УДК 538.3.001.24

К РАСЧЕТУ МАГНИТНОГО СТАТИЧЕСКОГО ПОЛЯ В ЗАДАЧАХ МАГНИТНОЙ ДЕФЕКТОСКОПИИ

ТарасенкоО.В., к.т.н., доц., Синан Талиб, асп., Яковенко В.В., д.т.н., проф.
Восточноукраинський национальный университет им. Владимира Даля, г. Луганск
квт. Молодежный, 20А, 91034, г. Луганск, Украина
E-mail: kasiy@poisk.lg.ua

Предложен метод расчетов магнитного поля дефекта типа трещина путем решения нелинейного интегрального уравнения с использованием метода конечных элементов. Область решения разбивается на элементарные объемы прямоугольной формы. Поверхность граней элементарного объема заменяется триангулированной поверхностью, которая представляет собой многогранник, составленный из простых треугольников.

Ключевые слова: интегральное уравнение, дефект, магнитное поле, численное решение, триангуляция, аппроксимация.

Введение. К точности расчета магнитных полей рассеяния дефектов в настоящее время предъявляются повышенные требования [1]. Необходимую точность расчета обеспечивает применение метода интегральных уравнений [2], который существенно уменьшает область поиска неизвестных, интегральные операции, в отличии от дифференциальных, обладают устойчивостью к ошибкам округления, допускают сравнительно простую и универсальную численную реализацию. Использование метода конечных элементов (МКЭ) при решении интегральных уравнений дает возможность уменьшить размерность алгебраических уравнений, к которым результируются интегральные уравнения при их численном решении, автоматизировать построение сетки, выбор узлов аппроксимации и формирование систем уравнений. Такой подход к решению интегральных уравнений в задачах магнитостатики изложено в [3].

Анализ предыдущих исследований. Особенное преимущество комбинация методов интегральных уравнений и МКЭ дает при расчете полей дефектов при магнитной дефектоскопии. Особенностью расчета магнитного поля дефектов является то, что расчет поля производится в нелинейной ферромагнитной среде, и область, занимаемая дефектом, много меньше объема всей ферромагнитной детали, которая может иметь сложную геометрическую форму. Для получения необходимой точности расчета, область, занимаемая дефектом, разбивается на большое количество элементарных объемов, область всей детали сложной геометрической формы тоже требует при численном расчете поля разбиения на значительное число элементарных объемов, что приводит к значительным затратам машинного времени. Так, оценка параметров дефекта необходима в реальном масштабе времени, т.е. втечение перемещения над деталью измерительного преобразователя фактор времени расчета является весомым.

Цель работы. Совершенствование метода расчета полей дефектов методом интегральных уравнений путем использования при расчете МКЭ.

Материал и результаты исследования. Пространственное интегральное уравнение имеет вид [2]

$$\overline{H}=\frac{1}{4\pi}\left[\int_V \frac{div\overline{M}\overline{1_r}\cdot dV}{r^2}-\oint_s \frac{M_n\overline{1_r}}{r^2}dS\right]+\overline{H}_0,$$

где $\overline{H}$ – вектор напряженности магнитного поля, создаваемая намагниченностью $\overline{M}$; $\overline{M}$, M_n – вектор намагниченности и его нормальная составляющая; $\overline{1_r}$ – векторы, из точки источника в точку наблюдения; V,S – объем и поверхность намагниченного материала; $\overline{H}_0$ – напряженность внешнего источника магнитного поля.

В [2] предложен численный метод решения интегрального уравнения (1) путем сведения уравнения (2) к системе алгебраических уравнений

$$\overline{H}_i=-\frac{1}{4\pi}\sum_{j=1}^{N}\sum_{l=1}^{m_j}\left(\overline{1_{nj}}\cdot\overline{M}_{jl}\right)\int_{\Delta S_{jl}}\frac{\overline{1_{nj}}}{r_{ij}^2}dS_{jl},$$

где i,j – точки наблюдения и источника; N – число элементарных объемов (ЭО); m_j – количество элементарных площадок на гранях элементарного объема; ΔS_{jl} – площадь k–ой площадки j–го элементарного объема,

$$\overline{1_{jl}}\cdot\overline{M_{jl}}=M_{nl}.$$

Уравнение (2) дополняется зависимостью $M=M(H)$ для ферромагнитного материала контролируемой детали.

Кусочно-постоянная аппроксимации функции M_n на гранях элементарного объема приводит к размерности матрицы алгебраических уравнений $3N\times 3N$, что увеличивает время их решения до десяти минут.

Предлагается заменить поверхность граней элементарных объемов S близкой ей полигональной триангулированной поверхностью $\breve{S}$, состоящей из плоских треугольников.

Через {P}, $l=\overline{1n}$ обозначается множество узлов триангуляции поверхности грани 3, являющихся одновременно и узлами аппроксимации неизвестной функции $M_n(P)$, которая пишется в виде разложения по системе $\{Pe(P)\}$, нормированных базисных функций [1].

$$M_n(P) = \sum_{e=1}^{m} M_{ne} \beta_e(P)$$

где $\{M_{ne}\}$ – коэффициенты разложения, равные значениям нормальной составляющей намагниченности на поверхности грани в соответствующих узлах $\{M_{ne}\}$; $\beta_e(P)$ – непрерывная на всем множестве $P \in S$ функция, которая линейно зависит от двух координат точки P на каждом треугольнике из S.

Таким образом, нормальная составляющая аппроксимируется функцией $\overline{H_{cm}}$ – вектором напряженности стороннего магнитного поля.

$$\beta_k(x,y) = \frac{1}{2\Delta_e}\left(a_e + b_e x + c_e y\right).$$

Здесь Δ_e - площадь *e*-го треугольника; a_e, b_e, c_e - константы.

Тогда (2) перепишется так

$$\overline{H_i} = -\frac{1}{4\pi}\sum_{J=1}^{n}\sum_{L=1}^{6}\sum_{e=1}^{m_e}\left(\overline{1_{nejl}}\,\overline{M_{jl}}\right)\int\limits_{\Delta S_{kl}}\frac{\beta_{jel}\overline{1_{rij}}}{r_{ij}^2}dS_{el} + \overline{H_{0i}}\,.$$

Здесь *I, j* – точки наблюдения и источника; *l*-номер грани ЭО; m_e – количество триангуляции *l*-ой грани ЭО.

Система алгебраических уравнений дополняется зависимостью $M = M(H)$.

На рис. 1 показан ЭО грани которого представлены в виде суммы конечных элементов. В центре ЭО проведена плоскость на которой расположены точки коллокации *a,b,c,* на гранях ЭО находятся треугольники и узлы 1, 2, 3, 4. Число точек коллокации равно числу узлов.

Поверхность грани ЭО разбивается на прямоугольные треугольники. Индекс k присваивается прямым углам треугольников, порядок следования индексов *i, j, k* производится против часовой стрелки. Значения постоянных a^e, b^e, c^e получается из следующих соотношений:

$$a_i^e = x_j^e y_k^e - x_k^e y_j^e \quad ;$$

$$b_i^e = y_j^e - y_k^e \quad ;$$

$$c_i^e = x_k^e - x_j^e,$$

значения $a_j^e, b_j^e, c_j^e, a_k^e, b_k^e, c_k^e$ получаются путем циклической перестановки индексов.

Для каждого *e*-го треугольного элемента осуществляется переход к локальной системе координат ξ, η.

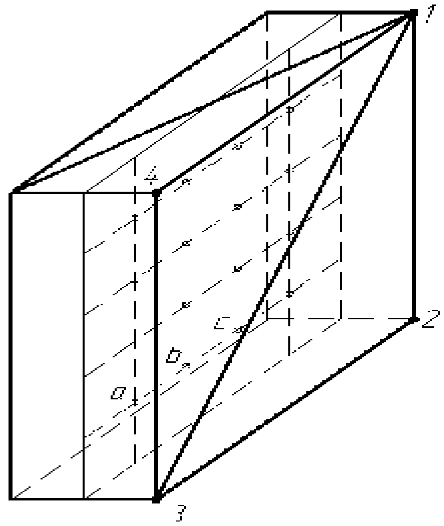

Рисунок 1 – Элементарный объем (1, 2, 3, 4-узлы треугольника)

Гипотенуза *e*-го треугольника определяется следующими зависимостями:

$$\eta = -k^e \cdot \xi \Delta\eta\,;$$

$$\xi = -\frac{1}{k_e}\eta + \Delta\xi\,,$$

где $k^e = \dfrac{\Delta\eta}{\Delta\xi}$; $\Delta\eta, \Delta\xi$ - параметры треугольников.

Площадь треугольников равна

$$\Delta^e = \frac{1}{2}\Delta\xi\Delta\eta\,.$$

Поскольку

$$grad\frac{1}{\left(\overline{r_j} - \overline{r_i}\right)} = -\Big\{\overline{1_n}\frac{\xi - n}{\left[(\xi-n)^2 + (\mu-\nu)^2 + (\xi-\omega)^2\right]^{\frac{3}{2}}} +$$

$$+\overline{1_\nu}\frac{\mu-\nu}{\left[(\xi-\nu)^2 + (\eta-\nu)^2 + (\xi-\omega)^2\right]^{\frac{3}{2}}} +$$

$$+\overline{1_\omega}\frac{\nu-\omega}{\left[(\xi-n)^2 + (\mu-\nu)^2 + (\nu-\omega)^2\right]^{\frac{3}{2}}}\Big\},$$

то составляющие вектора напряженности магнитного поля в точке *i* от элементарной площади $d\xi, d\eta$, расположенной в *e*-ом треугольнике, равны

$$dH_n^e = \frac{M_n^e d\xi d\eta}{4\pi\Delta\xi\Delta\eta G}\left\{\frac{(\xi-n)(a_e + b_e n + c_e\nu)}{G} +\right.$$

$$\left. + (\xi-n)^2 b_e + (\xi-n)^2 b_e + c_e(\xi-n)(\eta-\nu)\right\};$$

$$dH_\nu^e = \frac{M_n^e d\xi d\eta}{4\pi\Delta\xi\Delta\eta G}\left[(\eta-n)(a_e + b_e n + c_e\nu) +\right.$$

$$\left. + (\eta-\nu)^2 c_e + b_e(\xi-n)(\eta-\nu)\right];$$

$$dH_\omega^e = \frac{M_n^e d\xi d\eta}{4\pi\Delta\xi\Delta\eta G}\left[-\omega(a_e + b_e n + c_e\nu) -\right.$$

$$-\omega(\xi-n)^2 b_e - \omega\cdot c_e(\eta-\nu)\ ],$$

$$G=\left[(\xi-n)^2+(\eta-\nu)^2+\omega^2\right]^{\frac{3}{2}}.$$

Значения проекций вектора $\overline{H}$ получаются путем интегрирования (b) в плоскости e-го треугольника.

Решением системы уравнений являются проекции векторов $\overline{M}$ в точках коллокации. Геометрическая форма ЭО подобна геометрической форме дефекта, т.е. представляет собой пластины. Внутри каждого ЭО $\mu = const$ и изменяется дискретно от одного ЭО к другому (рис. 2).

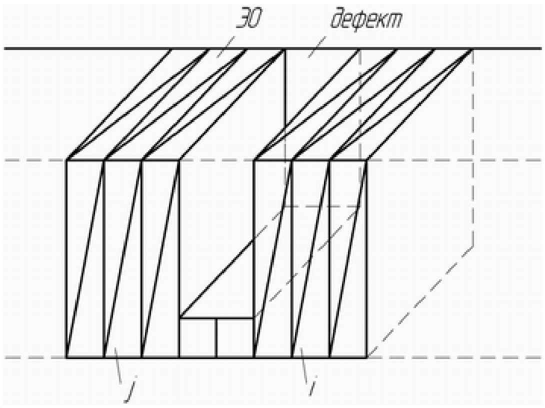

Рисунок 2

Как отмечено в [1], примененные кусочно-линейной непрерывной аппроксимации плотности зарядов соответствует непрывнодифференцируемой аппроксимации намагниченности полиномалии второго порядка, что обеспечивает основной вклад в повышении точности и устойчивости алгоритмов решения соответствующих задач магнитостатики.

Интегралы, входящие в систему уравнений выражаются в аналитической форме.

Выводы. Предложен метод решения интегрального нелинейного векторного уравнения, обладающий достаточной устойчивостью решения и точностью. Метод предназначен для расчета магнитных статических полей дефектов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Печенков О.В. О программном обеспечении магнитостатической обратной задачи определения параметров дефекта // В.Е. Щербинин, О.В. Печенков // Дефектоскопия.– 2001. – № 6. – С. 72–76.
2. Стадник И.П. Решение интегральных уравнений в задачах магнитостатики методом конечных элементов. // Электромеханика.– 1987. – № 11. – С. 44–49.
3. Курбатов П.А., Аримчин С.А. Численный расчет электромагнитных полей. – М.: Энергоиздат. 1984. – 168 с.

Стаття надійшла 01.03.2011 р.
Рекомендовано до друку к.т.н., доц. Некрасовим А.В.

ДО РОЗРАХУНКУ МАГНІТНОГО СТАТИЧНОГО ПОЛЯ В ЗАВДАННЯХ МАГНІТНОЇ ДЕФЕКТОСКОПІЇ

Тарасенко О.В., к.т.н.,доц., Сінан Таліб, асп., Яковенко В.В., д.т.н., проф.
Східноукраїнський національний університет ім. Володимира Даля
квт. Молодіжний, 20А, 91034, м. Луганск,Україна
E-mail: kasiy@poisk.lg.ua

Запропоновано метод розрахунку магнітного поля дефекту типу тріщина шляхом рішення нелінійного інтегрального рівняння з використанням методу кінцевих елементів. Область рішення розбивається на елементарні обсяги прямокутної форми. Поверхня граней елементарного обсягу заміняється триангулірованої поверхнею, що представляє собою багатогранник, складений із простих трикутників.

Ключові слова: інтегральне рівняння, дефект, магнітне поле, чисельне рішення, тріангуляція, апроксимація.

CONCERNING CALCULATION OF MAGNETIC STATIC FIELD IN TASKS OF MAGNETIC FAULT DETECTION

Tarasenko O., Cand. of Sc. (Tech.), Assoc. Prof., Sinan Talib, post-grad., Yakovenko V., Doc. Sc. (Tech.), Prof.
Vostochnoukrainsky Vladimir Dal National University
kvt. Molodezhny, 20A, 91034, Lugansk,.Ukraine
E-mail: kasiy@poisk.lg.ua

The method of calculation of the magnetic field of defect of crack type is offered by the solution of nonlinear integral equalization with the use of method of eventual elements. The area of decision is broken up on the elementary volumes of rectangular form. The surface of verges of elementary volume is replaced by the triangulated surface, being a polyhedron, made from simple triangles.

Key words: integral equalization, defect, magnetic field, numeral decision, triangulation, approximation.