Кременчуг, 39600, Украина. E-mail: scenter@kdu.edu.ua

Приведена математическая модель асинхронного двигателя в фазных координатах для исследования режимов работы электродвигателей с несимметрией обмоток статора. На основании сравнения результатов моделирования с экспериментально измеренными сигналами проведена оценка точности воссоздания электромагнитных и электромеханических процессов, происходящих в двигателе. Для получения более достоверной информации расчеты в математической модели проводились для реальных измеренных сигналов фазных напряжений статора двигателя. Результаты проведенных исследований показали, что с увеличением степени несимметрии коэффициент детерминации уменьшается, но в рамках реально существующих уровней несимметрии (до 10 %) разработанная математическая модель является адекватной.

**Ключевые слова:** несимметрия, обмотки статора, электромагнитные параметры.

**АКТУАЛЬНІСТЬ РОБОТИ.** Невід'ємною частиною проектування промислових систем електроприводів (ЕП) змінного струму є математичне моделювання. Часто виконується аналіз динамічних властивостей з метою перевірки відповідності ЕП до технічних вимог. Однак при цьому виникає питання адекватності отриманих результатів, оскільки досить часто при моделюванні асинхронних двигунів (АД) робиться ціла низка спрощень і припущень та розглядається так звана "ідеалізована машина" [1], що, як наслідок, може призвести до отримання недостовірної інформації.

У ході довготривалої експлуатації АД виникають пошкодження обмоток статора (обриви паралельних секцій, міжвиткові замикання, пошкодження активної сталі статора та несиметрія параметрів за фазами), ротора (обриви стрижнів роторів, пошкодження обмоток фазних роторів) та механічні пошкодження (зношення підшипників, дисбаланси ротора, зачіпання ротора за статор) [2]. Дослідження показують, що одними з найбільш розповсюджених є пошкодження обмоток статора [3, 4]. У результаті виникнення міжвиткових замикань та обривів паралельних секцій обмоток статора має місце несиметричний режим роботи, що призводить до перерозподілу струмів у фазних об-

мотках, причому в окремих фазах величини струмів можуть значно перевищувати номінальні значення. Таким чином, при дослідженні режимів роботи систем електроприводів з АД на математичних моделях необхідно максимально точно відтворити ті електромагнітні та електромеханічні процеси, що протікають у двигуні.

Метою роботи є розробка та експериментальна перевірка адекватності математичної моделі асинхронного двигуна у фазних координатах для досліджень режимів роботи електродвигунів з несиметрією обмоток статора.

**МАТЕРІАЛ І РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДЖЕНЬ.** Рівняння АД у фазних координатах описують електромагнітні та механічні процеси, що дозволяє не відходити від їх фізичної сутності [5]. Таке подання моделі дає можливість якісно досліджувати роботу двигуна за умов несиметрії АД або джерела живлення.

При моделюванні АД у трифазній системі координат двигун є системою магнітозв'язаних обмоток, розташованих на статорі та роторі [6]. При цьому для опису перехідних процесів складають рівняння електричної рівноваги для всіх контурів та рівняння руху ротора.

Рівняння електричної рівноваги статора та ротора АД з короткозамкненим ротором, записані у векторній формі, будуть мати вигляд:

$$\begin{cases} \dot{U}_S = \dot{I}_S R_S + \frac{d\dot{\Psi}_S}{dt}; \\ 0 = \dot{I}_R R_R + \frac{d\dot{\Psi}_R}{dt}, \end{cases} \quad (1)$$

де  $\dot{U}_S$  – вектори напруг статора;  $\dot{I}_S, \dot{I}_R$  – вектори струмів статора та ротора;  $\dot{\Psi}_S, \dot{\Psi}_R$  – вектори потокозчеплення статора та ротора.

Потокозчеплення кожної фази статора та ротора може бути визначене величиною власної індуктивності обмотки і взаємної індуктивності з усіма іншими обмотками. З урахуванням того, що всі обмотки статора мають просторове зрушення одна відносно одної, яке дорівнює  $120^\circ$ , взаємна індукція обмоток статора для фази А визначається з рівнянь:

$$\begin{cases} M_{AB} = L_\mu \cos(2\pi/3); \\ M_{AC} = L_\mu \cos(-2\pi/3), \end{cases} \quad (2)$$

де  $M_{AB}, M_{AC}$  – взаємні індуктивності фаз В і С статора;  $L_\mu$  – головна взаємоіндуктивність.

Взаємна індуктивність між обмотками статора і ротора змінюється за гармонійним законом та розраховується за виразами:

$$\begin{cases} M_{Aa} = L_\mu \cos(\gamma); \\ M_{Ab} = L_\mu \cos(\gamma + 2\pi/3); \\ M_{Ac} = L_\mu \cos(\gamma - 2\pi/3), \end{cases} \quad (3)$$

де  $M_{Aa}, M_{Ab}, M_{Ac}$  – взаємні індуктивності фаз статора та ротора;  $\gamma$  – кут повороту ротора.

Наявність несиметрії обмоток однієї з фаз статора може бути врахована за допомогою коефіцієнта  $\varepsilon$ , що дорівнює одиниці за повної симетрії обмоток та нулю – за відсутності однієї фази статора. Наявність несиметрії враховується у зміні електромагнітних параметрів фази статора наступним чином [7]:

$$R'_S = \varepsilon R_S; L'_S = \varepsilon^2 L_S; L'_\mu = \varepsilon L_\mu, \quad (4)$$

де  $\varepsilon$  – коефіцієнт несиметрії обмоток;  $L_S$  – індуктивний опір статора.

З урахуванням рівнянь (2)–(4) рівняння потокозчеплення фази “А” статора набуває вигляду:

$$\Psi_A = L_S i_A \varepsilon^2 + L_\mu \varepsilon \begin{pmatrix} i_a \cos(\gamma) + i_b \cos(\gamma + 2\pi/3) + \\ + i_c \cos(\gamma - 2\pi/3) - 0,5(i_b + i_c) \end{pmatrix}, \quad (5)$$

де  $i_A, i_B, i_C$  – струм фаз статора;  $i_a, i_b, i_c$  – струм фаз ротора.

Потокозчеплення інших фаз статора та ротора визначається аналогічним методом.

При визначенні фазового струму також необхідно враховувати нульову складову струмів статора [8], що розраховується за виразом

$$i_0 = (i_A + i_B + i_C)/3, \quad (6)$$

де  $i_0$  – нульова складова струму статора.

Таким чином, структурна схема формування струму фази “А” статора набуває вигляду, зображеного на рис. 1.

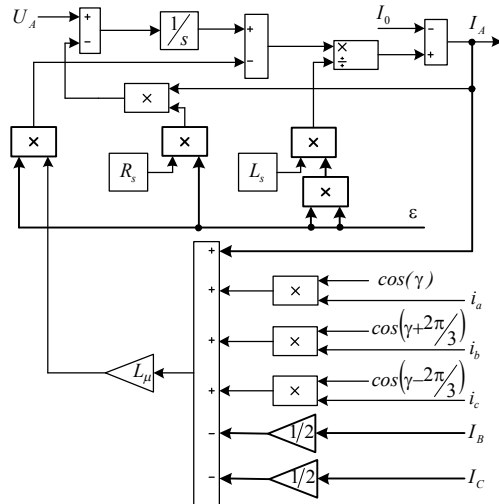


Рисунок 1 – Структурна схема фази статора АД

Перевірка адекватності математичної моделі АД за наявності несиметрії обмоток статора здійснюється шляхом порівняння експериментальних та модельних сигналів струму та електромагнітного моменту АД серії АИР80В4У2 з параметрами:  $P_n=1,5$  кВт,  $I_n=3,6$  А,  $n_n=1395$  об/хв,  $\eta=0,77$ ,  $\cos\varphi=0,81$ ,  $R_1=5$  Ом,  $R_2=3,69$  Ом,  $X_1=4,35$  Ом,  $X_2=4,01$  Ом,  $X_\mu=58,61$  Ом. Імітація несиметрії у фазі “А” статора здійснюється за допомогою відпайок, схему підключення яких зображено на рис. 2, що дало можливість дослідження режимів роботи АД при 1,36 % (1), 2,52 % (2) та 14 % (3) несиметрії електромагнітних параметрів статора двигуна.

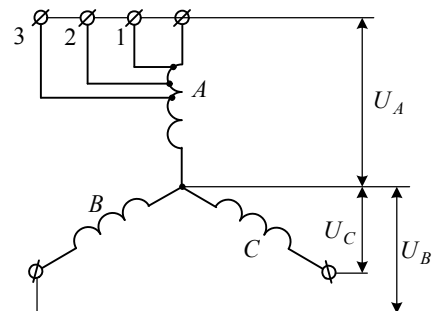


Рисунок 2 – Схема підключення відпайок на статорі АД

Експериментальні сигнали фазних напруг та фазних струмів АД зображено на рис. 3, 4.

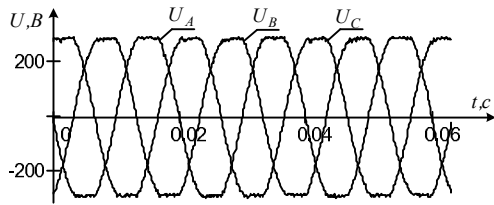


Рисунок 3 – Експериментальні сигнали напруги

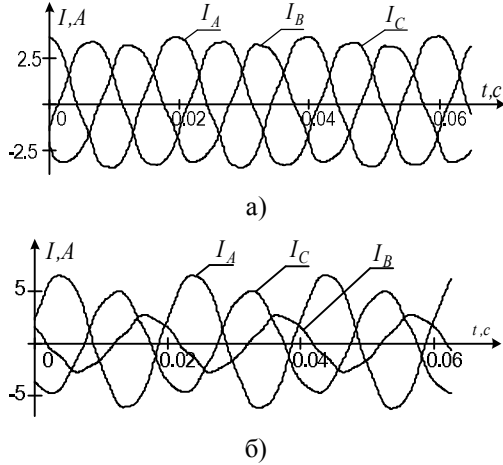


Рисунок 4 – Експериментальні сигнали струму статора АД: а) у симетричній машині; б) при 14 % несиметрії фази статора

Для оцінки відхилень модельних сигналів від реальних використовувався коефіцієнт детермінації:

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=0}^{N-1} (I_i - I_r(i\Delta t))^2}{\sum_{i=0}^{N-1} (I_i - I_s)^2}, \quad (7)$$

де  $I_i$  – миттєві значення реального сигналу;  $I_r(i\Delta t)$  – функція, що описує миттєві значення розрахункового сигналу ( $\Delta t$  – інтервал дискретизації реального сигналу);  $I_s$  – середнє значення реального сигналу.

Для отримання більш адекватної інформації розрахунки в математичній моделі проводилися для реальних сигналів фазних напруг статора двигуна (рис. 3). Порівняння сигналів струмів фаз статора та електромагнітного моменту зображено на рис. 5–7. У табл. 1 наведено значення коефіцієнта детермінації, який відображає ступінь співпадіння модельних сигналів з експериментальними.

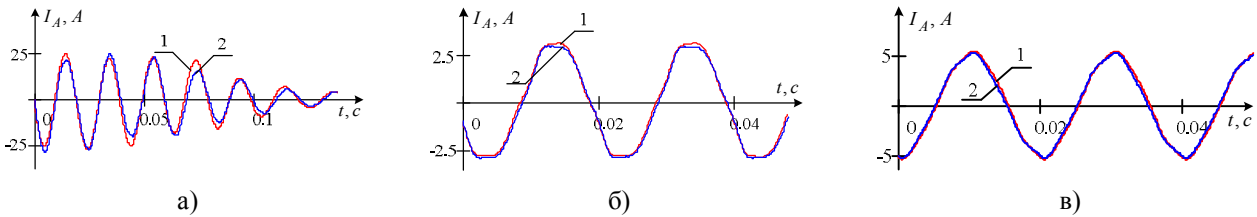


Рисунок 5 – Експериментальний (1) та модельний (2) сигнали струму фази А асинхронного двигуна із симетричними обмотками статора: а) при пуску; б) у режимі неробочого ходу; в) при номінальному навантаженні

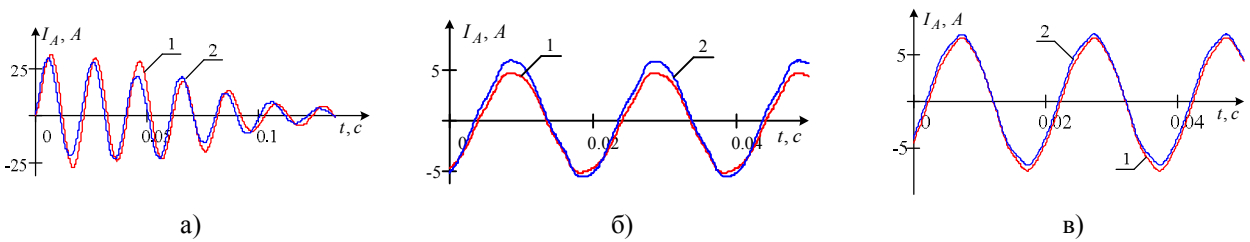


Рисунок 6 – Експериментальний (1) та модельний (2) сигнали струму фази А асинхронного двигуна при 14 % несиметрії фази статора: а) при пуску; б) у режимі неробочого ходу; в) при номінальному навантаженні

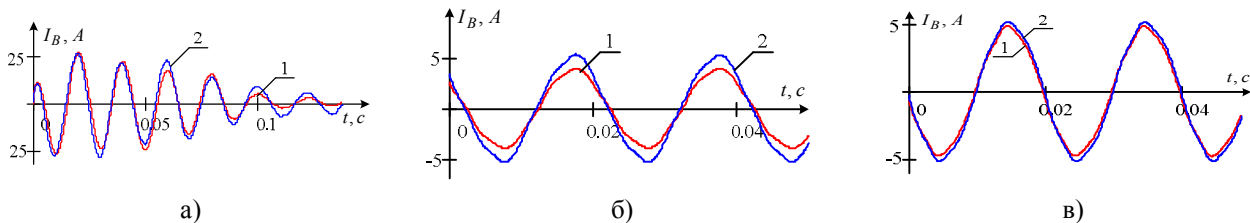


Рисунок 7 – Експериментальний (1) та модельний (2) сигнали струму фази В асинхронного двигуна при 14 % несиметрії фази статора: а) при пуску; б) у режимі неробочого ходу; в) при номінальному навантаженні

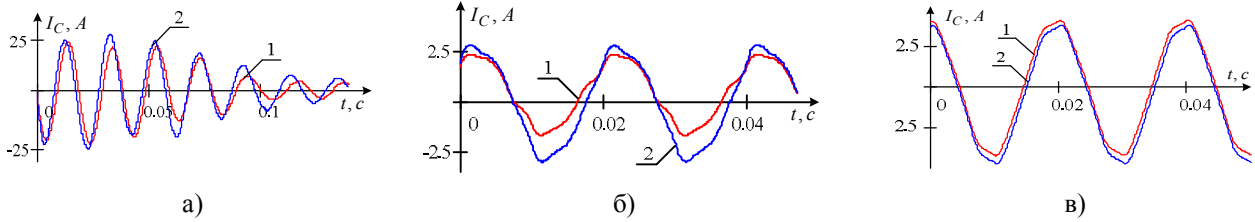


Рисунок 8 – Експериментальний (1) та модельний (2) сигнали струму фази В асинхронного двигуна при 14 % несиметрії фази статора: а) при пуску; б) у режимі неробочого ходу; в) при номінальному навантаженні

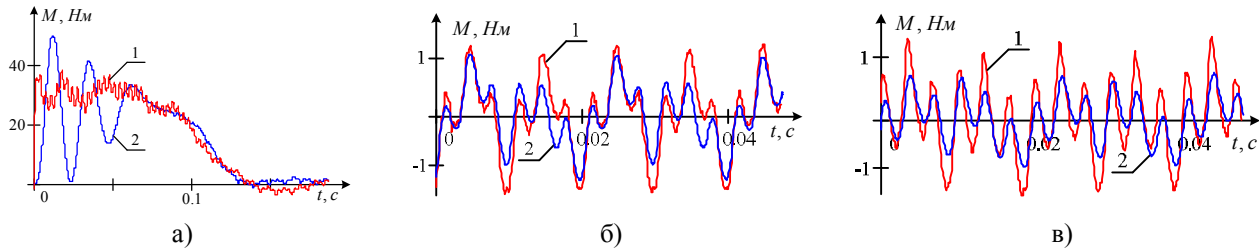


Рисунок 9 – Експериментальний (1) та модельний (2) сигнали електромагнітного моменту асинхронного двигуна із симетричними обмотками: а) при пуску; б) у режимі неробочого ходу; в) при номінальному навантаженні

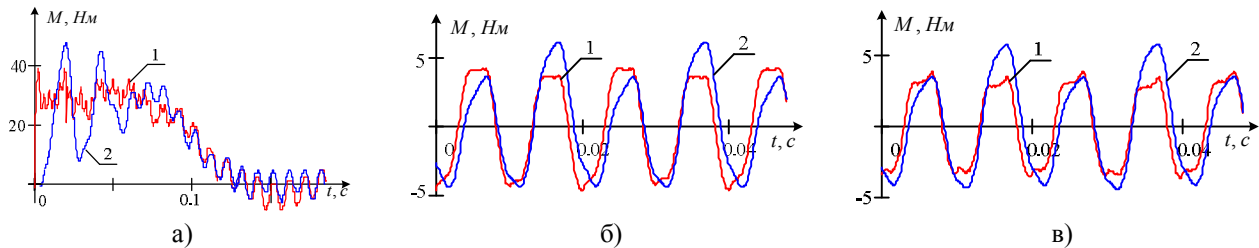


Рисунок 10 – Експериментальний (1) та модельний (2) сигнали електромагнітного моменту при 14 % несиметрії фази статора: а) при пуску; б) у режимі неробочого ходу; в) при номінальному навантаженні

Таблиця 1 – Аналіз ступеня співпадіння модельних сигналів з експериментальними

Умови роботи	$R^2$			
	$I_A$	$I_B$	$I_C$	$M$
Симетричний двигун				
Неробочий хід	0,996	0,997	0,998	0,777
Навантаження	0,995	0,997	0,995	0,701
Пуск	0,946	0,942	0,952	0,531
Несиметрія статора 1,36 %				
Неробочий хід	0,998	0,995	0,993	0,88
Навантаження	0,993	0,997	0,997	0,855
Пуск	0,942	0,952	0,961	0,561
Несиметрія статора 2,52 %				
Неробочий хід	0,997	0,994	0,986	0,805
Навантаження	0,99	0,997	0,998	0,775
Пуск	0,872	0,935	0,921	0,541
Несиметрія статора 14,03 %				
Неробочий хід	0,967	0,934	0,852	0,699
Навантаження	0,989	0,992	0,979	0,677
Пуск	0,821	0,911	0,805	0,642

Результати проведених досліджень показали, що зі збільшенням ступеня несиметрії коефіцієнт детермінації дещо зменшується, але у рамках реально існуючих рівнів несиметрії (до 10%) розроблена математична модель є адекватною. При великих відсотках несиметрії, наприклад, 14 %, спостерігається режим роботи, коли одна з фаз АД працює в генераторному режимі та віддає як активну, так і реактивну потужність у мережу живлення.

**ВИСНОВКИ.** Розроблена математична модель асинхронного двигуна в трифазній системі координат дозволяє адекватно відтворити електромагнітні та електромеханічні процеси, що протікають у реальних двигунах при несиметрії обмоток статора.

#### ЛІТЕРАТУРА

1. Математическое моделирование электрических машин (АВМ): учебное пособие для студентов вузов / Г.А. Сипайлов, А.В. Лоос. – М.: Высшая школа, 1980. – 176 с.
2. Recent developments of induction motor drives fault diagnoses using AI techniques / Filipetti Fiorenzo, Giovanni Francescini, Carla Tassoni // IEEE

Transactions in Industrial electronics. – USA, 2000. – Iss. 47. – PP. 994–1004.

3. Надежность асинхронных электродвигателей / Б.Н. Ванеев, В.Д. Главный, В.М. Гостищев, Л.И. Сердюк; под ред. Б.Н. Ванеева. – К.: Техника, 1983. – 143 с.

4. A new approach to on-line fault detection in AC motors / G.B. Kilman, W.J. Premerlani, R.A. Koegl, D. Hoeweler // IEEE–IAS Annual Meeting Conference. – San Diego, CA, 1996. – PP. 687–693.

5. Копылов И.П. Математическое моделирование электрических машин. – М.: Высшая школа, 2001. – 327 с.

6. Шрейнер Р.Т. Математическое моделирование электроприводов переменного тока с полупроводниковыми преобразователями частоты. – Екатеринбург: УРО РАН, 2000. – 654 с.

7. Вольдек А.И., Попов В.В. Электрические машины. Машины переменного тока: учебник для вузов. – СПб.: Питер, 2008. – 350 с.

8. Усольцев А.А. Частотное управление асинхронными двигателями: учебное пособие. – СПб: СПбГУ ИТМО, 2006. – 94 с.

#### EXPERIMENTAL ESTIMATION OF VALIDITY THE MATHEMATICAL MODEL OF INDUCTION MOTOR WITH STATOR WINDINGS ASYMMETRY

V. Melnykov, A. Kalinov, D. Mamchur, V. Ogar

Kremenchuk Mykhaylo Ostrohradskyi National University

vul. Pershotravneva, 20, Kremenchuk, 39600, Ukraine. E-mail: scenter@kdu.edu.ua

The induction motor mathematical model in the phase coordinate system is presented. This model allows us investigate operational modes of induction motor working with stator windings unsymmetry. An estimation of induction motor electromagnetic and electromechanical transient processes reconstruction accuracy was done based on comparison signals from mathematical model and experimental signals. In order to get more precise information, all mathematical model computations were done using real measured stator phase voltage signals as a stimulus. Investigation results showed that increasing of unsymmetry level leads to decreasing the coefficient of determination. The results of these studies have shown that with increasing degree of asymmetry coefficient of determination is reduced, but in the real-world levels of asymmetry (10 %) developed a mathematical model is adequate.

**Key words:** asymmetry, stator windings, electromagnetic parameters.

#### REFERENCES

1. *Mathematical modeling of electrical machines: A textbook for university students* / G.A. Sypaylov, A.V. Loos. – М.: Vyshaya shkola, 1980. – 176 p. [in Russian]

2. Recent developments of induction motor drives fault diagnoses using AI techniques / Filipetti Fiorenzo, Giovanni Franceschini, Carla Tassoni // *IEEE Transactions in Industrial electronics*. – USA, 2000. – Iss. 47. – PP. 994–1004.

3. *The reliability of induction motors* / B.N. Vaneev, V.D. Glavniy, V.M. Gostishev, L.Y. Serdyuk; edited by B.N. Vaneev. – К.: Tehnika, 1983. – 143 p. [in Russian]

4. A new approach to on-line fault detection in AC motors / G.B. Kilman, W.J. Premerlani, R.A. Koegl, D. Hoeweler // *IEEE–IAS Annual Meeting Conference*. – San Diego, CA, 1996. – PP. 687–693.

5. Kopilov I.P. *Mathematical modeling of electrical machines*. – М.: Vyshaya shkola, 2001. – 327 p. [in Russian]

6. Shreyner R.T. *Mathematical Modeling of AC drives with solid state frequency converters*. – Ekaterinburg: URO RAN, 2000. – 654 p. [in Russian]

7. *Electrical Machines. AC Machines* / A.I. Voldek, V.V. Popov. – The textbook for high schools. – SPb.: Piter, 2008. – 350 p. [in Russian]

8. Usolcev A.A. *Frequency control of asynchronous motors: textbook*. – SPb: SPbGU ITMO, 2006. – 94 p. [in Russian]

Стаття надійшла 13.04.2012.

Рекомендовано до друку  
д.т.н., проф. Чорним О.П.