

РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ СУТОЧНОГО ГРАФИКА ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ НАГРУЗОК НА ОСНОВЕ СПЛАЙН – ФУНКЦИИ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА

Саидходжаев А.Г.

Ташкентский государственный технический университет им А.Р. Беруни

100095, Узбекистан, г. Ташкент, ул. Университетская, 2

Введение. Знание качественных количественных показателей изменения электрических нагрузок промышленных и городских потребителей лежит в основе проектирования систем электроснабжения. Занижение электрических нагрузок приводит к преждевременной реконструкции систем электроснабжения, капитальным затратам, а их завышение – к излишним финансовым расходам.

Цель работы. На основе реальных характерных типовых суточных графиков электрических нагрузок составить математическую модель характерного суточного графика электрической нагрузки каждого, отдельно взятого, потребителя электроэнергии.

Материал и результаты исследований. При построении математической модели аналитическая зависимость кривой суточного графика электрических нагрузок определялась для каждого вида потребителей электроэнергии на основе уравнений сплайн-функций [1] в виде кубического полинома.

При построении модели рассматриваемый интервал суточного графика кривой нагрузок $[a, b]$ разбивается на n равных частичных отрезков длины

$$h = (a - b) / n.$$

В этом случае кубический сплайн на отрезке $[x_{i-1}, x_i]$, где $i = 1, 2, \dots, n$, запишем следующем виде:

$$S_3(x) = M_{i-1} \frac{(x_i - x)^3}{6h_i} + M_i \frac{(x - x_{i-1})^3}{6h_i} + (f_{i-1} - \frac{M_{i-1}h_i^2}{6}) \frac{x_i - x}{h_i} + (f_i - \frac{M_i h_i^2}{6}) \frac{x - x_{i-1}}{h_i}, \quad (1)$$

где M_{i-1}, M_i – коэффициенты, которые определяются из условия производных сплайнов:

$$S'_3(x_i) = M_i;$$

$$S'_3(x_{i-1}) = M_{i-1};$$

$$h_i = x_i - x_{i-1};$$

$$i = 1, 2, \dots, n-1;$$

$$M_0 = M_n = 0.$$

Для определения остальных значений M_i ($i = 1, 2, \dots, n-1$) формула (1) упрощается с введением следующих обозначений:

$$l_i = h_i / 6;$$

$$b_i = \frac{(h_i + h_{i+1})}{3};$$

$$c_i = h_{i+1} / 6;$$

$$d_i = (f_{i+1} - f_i) / h_{i+1} + (f_i - f_{i-1}) / h_i;$$

$$q_0 = 0;$$

$$p_i = l_i q_{i-1} + b_i;$$

$$q_i = -c_i / p_i;$$

$$U_0 = 0;$$

$$U_i = (d_i - l_i U_{i-1}) / p_i;$$

$$M_{n-1} = U_{n-1};$$

$$M_k = q_k M_{k+1} + U_k;$$

где $k = n-2, n-3, \dots, 1$.

Окончательно, с учетом обозначений:

$$a_0 = \frac{M_i - M_{i-1}}{6h_i};$$

$$a_1 = \frac{1}{2h_i} (M_{i-1} x_i - M_i \cdot x_{i-1});$$

$$a_2 = \frac{1}{2h_i} (M_i \cdot x_{i-1}^2 - M_{i-1} \cdot x_i^2 + M_{i-1} \cdot h_i^2 -$$

$$- M_i \cdot h_i^2 - 2f_{i-1} + 2f_i);$$

$$a_3 = \frac{1}{6h_i} (M_{i-1} \cdot x_i^3 - M_i \cdot x_{i-1}^3 + 6f_{i-1} \cdot x_i - 6f_i \cdot x_{i-1} +$$

$$+ M_i \cdot h_i^2 \cdot x_{i-1} - M_{i-1} \cdot h_i^2 \cdot x_i).$$

Искомая модель на основе уравнений сплайн-функций в виде кубического полинома, будет иметь вид:

$$S_3(x) = \frac{M_{i-1}}{6h_i} (x_i^3 - 3x_i^2 x + 3x_i x^2 - x^3) + \frac{M_i}{6h_i} (x^3 -$$

$$3x^2 x_{i-1} + 3x x_{i-1}^2 - x_{i-1}^3) + \frac{f_{i-1}}{h_i} x_i - \frac{M_{i-1} h_i^2}{6h_i} x_i -$$

$$- \frac{f_{i-1}}{h_i} x + \frac{M_{i-1} h_i^2}{6h_i} x + \frac{f_i}{h_i} x - \frac{f_i}{h_i} x_{i-1} - \frac{M_i h_i^2}{6h_i} x +$$

$$+ \frac{M_i h_i^2}{6h_i} x_{i-1} = (M_i - M_{i-1}) \frac{x^3}{6h_i} + \frac{3}{6h_i} (M_i x_i -$$

$$- M_{i-1} x_{i-1}) x^2 + (M_i x_{i-1}^2 - M_{i-1} x_i^2 - 2f_{i-1} +$$

$$+ M_{i-1} h_i^2 - M_i h_i^2 + 2f_i) x + (M_{i-1} x_i^3 - M_i x_{i-1}^3 +$$

$$+ 6f_{i-1} x_i - 6f_i x_{i-1} - M_{i-1} h_i^2 \cdot x_i + M_i h_i^2 x_{i-1}) \frac{1}{6h_i} =$$

$$= a_{i0} \cdot x^3 + a_{i1} \cdot x^2 + a_{i2} \cdot x + a_{i3}$$

На основе предложенного подхода разработана программа расчета коэффициентов кубического полинома сплайн-функции на языке Турбо Паскаль. В результате расчетов, для исходного графика нагрузки, были получены значения коэффициентов M_i , приведенные в таблице 1.

Таблица 1 - Результаты расчета коэффициентов в соответствии с предложенной методикой

i	X_i	f_i	h_i	l_i	b_i	c_i	d_i	a_i	g_i	e_i	M_i
1	0	15,1	1	1/6	2/3	1/6	63,4	2/3	0	0	0
2	1	17,43	1	1/6	2/3	1/6	-5,85	0,667	-0,25	-8,775	-9,8644
3	2	13,91	1	1/6	2/3	1/6	4,33	0,625	-0,2667	9,268	4,3577
4	3	14,72	1	1/6	2/3	1/6	9,74	0,622	-0,2678	13,171	18,4135
5	4	25,27	1	1/6	2/3	1/6	-6,31	0,622	-0,2679	-13,67	19,5717
6	5	29,51	1	1/6	2/3	1/6	2,83	0,622	-0,2679	8,2135	22,0133
7	6	36,58	1	1/6	2/3	1/6	-6,31	0,622	-0,2679	-12,345	-51,5013
8	7	37,34	1	1/6	2/3	1/6	52,35	0,622	-0,2679	87,472	146,132
9	8	90,45	1	1/6	2/3	1/6	-99,26	0,622	-0,2679	-183,02	-218,926
10	9	44,30	1	1/6	2/3	1/6	47,97	0,622	-0,2679	126,163	134,015
11	10	46,12	1	1/6	2/3	1/6	2,53	0,622	-0,2679	-29,738	-29,314
12	11	50,47	1	1/6	2/3	1/6	-6,09	0,622	-0,2679	-1,8226	-1,5771
13	12	48,73	1	1/6	2/3	1/6	-1,78	0,622	-0,2679	-2,37	-0,9169
14	13	45,21	1	1/6	2/3	1/6	6,11	0,622	-0,2679	10,458	-5,4353
15	14	47,80	1	1/6	2/3	1/6	24,4	0,622	-0,2679	36,426	-59,3181
16	15	74,79	1	1/6	2/3	1/6	-39,14	0,622	-0,2679	-72,686	-85,4369
17	16	62,64	1	1/6	2/3	1/6	19,91	0,622	-0,2679	51,486	47,5897
18	17	70,40	1	1/6	2/3	1/6	10,45	0,622	-0,2679	3,0048	14,5382
19	18	88,61	1	1/6	2/3	1/6	-19,34	0,622	-0,2679	-31,913	-43,0425
20	19	87,48	1	1/6	2/3	1/6	13,65	0,622	-0,2679	30,4965	41,5918
21	20	100	1	1/6	2/3	1/6	-19,4	0,622	-0,2679	-39,36	-41,4246
22	21	93,12	1	1/6	2/3	1/6	-3,59	0,622	-0,2679	4,775	7,7066
23	22	82,65	1	1/6	2/3	1/6	-6,01	0,622	-0,2679	-10,94	-10,9416
24	23	66,17	1	1/6	2/3	1/6	-34,59	0,622	-0,2679	-52,679	0

Подставляя в данные соотношения значения M_i , f_i , h_i , x_i из таблицы 1, получаем систему из 24 уравнений 3-го порядка. Для экспериментально снятого графика электрических нагрузок (кривая 1 на рис. 1) эти уравнения для отдельных участков примут вид:

[0:1] $S_1 = -1,644x^3 + 3,974x + 15,1$;
 [1:2] $S_2 = 2,37x^3 - 1204x^2 + 16,017x + 11,085$;
 [2:3] $S_3 = 2,34x^3 - 11,877x^2 + 15,68x + 11,307$;
 [3:4] $S_4 = -6,331x^3 + 66,187x^2 - 2185,1x + 245,5$;
 [4:5] $S_5 = 6,93x^3 - 92,96x^2 + 418,06x - 603,256$;
 [5:6] $S_6 = -12,252x^3 + 194,793x^2 - 1020,682x + 1734,65$;
 [6:7] $S_7 = 32,2939x^3 - 618,65x^2 + 3859,98x - 7966,675$;
 [7:8] $S_8 = -60,843x^3 + 1350,77x^2 - 9925,98x + 24200,565$;
 [8:9] $S_9 = 58,237x^3 - 1521,232x^2 - 13040,05x - 37068,86$;
 [9:10] $S_{10} = -27,225x^3 + 801,992x^2 - 7858,965x + 25658,199$;
 [10:11] $S_{11} = 4,623x^3 - 153,344x^2 + 1694,4006x - 6186,353$;
 [11:12] $S_{12} = 0,1104x^3 + 56,2319x + 179,735$;
 [12:13] $S_{13} = -0,753x^3 + 25,1943x^2 - 316,6304x + 1311,714$;
 [13:14] $S_{14} = 10,792x^3 - 423,6103x^2 + 5536,832x - 24053,28$;

[14:15] $S_{15} = -24,1258x^3 + 1042,9439x^2 - 4994x + 71761,857$;
 [15:16] $S_{16} = -22,1711x^3 - 1040,4181x^2 + 16256,446x - 84490,2982$;
 [16:17] $S_{17} = -5,50058x^3 + 288,206x^2 - 5002,5507x + 28885,583$;
 [17:18] $S_{18} = -9,5967x^3 + 496,705x^2 - 8547,022x + 48971,022$;
 [18:19] $S_{19} = 14,1057x^3 - 783,229x^2 + 14491,8006x - 89261,915$;
 [19:20] $S_{20} = -13,83605x^3 + 809,451x^2 - 15769,134x + 102390,674$;
 [20:21] $S_{21} = -13,836x^3 + 809,451x^2 - 15769,134x + 71761,857$;
 [21:22] $S_{22} = -8,188x^3 - 512,023x^2 + 10660,36x - 79805,97$;
 [22:23] $S_{23} = -3,108x^3 + 199,659x^2 - 4284,979x + 30811,42$;
 [23:24] $S_{24} = 1,8236x^3 - 125,828x^2 + 2875,759x - 21700,66$.

Как видно, уравнения для участков кривой суточного графика электрических нагрузок имеют общий вид:

$$S_3(x) = a_{i0}x^3 + a_{i1}x^2 + a_{i2}x + a_{i3},$$

где a_{i0} , a_{i1} , a_{i2} , a_{i3} – коэффициенты каждого уравнения.

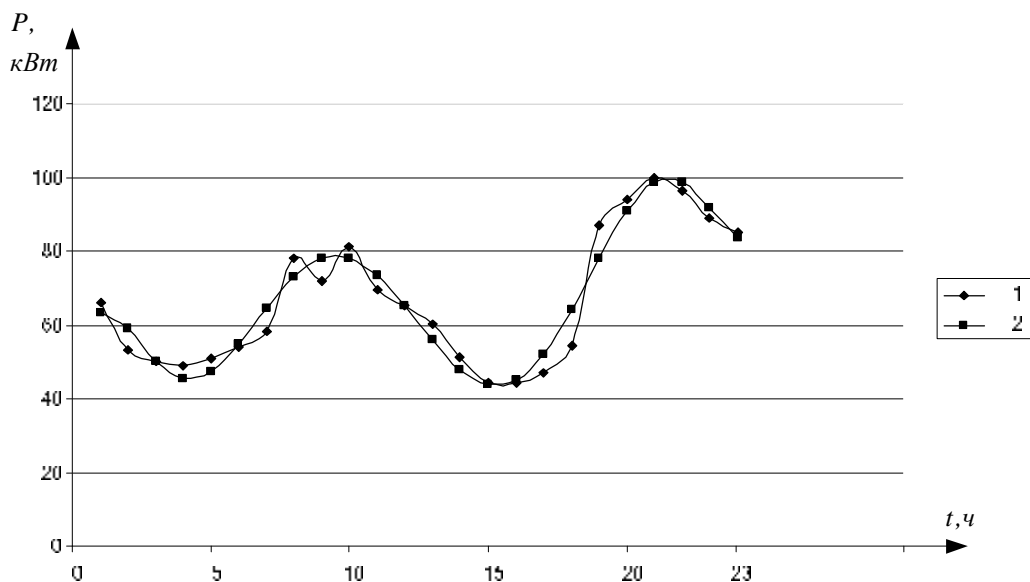


Рисунок 1 – Суточные графики электрических нагрузок (кривая 1 – экспериментально снятый график, кривая 2 – график, рассчитанный по предложенной модели)

В дальнейшем, сложив все 24 отрезка, можно получить расчетную кривую, почти полностью совпадающую с характерным типовым суточным графиком электрических нагрузок потребителей, что подтверждается кривой 2 на рис. 1.

Выводы. Расчет уравнений и определение коэффициентов модели суточного графика электрических нагрузок на основе сплайн-функции третьего порядка с последующим суммированием по отдельным отрезкам позволяет достаточно точно представить ее поведение для условий непрерывной кривой любой формы с произвольным числом точек экстремумов.

Предлагаемый метод является универсальным и может применяться для получения кривой суточного графика электрических нагрузок любого потребителя электрической энергии.

ЛИТЕРАТУРА

1. Завьялов Ю.С., Квасов Б.И., Мирошниченко В.Л. Методы сплайн-функции. – М.: Наука, 1980 – 352 с.

