

СВОБОДНЫЕ КОЛЕБАНИЯ РОТОРА СИНХРОННОГО ДВИГАТЕЛЯ КОМПРЕССОРНОГО АГРЕГАТА

*Черный А.П., д.т.н., проф., Киба С.П., к.ф.-м.н., проф., Скрипников О.В., ассист.
Кременчугский государственный политехнический университет
имени Михаила Остроградского*

39600, г. Кременчуг, Полтавская обл., ул. Первомайская, 20

E-mail: apch@polytech.poltava.ua

Осадчук Ю.Г., к.т.н., доц.

Криворожский технический университет

Введение. Проблема колебаний мощных электрических машин синхронных двигателей (СД) турбомеханизмов во многом связана непосредственно с технологическим процессом. Пусковые режимы, сопровождающиеся сильными динамическими ударами; длительные остановы при переводе агрегатов в резерв, сопровождающиеся прогибом ротора; изменения нагрузки на валу; выработка подшипников скольжения и валов, приводящая к появлению эллипсности, приводят к постепенным изменениям в жесткости опор, появлению дисбаланса и, как следствие, возникновению вредных колебаний. Сложные балансировочные устройства позволяют частично снизить уровень вибрации, однако причина вибраций зачастую не анализируется [1, 2]. Поэтому актуальной задачей является исследование характера колебаний роторов СД турбомеханизмов.

Цель работы. Исследование свободных колебаний ротора СД как твердого тела с четырьмя степенями свободы.

Материал и результаты исследований. Рассмотрим колебания ротора СД компрессорного агрегата. Пусть жесткий ротор массы M вращается в упругих опорах A_1 и B_1 ; коэффициенты жесткости соответственно левой и правой опор c_1 и c_2 (рис. 1); расстояние между опорами l , центр тяжести C ротора вместе с подшипниками находится на расстояниях l_1 и l_2 соответственно от левой и правой опор; ротор вращается вокруг оси симметрии с постоянной угловой скоростью ω ; моменты инерции ротора относительно оси симметрии A , относительно оси перпендикулярной к оси вращения и проходящей через центр тяжести ротора B , определяются по формулам:

$$A = \frac{MR^2}{2}, B = \frac{M}{4} \left(R^2 + \frac{l^2}{3} \right),$$

где R - радиус ротора.

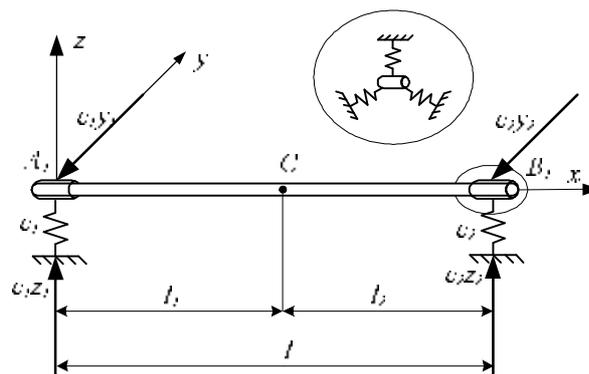


Рисунок 1 – Расчетная схема ротора

Рассмотрим малые колебания ротора около положения равновесия (равномерное вращение около горизонтальной оси Ox). Начало неподвижной системы координат совпадает с левой опорой в положении равновесия (рис. 2). Дадим ротору произвольное перемещение. Координаты левой опоры обозначены y_1, z_1 , координаты правой опоры – y_2, z_2 , координаты центра тяжести – y_c, z_c . Движением ротора вдоль оси Ox пренебрегаем, считая изменение координат x_1, x_2, x_c величинами более высокого порядка малости. Угол между проекцией оси ротора на плоскость Oxy и осью Ox обозначим β ; угол между осью ротора и ее проекцией на плоскость Oxy обозначим γ (рис. 2).

Выразим координаты центра тяжести и углы β, γ через независимые координаты y_1, z_1, y_2, z_2 :

$$y_c = \frac{y_1 l_2 + y_2 l_1}{l}; \quad (1)$$

$$z_c = \frac{z_1 l_2 + z_2 l_1}{l}; \quad (2)$$

$$\beta = \frac{y_2 - y_1}{l}; \quad (3)$$

$$\gamma = \frac{z_2 - z_1}{l}. \quad (4)$$

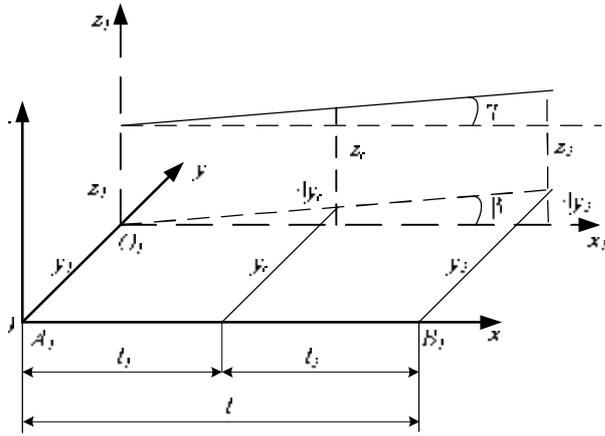


Рисунок 2 – К определению величин y_c, z_c, β, γ

На основании теоремы о движении центра инерции запишем дифференциальные уравнения

$$M\ddot{y}_c = -c_1 y_1 - c_2 y_2; \quad (5)$$

$$M\ddot{z}_c = -c_1 z_1 - c_2 z_2, \quad (6)$$

где правая часть уравнений – проекции на соответствующие оси упругих реакций опор.

Составим дифференциальные уравнения колебаний ротора вокруг осей, параллельных y, z , проведенных через центр инерции ротора. Главные моменты количества движения системы с точностью до малых величин первого порядка малости таковы:

$$L_{cx} = A\omega; \quad (7)$$

$$L_{cy} = A\omega\beta - B\dot{\beta}; \quad (8)$$

$$L_{cz} = A\omega\gamma + B\dot{\gamma}. \quad (9)$$

Главные моменты внешних сил относительно проведенных через центр инерции осей находим из рис. 1:

$$\sum M_{cx}(\bar{F}_k) = 0; \quad (10)$$

$$\sum M_{cy}(\bar{F}_k) = c_2 y_2 l_2 - c_1 y_1 l_1; \quad (11)$$

$$\sum M_{cz}(\bar{F}_k) = -c_2 z_2 l_2 + c_1 z_1 l_1. \quad (12)$$

На основании теоремы об изменении главного момента количества движения в относительном движении по отношению к центру инерции [3], имеем:

$$A\omega\dot{\beta} - B\ddot{\beta} = c_2 z_2 l_2 - c_1 z_1 l_1; \quad (13)$$

$$A\omega\dot{\gamma} + B\ddot{\gamma} = -c_2 y_2 l_2 + c_1 y_1 l_1. \quad (14)$$

Подставляя в уравнения (5), (6), (13), (14) значения y_c, z_c, β, γ , получим систему четырех линейных однородных дифференциальных уравнений с неизвестными y_1, y_2, z_1, z_2 :

$$\begin{cases} M(l_2 \ddot{y}_1 + l_1 \ddot{y}_2) + c_1 y_1 + c_2 y_2 = 0 \\ M(l_2 \ddot{z}_1 + l_1 \ddot{z}_2) + c_1 z_1 + c_2 z_2 = 0 \\ A\omega(\dot{\beta}_2 - \dot{\beta}_1) - B(\ddot{\beta}_2 - \ddot{\beta}_1) - c_2 l_2 z_2 + c_1 l_1 z_1 = 0 \\ A\omega(\dot{\gamma}_2 - \dot{\gamma}_1) + B(\ddot{\gamma}_2 - \ddot{\gamma}_1) + c_2 l_2 y_2 - c_1 l_1 y_1 = 0. \end{cases} \quad (15)$$

Будем находить частные решения системы (15) в виде:

$$\begin{aligned} y_1 &= C_1 \sin(pt + \alpha); \\ y_2 &= C_2 \sin(pt + \alpha); \\ z_1 &= C_3 \cos(pt + \alpha); \\ z_2 &= C_4 \cos(pt + \alpha). \end{aligned} \quad (16)$$

где $C_1, C_2, C_3, C_4, p, \alpha$ – постоянные, которые должны быть определены так, чтобы функции (16) удовлетворяли системе уравнений (15). Внося (16) в эту систему, получим систему алгебраических уравнений с неизвестными C_1, C_2, C_3, C_4 :

$$\begin{cases} (c_1 l_1 - M l_2 p^2) C_1 + (c_2 l_1 - M l_1 p^2) C_2 = 0; \\ (c_1 l_1 - M l_2 p^2) C_3 + (c_2 l_1 - M l_1 p^2) C_4 = 0; \\ -A\omega p C_1 + A\omega p C_2 + (c_1 l_1 l_1 - B p^2) C_3 + \\ + (B p^2 - c_2 l_2 l_1) C_4 = 0; \\ (B p^2 - c_1 l_1 l_1) C_1 - (B p^2 - c_2 l_2 l_1) C_2 + \\ + A\omega p C_3 - A\omega p C_4 = 0. \end{cases} \quad (17)$$

Эту систему можно разложить на две. Для нахождения $C_1 + C_3$ и $C_2 + C_4$, получаем систему:

$$\begin{cases} (c_1 l_1 - M l_2 p^2)(C_1 + C_3) + (c_2 l_1 - M l_1 p^2) \times \\ \times (C_2 + C_4) = 0; \\ (B p^2 - A\omega p - c_1 l_1 l_1)(C_1 + C_3) + (A\omega p - \\ - B p^2 + c_2 l_2 l_1)(C_2 + C_4) = 0. \end{cases} \quad (18)$$

Для нахождения $C_1 - C_3$ и $C_2 - C_4$, получаем систему:

$$\begin{cases} (c_1 l_1 - M l_2 p^2)(C_1 - C_3) + (c_2 l_1 - M l_1 p^2) \\ (C_2 - C_4) = 0; \\ (B p^2 - A\omega p - c_1 l_1 l_1)(C_1 - C_3) + (A\omega p - \\ - B p^2 + c_2 l_2 l_1)(C_2 - C_4) = 0. \end{cases} \quad (19)$$

Приравняв нулю определители систем (18) и (19), получим два частотных уравнения:

$$\begin{aligned} p^4 + \frac{A}{B} \omega p^3 - \left(\frac{c_1 + c_2}{M} + \frac{c_2 l_2^2 + c_1 l_1^2}{B} \right) p^2 - \\ - \frac{A\omega}{BM} (c_1 + c_2) p + \frac{c_1 c_2 l^2}{BM} = 0; \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} p^4 - \frac{A}{B} \omega p^3 - \left(\frac{c_1 + c_2}{M} + \frac{c_2 l_2^2 + c_1 l_1^2}{B} \right) p^2 + \\ + \frac{A\omega}{BM} (c_1 + c_2) p + \frac{c_1 c_2 l^2}{BM} = 0. \end{aligned} \quad (21)$$

Заметим, что при неподвижном роторе ($\omega = 0$) эти уравнения совпадают и принимают вид:

$$p^4 - \left(\frac{c_1 + c_2}{M} + \frac{c_2 l_2^2 + c_1 l_1^2}{B} \right) p^2 + \frac{c_1 c_2 l^2}{BM} = 0. \quad (22)$$

Корни этого уравнения являются частотами свободных колебаний неподвижного ротора.

Численный анализ показывает, что уравнения (20) и (21) не имеют общих корней, все корни являются вещественными и располагаются в таком порядке $p_3 < p_0 < p_1 < p_4 < p'_0 < p_2$, где p_0, p'_0 – частоты свободных колебаний неподвижного ротора; p_1, p_2 – в уравнении (20) и p_3, p_4 – в уравнении (21) – частоты свободных колебаний вращающегося ротора.

Из уравнений (18) и (19) следует, что для корней первого и второго частотных уравнений частные решения имеют вид:

$$\begin{cases} y_1 = C_1 \sin(pt + \alpha) \\ y_2 = C_2 \sin(pt + \alpha) \\ z_1 = \pm C_1 \cos(pt + \alpha) \\ z_2 = \pm C_2 \cos(pt + \alpha) \end{cases} \quad (23)$$

Знак «+» соответствует корням первого, знак «-» – корням второго.

Таким образом, корням p_1 и p_2 отвечают первое и второе главные колебания, при которых ось ротора описывает круговой конус, вращаясь в том же направлении, что и ротор, то есть это движение является «прямой» прецессией ротора. При этом вектор угловой скорости тела при вращении вокруг оси симметрии и вектор угловой скорости оси ротора образуют острый угол.

Корням p_3 и p_4 отвечают третье и четвертое главные колебания, при которых ось ротора описывает круговой конус, вращаясь в направлении, обратном движению ротора. Такое движение является «обратной» прецессией ротора. При этом вектор угловой скорости тела при вращении вокруг оси симметрии и вектор угловой скорости оси ротора образуют тупой угол.

Выводы. Свободные колебания ротора представляют собой суперпозицию четырех гармонических колебаний, два из которых соответствуют «прямой» прецессии и два – «обратной».

Полученные частотные уравнения позволяют определить значения частот свободных колебаний ротора СД и могут быть положены в основу анализа вибраций агрегата в статических и динамических режимах при изменении жесткости опор, состояния подшипников скольжения и геометрии ротора. Кроме того, могут быть изучены особенности вибропроцессов при несимметрии электрических, электромагнитных параметров двигателя, а также несимметрии питающего напряжения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Черный А.П., Сисюк Г.Ю., Родькин Д.И. Диагностика асинхронных двигателей с неуравновешенностью ротора // Проблемы створення нових машин і технологій (Кременчуцький державний політехнічний інститут) – Кременчуг: КГПИ. – 1999. – Вип. 1(6). – С. 102-106.
 2. Волощенко А.М., Родькин Д.И., Черный А.П. К вопросу повышения ресурса работоспособности синхронных двигателей насосных агрегатов // Вестник Харьковского государственного политехнического университета. – Харьков: ХГПУ. – 2000. – Вип. 113. – С. 302-303.
- Павловский М.А. Теоретична механіка // К.: Техніка, 2002.