

УДК 621.039

**ДІАГНОСТИКА НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМОВАНОГО СОСТОЯННЯ**

**Е. А. Игуменцев, Е. А. Прокопенко**

Украинская инженерно-педагогическая академия  
ул. Университетская, 16, г. Харьков, 61003, Украина. E-mail: digaz@i.ua

Проведено моделювання магнітної індукції з використанням двох законів розподілу ймовірності електричного заряду вздовж радіуса вращаючогося сферичного об'єкта. Установлено, що магнітна індукція для постійного розподілу відрізняється від магнітної індукції ймовірнісного розподілу. У свою чергу, магнітна індукція для розподілу «хі» відрізняється від магнітної індукції розподілу «хі-квадрат». Результати використано для обчислення значення частоти Лармора, що дозволило підвищити точність магнітної діагностики напружено-деформованого стану.

**Ключевые слова:** магнітна індукція, частота Лармора, електричний заряд, сферичний вращаючийся об'єкт.

**ДІАГНОСТУВАННЯ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ**

**Є. О. Ігуменцев, О. О. Прокопенко**

Українська інженерно-педагогічна академія  
вул. Університетська, 16, м. Харків, 61003, Україна. E-mail: digaz@i.ua

Проведено моделювання магнітної індукції з використанням двох законів розподілу ймовірності електричного заряду вздовж радіусу обертового сферичного об'єкту. Встановлено, що магнітна індукція для постійного розподілу відрізняється від магнітної індукції ймовірнісного розподілу. У свою чергу, магнітна індукція для розподілу «хі» відрізняється від магнітної індукції розподілу «хі-квадрат». Результати використано для обчислення значення частоти Лармора, що дозволило підвищити точність магнітної діагностики напружено-деформованого стану.

**Ключові слова:** магнітна індукція, частота Лармора, електричний заряд, обертовий сферичний об'єкт.

**АКТУАЛЬНОСТЬ РАБОТЫ.** Рост научного интереса к разработке новых методов и подходов к технической диагностике оборудования в системах с резкопеременным характером нагрузки очевиден. Режимы эксплуатации электротехнического оборудования в системах с резкопеременным характером нагрузки существенно отличаются от режимов в системах общего назначения. Такие режимы имеют место в приводах прокатных станов, преобразовательных и инверторных линиях электропередачи и вставок постоянного тока, а также других отраслях промышленности.

В электротехническом оборудовании имеют место нестационарные магнитные процессы, приводящие к большим добавочным потерям, перегревам деталей конструкции, потере электродинамической стойкости, изменению геометрических размеров и формы обмоток, проблемам в изоляции и т.п. Поэтому аварийность в системах резкопеременных нагрузок значительно превышает показатели в системах общего назначения [1].

Существующие на сегодняшний день методики диагностики электротехнического оборудования общего назначения не представляют возможности использовать их в системах с резкопеременными нагрузками.

Частой причиной внезапных разрушений технического оборудования являются внутренние остаточные механические напряжения, возникающие в деталях, сварных соединениях или конструкции в целом. Одним из эффективных методов определения технического состояния технических объектов является изучение объективных процессов перераспределения собственной энергии материала и установление закономерностей, описывающих объективно существующие связи макрохарактеристик материала с параметрами внешнего воздействия и реакцией на воздействие – диагностирование его напряженно-деформированного состояния.

**МАТЕРИАЛ І РЕЗУЛЬТАТИ ІССЛЕДОВАНИЙ.**

Детерминированная постановка задачи исследования напряженно-деформированного состояния электрически заряженных объектов была рассмотрена в работе [1], в которой было принято допущение о постоянстве плотности электрического заряда исследуемого объекта. Однако в реальной жизни плотность электрического

заряда имеет вероятностную природу. Существуют различные законы распределения вероятности заряда.

В предлагаемой работе задача рассмотрена более широко за счет применения распределения вероятности Максвелла. Рассматривается методика электромагнитной диагностики электротехнического оборудования специального назначения для задачи непрерывного контроля напряженно-деформированного состояния цилиндрических и шарообразных изделий.

При передаче механических усилий наибольшей деформации подвергаются поверхностные слои цилиндрического и шарообразного изделия [2], но и подповерхностные слои на глубине  $\delta$  также испытывают значительные механические напряжения. В процессе эксплуатации желательнее контролировать предельную степень деформации изделия на соответствующей глубине. Для контроля механических напряжений, возникающих во вращающихся изделиях, существует достаточно много контактных и бесконтактных методов. Целью данного исследования является совершенствование бесконтактных методов.

Представим радиальную плотность заряда исследуемого объекта  $e(r)$  в виде произведения

$$e(r) = eP(r). \tag{1}$$

Проведем нормирование таким образом, чтобы выполнялось условие

$$\int_0^R e(r) dr = \int_0^R eP(r) dr = e. \tag{2}$$

Радиальная вероятность  $P(r)dr$  есть вероятность величины заряда в пространстве между двумя концентрическими сферами с радиусами  $r$  и  $r + dr$  [1]. Если плотность вероятности величины заряда вдоль радиуса обозначить  $p(r)$ , а элемент объема, зависящий только от радиуса, представляет собой сферическую оболочку, ограниченную двумя концентрическими сферическими поверхностями радиусами  $r$  и  $r + dr$  с объемом  $dV_r = 4\pi r^2 dr$ , то радиальная вероятность заряда в объеме  $dV_r$  получается равной:

$$P(r)dr = p(r)dV_r = p(r)4\pi r^2 dr, \quad (3)$$

а величина заряда в объеме  $dV_r$  составляет

$$eP(r)dr = \rho 4\pi r^2 dr. \quad (4)$$

Суммарная магнитная индукция исследуемого сферического объекта в направлении оси  $\omega$  можно представить в виде

$$B_\omega = \frac{8k_\epsilon \pi \rho \omega}{3c^2} \int_0^R r dr. \quad (5)$$

Введем вместо  $\rho$  плотность  $\rho_m = e/V_m$ , характеризующую распределение заряда с вероятностью  $P(r)dr$ , где  $V_m$  – объем заряда с распределением  $p(r)$ . Тогда

$P(r) = 4\pi r^2/V_m$ . Подставим полученное соотношение в (5) с учетом того, что в (5)  $\rho$  является плотностью, характеризующей равномерное распределение вероятности, равное

$$\rho_p = e/V_p = 3e/(4\pi R^3), \quad (6)$$

где  $V_p$  – объем заряда с равномерным распределением:

$$B_\omega = \frac{2k_\epsilon \rho_p \omega}{3c^2} \int_0^R P(r)V_m r^{-1} dr. \quad (7)$$

Заменяя  $V_m = e/\rho_m$  или  $\rho_p = e/V_p$  в (7), получим следующее выражение для суммарной магнитной индукции:

$$\left. \begin{aligned} B_\omega &= \frac{2k_\epsilon e \omega k_V}{3c^2} \int_0^R P(r)r^{-1} dr; \\ k_V &= V_m/V_p = \rho_p/\bar{\rho}_m. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Здесь индекс П относится к постоянной плотности, М – к распределению Максвелла, а  $k_V$  назовем коэффициентом соответствия.

Рассмотрим распределение молекул идеального газа по скоростям. По молекулярно-кинетической теории, как бы ни изменялись скорости молекул при столкновениях, средняя квадратичная скорость молекул газа, находящегося в состоянии равновесия, остается постоянной [3]. Это обусловлено тем, что в газе, находящемся в состоянии равновесия, устанавливается некоторое стационарное, не меняющееся со временем распределение молекул по скоростям, которое подчиняется статистическому закону, выведенному Максвеллом.

При выводе закона распределения молекул по скоростям считалось, что газ состоит из очень большого числа тождественных молекул. Если предположить, что заряд объекта исследования состоит из очень большого числа отрицательно заряженных частиц, движущихся в замкнутом объеме, ограниченном сферой, то распределение заряженных частиц по скоростям, находящимся в шаровом слое объема  $4\pi r^2 dr$ , можно представить в виде распределения Максвелла.

При этом учитывается, что скорости отдельных слоев вращаются с постоянной угловой скоростью  $\omega$ , а линейная скорость равна  $v = \omega r$ . При постоянной угловой скорости зависимость электрического заряда по скоростям заменим распределением его по радиусу.

Тогда для распределения электрического заряда по радиусу можно принять распределение Максвелла в виде:

$$P_m(r) = \sqrt{2/\pi} (r^2/\sigma^3) \exp[-r^2/(2\sigma^2)], \quad (9)$$

где  $\sigma^2$  – дисперсия Гауссова распределения по осям  $\zeta, \xi, \eta$ .

Для того, чтобы результаты расчетов при постоян-

ной плотности  $\rho_p = ep_p = e/V_p$  и переменной  $\rho_m = ep_m(r)$  были приведены к одинаковым условиям, необходимо определить коэффициент  $k_V$ . Для равномерного распределения плотность  $\rho$  постоянна (рис. 1). Для распределения Максвелла – переменна и равна

$$\rho_m = ep_m(r) = \sqrt{2/\pi} e \exp[-r^2/2\sigma^2]/(4\pi\sigma^3); \quad (10)$$

$$p_m(r) = p_n(r)/(4\pi\sigma^2), \quad (11)$$

где  $p_n(r)$  – плотность распределения модуля Гауссова закона (рис. 1).

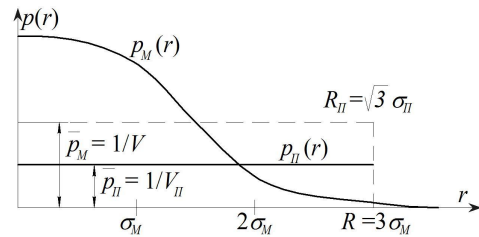


Рисунок 1 – Соотношение между средними значениями равномерной (постоянной) плотности и плотности модуля Гауссова распределения

Вычислим среднюю плотность распределения:

$$\begin{aligned} \bar{p}_m(R) &= \int_0^R \frac{1}{4\pi\sigma^2 R} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \exp(-r^2/2\sigma^2) / \sigma dr = \\ &= \frac{1}{4\pi\sigma^2 R}. \end{aligned} \quad (12)$$

Поскольку средняя плотность равна  $\bar{p}_m(r) = V_m^{-1}$  и представляет величину, обратную объему, то значение объема для распределения Максвелла равно  $V_m = 4\pi\sigma^2 R$ . Тогда коэффициент  $k_V$  (8) запишем в другом виде:  $k_V = 3\sigma^2/R^2$ . Упрощая, представим  $k_V$  в виде соотношения дисперсий

$$k_V = \frac{\sigma_m^2}{\sigma_p^2}, \quad (13)$$

где  $\sigma_p^2 = R^2/3$  – дисперсия равномерного распределения.

Дисперсию модуля Гауссова распределения, используя правило трех сигм [4], запишем с помощью стандартного отклонения с вероятностью 0,997, что равно  $\sigma_i = R/3$ . Тогда для  $k_V$  получим значение  $k_V = 1/3$ .

Подставив эти соотношения в (8), получим магнитную индукцию шарового слоя объекта радиуса  $r$  толщины  $dr$  при распределении заряда по закону Максвелла. Выражение суммарной индукции есть интеграл:

$$B_\omega = \frac{2k_\epsilon e \omega}{9c^2} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{\sigma} \int_0^R \frac{r}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma^2}\right) dr. \quad (14)$$

Интеграл в представленном соотношении равен единице, т.к. подынтегральное выражение есть распределение Релея [4]. Принимая это во внимание, получим окончательное выражение для суммарной магнитной индукции:

$$B_\omega = \frac{2}{9} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{ek_\epsilon \omega}{c^2 \sigma}. \quad (15)$$

Вектор индукции магнитного поля  $B_\omega$  направлен

вдоль оси  $\omega$  и является суммой отдельных проекций  $B_{pr}$ , распределенных по поверхности объекта. Здесь направление элементарных векторов магнитной индукции охватывает всю поверхность, а максимальное значение сонаправлено с осью вращения  $\omega$ . Проекция  $B_{pr}$  на ось, ортогональную  $\omega$ , равны нулю. Таким образом, сумма проекций  $B_{pr}$  на ось  $\omega$  и является суммарным мгновенным вектором магнитной индукции.

Распределение Максвелла является частным случаем «хи» распределения [4]. Если  $m$  взаимно независимых стандартизированных случайных величин имеет нормальное распределение, то сумма их квадратов имеет «хи-квадрат» распределение с  $m$  степенями свободы. Корень квадратный из суммы квадратов приводит к «хи» распределению с  $m$  степенями свободы.

При вычислении распределения заряда вдоль радиуса объекта с использованием трех взаимно перпендикулярных осей при условии, что распределение заряда вдоль каждой из координатных осей является нормальным, можно использовать «хи» распределение с тремя степенями свободы. Это распределение и является распределением Максвелла.

В качестве радиального распределения вероятности заряда в объеме  $dV_r$  можно попробовать применить распределение «хи-квадрат» с тремя степенями свободы.

Представим радиальное распределение в виде произведения заряда на плотность вероятности, описываемую соотношением

$$dP = \frac{1}{\pi\sigma^3} e^{-2r/\sigma} 4\pi r^2 dr ; p = \frac{4r^2}{\sigma^3} e^{-2r/\sigma} . \quad (16)$$

Распределение электрического заряда такого объекта может быть представлено в виде:

$$P_r(r) = \frac{4r^2}{\sigma^3} \exp\left(-\frac{2r}{\sigma}\right) . \quad (17)$$

В этом случае значение погрешности коэффициентов аппроксимации больше по сравнению с предыдущим распределением.

Окончательные результаты по вычислению суммарной магнитной индукции с использованием распреде-

ления (16):

$$B_\omega = \frac{1}{6} \frac{ek_\varepsilon\omega}{c^2\sigma} . \quad (18)$$

Здесь  $R = \sqrt{6}\sigma_r$ ;  $k_r = 1/4$ .

**ВЫВОДЫ.** Результатом проведенного моделирования являются выражения для определения магнитной индукции, использующие два закона распределения вероятности электрического заряда вдоль радиуса исследуемого сферического объекта.

Установлено, что магнитная индукция для постоянного распределения [1] отличается от магнитной индукции вероятностного распределения. В свою очередь, магнитная индукция для распределения «хи» (18) отличается от магнитной индукции распределения «хи-квадрат» (15).

Результаты, полученные в работе, были использованы при вычислении значения частоты Лармора для рассмотренных распределений зарядов, что позволило повысить точность магнитной диагностики напряженно-деформированного состояния вращающихся объектов шарообразной формы.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Игуменцев Е.А., Прокопенко Е.А. Электромагнитная диагностика напряженно-деформированного состояния бесконтактным методом // *Электротехнические и компьютерные системы*. – К.: Техника, 2011. – № 3 (79). – С. 429–432.
2. Горкунов Б.М., Скопенко В.В., Тюпа И.В. Вихревой контроль поверхностных и подповерхностных деформаций структуры цилиндрических валов // *Вестник Национального технического университета «Харьковский политехнический институт»*. – Харьков: НТУ «ХПИ», 2010. – № 28. – С. 538–539.
3. Трофимова Т.И. Курс физики: учебное пособие для ВУЗов. – М.: Академия, 2008. – 560 с.
4. Шор Я.Б. Статистические методы анализа и контроля качества и надежности. – М.: Советское радио, 1962. – 552 с.

#### DIAGNOSTICS OF THE STRESS-STRAIN STATE

**I. Igumentsev, O. Prokopenko**

Ukrainian Engineering and Pedagogical Academy  
ul. Universitetskaya, 16, Kharkov, 61003, Ukraine. E-mail: digaz@i.ua

Model operation of electric charge magnetic induction was investigational. There are two laws of probability distributions of electric charge along the rotating spherical object radius. Magnetic induction for the permanent distributing differs from magnetic induction of the probabilistic distributing. In same queue magnetic induction for distributing of «chi» differs from magnetic induction of distributing «chi-square». The results are used in calculating the value of the electron gyrofrequency. Magnetic diagnostic accuracy of stressed-deformed state was increased.

**Key words:** magnetic induction, electron gyrofrequency, electric charge, spherical revolved object.

#### REFERENCES

1. Igumentsev I., Prokopenko O. Electromagnetic diagnostics of the stress-strain state a noncontact method // *Electrical engineering and computer systems*. – 2011. – № 3 (79). – PP. 429–432. [in Russian]
2. Gorkunov B.M., Skopenko V.V., Tyupa I.V. Vortex-current control of superficial and subsuperficial deformations of structure of cylindrical billows // *Announcer of the National Technical University the «Kharkov Polytechnic Institute»*. – Kharkov: NTU «KhPI», 2010. – № 28. – PP. 538–539. [in Russian]
3. Trofimova T.I. *Course of physics: Teaching aids for students in higher education*. – M.: Academiya, 2008. – 560 p. [in Russian]
4. Shor Y. *Statistical methods of analysis and control of quality and reliability*. – M.: Sovetskoye radio, 1962. – 552 p. [in Russian]

Стаття надійшла 29.06.2012.  
Рекомендовано до друку  
к.т.н., доц. Каліновим А.П.