

ОБ ОДНОМ РОБАСТНОМ АЛГОРИТМЕ ПОИСКА ГЛОБАЛЬНОГО ЭКСТРЕМУМА

Тытюк В.К., к.т.н., Михайленко А.Ю., асп., Тытюк П.В., соиск.

Криворожский технический университет

ул. XXII партсъезда, 11, 50027, г. Кривой Рог, Украина,

Дударь Р.В., инж.

ОАО Центральный горно-обогатительный комбинат

50066, г. Кривой Рог, Украина

E-mail: dinalt2006@gmail.com

В работе изучается реализация алгоритма роя пчел для отыскания глобального максимума функции многих переменных.

Ключевые слова: экстремум функции, генетический алгоритм, пчелиный рой, агент.

Введение. Задача оптимального управления в математической постановке сводится к отысканию экстремума функции многих переменных. Практическое решение такой задачи сопряжено с рядом сложностей, таких, как отсутствие аналитического представления целевой функции, наличие случайных составляющих у целевой функции и многое другое. Поэтому задача создания и исследования перспективных методов глобальной оптимизации функции многих переменных в настоящее время является актуальной научно-технической проблемой.

Анализ предыдущих исследований. Наиболее известными методами оптимизации функции многих переменных являются градиентные методы [1], происходящие от аналитических методов отыскания экстремума. Эти методы оказались плохо приспособленными для поиска глобального экстремума, когда целевая функция имеет несколько локальных экстремумов в области поиска. Для решения задач такого рода был предложен ряд алгоритмов случайного поиска (ненаправленного, направленного, направленного с самообучением) [2], генетические и эволюционные алгоритмы [3, 4], алгоритмы имитации отжига [5].

Алгоритмы случайного поиска и имитации отжига на каждой итерации работают с одним значением вектора X , генетические и эволюционные алгоритмы - с некоторым множеством значений $\{X\}$ (популяцией). Генетические и эволюционные алгоритмы, алгоритм имитации отжига с некоторой вероятностью допускают переход в состояние с более высоким значением целевой функции, что обеспечивает более высокую вероятность отыскания глобального экстремума.

Одной из новейших разновидностей генетических алгоритмов поиска является алгоритм пчелиного роя (в англоязычных статьях также встречаются названия Particle Swarm Optimization, Artificial Bee Colony Algorithm и Bees Algorithm). Этот алгоритм для нахождения глобальных экстремумов сложных многомерных функций возник относительно недавно. В [6] впервые изложены основы метода Particle Swarm Optimization. В [7] описана суть алгоритма пчелиного роя, приведено сравнение алгоритма пчел

с генетическим алгоритмом и алгоритмом, моделирующим поведение муравьев.

Однако в известных источниках метод пчелиного роя рассматривается в основном с точки зрения вычислительной математики. В них не рассматриваются особенности применения предложенного метода к управлению технологическими процессами, такие как ограничения на изменение управляющих воздействий в виде системы линейных неравенств, наличие стохастической составляющей, обусловленной, как минимум, ошибками датчиков и измерительных приборов.

Цель работы. Программная реализация поиска глобального экстремума методом пчелиного роя и исследование влияния особенностей управления технологическим процессом на эффективность работы этого метода.

Материал и результаты исследований. Использование метода пчелиного роя базируется на идеях моделирования многоагентных систем, используемых для исследования динамики децентрализованных систем. Агент обладает самостоятельной активностью, имеет автономное поведение в соответствии с набором простых правил, может взаимодействовать с окружающей средой и другими агентами.

Каждая пчела в рое рассматривается как частица или агент. Все частицы роя действуют индивидуально в соответствии с одним управляющим принципом: двигаться в направлении наилучшей персональной и наилучшей глобальной позиции, постоянно проверяя значение текущей позиции.

Позиция пчелы является координатами в исследуемом N -мерном пространстве.

Персональная наилучшая позиция (ПНП) –

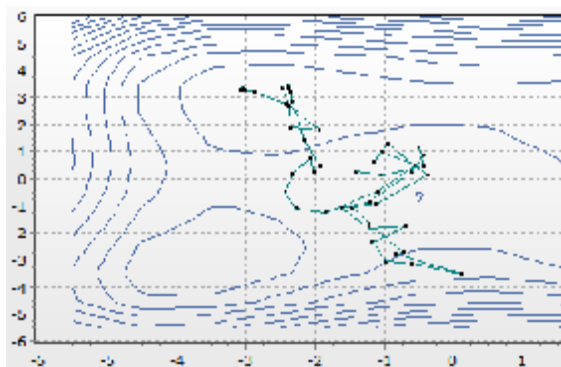


Рисунок 1 - Пример траектории пчелы в процессе

позиция с наибольшим значением целевой функции, обнаруженная пчелой. Каждая пчела имеет собственную ПНП. В каждой точке вдоль пути движения пчела сравнивает значение целевой функции в текущей позиции со значением ПНП. Если текущая позиция имеет значение пригодности выше, значение ПНП заменяется на значение текущей позиции.

Глобальная наилучшая позиция (ГНП) определяется как позиция с наибольшим значением целевой функции, обнаруженная всем роем. Информация о значении ГНП доступна каждой отдельной пчеле. Если в процессе движения одна из пчел обнаружит позицию с более высоким значением целевой функции, ГНП заменяется текущей позицией этой пчелы.

Описание алгоритма поиска с использованием метода пчелиного роя.

Шаг 1. Определение области поиска оптимальных значений, задание параметров алгоритма поиска, например, размер роя.

Шаг 2. В области поиска случайным образом располагаем пчёл и задаем начальные скорости их движения.

Шаг 3. Для каждой пчелы в рое выполняем перемещение в новое положение в соответствии с ее положением и скоростью. Проверяем выход пчелы за границы исследуемой области и выполняем необходимые ограничивающие действия.

Шаг 4. Для каждой пчелы вычисляем значение целевой функции в ее новой позиции. Сравниваем это значение со значением ПНП пчелы, и при необходимости заменяем ПНП текущей позицией. Сравниваем это значение со значением ГНП роя и при необходимости заменяем ГНП текущей позицией.

Шаг 5. Для каждой пчелы вычисляем новую скорость перемещения в соответствии с уравнением

$$v_n^{i+1} = w \cdot v_n^i + c_1 \cdot \Psi_1 \cdot (p_n - x_n) + c_2 \cdot \Psi_2 \cdot (g_n - x_n), (1)$$

где v_n^i – скорость пчелы по измерению n на i -ой итерации; w – инерционный вес, это число (находится в интервале $[0, 1]$) отражает, в какой мере частица сохраняет свою первоначальную скорость; p_n, g_n – значение координаты n соответственно для ПНП пчелы и для ГНП всего роя; Ψ_1, Ψ_2 – случайная величина в диапазоне $[-1, 1]$; c_1, c_2 – постоянные весовые коэффициенты, определяющие притяжение к собственной ПНП и к ГНП роя соответственно.

c_1 определяет, какое влияние на частицу оказывает ее память о ПНП, а c_2 определяет, какое влияние на частицу оказывают остальные члены роя.

Увеличение c_1 предполагает исследование пространства решений путем движения каждой частицы в направлении своего ПНП; увеличение c_2 – исследование предполагаемого глобального максимума.

Эти коэффициенты иногда рассматриваются как познавательный и социальный факторы.

Шаг 6. Проверка stop – критерия, если поиск не закончен, перейти к шагу 3.

Таким образом, движение каждой пчелы является компромиссом между движением в направлении предполагаемого глобального максимума и движением в направлении обнаруженного локального максимума.

Для разработки и исследования поведения многоагентной системы пчелиного роя была разработана программа на языке Object Pascal с использованием элементов объектно-ориентированного программирования.

На рис.1. приведен пример траектории одной из пчел в процессе поиска максимума функции Химмельблау $z = 500 - (x^2 + y - 11)^2 + (x + y^2 - 7)^2$.

Траектория является сложной ломаной, по виду напоминает траекторию частицы, участвующей в броуновском движении.

В процессе пробных запусков математической модели на различных поверхностях (поверхность Химмельблау, Розенброка, параболоид) с различными размерами роя были сделаны следующие предварительные выводы:

- на поверхностях более сложной формы и при больших размерах роя достаточно сложно установить факт завершения поиска;

- в процессе поиска ни одна из пчел роя может не находиться в найденной глобальной наилучшей позиции;

- в процессе поиска одна из пчел, находящаяся достаточно близко к ГНП, практически не участвует в поиске и не перемещается, что связано со структурой формулы (1);

- если значения одной из координат ГНП роя и ПНП пчелы совпадают, то перемещение вдоль этой координаты в сторону ГНП прекращается, что связано со структурой формулы (1).

На характер процесса поиска значительное воздействие оказывает способ обработки исключительной ситуации, связанной с выходом пчелы за допустимые границы. В разработанной программе было реализовано два варианта обработки такой исключительной ситуации:

1. «Поглощающие» границы – когда частица достигает границы пространства решений в одном из измерений, скорость в этом измерении обнуляется, границы поглощают энергию частиц, пытающихся определить границы области поиска.

2. «Отражающие» границы – когда частица достигает границы пространства решений в одном из измерений, скорость в этом измерении меняется на противоположную, а частица продолжает движение внутри области поиска.

Автор [8] утверждает, что наиболее эффективным решением оказались «невидимые стены». Частица может спокойно вылетать за их пределы, но, находясь вне разрешённой области, полученные ею значения не учитываются до тех пор, пока она не вернётся обратно. Этот подход может быть использован в вычислительных алгоритмах, но в практике управления технологическими процессами он неприменим.

В качестве оценки текущего состояния процесса поиска предлагается использовать усредненное для роя значение евклидова расстояния ε от каждой пчелы до центра тяжести роя:

$$\tilde{x}_j = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_j^i; \quad (2)$$

$$e = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \sqrt{\sum_{j=1}^k (x_j^i - \tilde{x}_j)^2}$$

Результатом поиска является ГНП роя. Значение функции отклика в этой точке по отношению к известному значению глобального экстремума определяет точность поиска.

Для оценки длительности поиска используется количество расчетов функции отклика, хотя этот показатель лишь косвенно указывает на затраты времени на поиск оптимального управления технологическим процессом.

Математический эксперимент производился для двух различных функций отклика – для простейшей параболы и для упомянутой выше функции Химмельблау, имеющей в области поиска 4 локальных равнозначных максимума.

Для каждой функции отклика устанавливался некоторый размер пчелиного роя и производилась серия экспериментов, по результатам которых определялись средние значения относительной ошибки поиска δ и длительность процесса поиска. Длительность поиска определялась как номер итерации N , когда точность поиска, определенная в соответствии с (2), становилась меньше заданного порогового значения, принятого равным $\varepsilon_0 = 0,5$.

В табл. 1. приведены результаты экспериментальных исследований влияния метода обработки ограничения входных воздействий технологического процесса на показатели поиска.

Таблица 1 - Результаты экспериментальных исследований поиска глобального экстремума методом пчелиного роя

Поглощение	Длина роя	Ошибка поиска, %	N
	3	7,66%	256,38
	5	1,20%	467,4
	8	0,01%	733,45

Отражение	Длина роя	Ошибка поиска, %	N
	3	6,96%	244,81
	5	1,35%	487,22
	8	0,02%	809,55

При увеличении длины роя прогнозируемо повышается точность поиска с одновременным увеличением его длительности. При малых значениях длины роя наблюдалось «застывание» роя и, как следствие, крупные (до 15%) ошибки процесса поиска. Статистически достоверное влияние метода обработки наличия ограничений входных воздействий установить не удалось.

Наличие стохастической составляющей в функции отклика технологического процесса моделировалось добавлением равномерно распределенной случайной величины задаваемой амплитуды. Наличие 10% шума увеличивает длительность поиска экстремума примерно на 50 – 70%. Однако наличие шума не отразилось на сходимости процесса поиска в целом.

Выводы. Увеличение длины роя сопровождается повышением точности поиска с одновременным увеличением длительности процесса поиска. Важным преимуществом рассмотренного метода поиска глобального экстремума является его робастность, т.е. он сохраняет работоспособность на достаточно сложных поверхностях отклика, а также при наличии стохастической составляющей в измеряемом значении функции отклика. Не установлено какое-либо заметное влияние характера границ изменения управляющих воздействий (поглощающие либо отражающие) на показатели процесса поиска. Существуют алгоритмические резервы повышения показателей качества поиска, если известна дополнительная априорная информация о характере целевой функции оптимизируемого технологического процесса.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гилл Ф. Практическая оптимизация. Пер. с англ. / Ф. Гилл, У. Мюррей, М. Райт. – М.: Мир, 1985. - 510 с.
2. Растринин Л. А. Статистические методы поиска. М.: Наука, 1968. – 376 с.
3. Holland J.N. Adaptation in Natural and Artificial Systems. Ann Arbor, Michigan: Univ. of Michigan Press, 1975. – 96 p.
4. Костенко В. А. Алгоритмы оптимизации, опирающиеся на метод проб и ошибок, в совместном проектировании аппаратных и программных средств ВС / В. А. Костенко. // Труды Всероссийской научной конференции "Высокопроизводительные вычисления и их приложения" (30 октября - 2 ноября 2000 г., Черноголовка). – М.: Изд-во МГУ, 2000, С. 123-127.
5. Уоссермен Ф. Нейрокомпьютерная техника. Теория и практика / Ф. Уоссермен. – М.: Мир, 1992. – 261 с.
6. K. E. Parsopoulos and M. N. Vrahatis. Recent approaches to global optimization problems through particle swarm optimization. Natural Computing: an international journal, 1(2-3):235-306, 2002.
7. The Bees Algorithm – A Novel Tool for Complex Optimisation Problems D.T. Pham, A. Ghanbarzadeh,

E. Koc, S. Otri , S. Rahim , M. Zaidi Manufacturing
Engineering Centre, Cardiff University, Cardiff CF24
3AA, UK.

8. Естественные алгоритмы. Алгоритм поведения
роя пчёл.
<http://habrahabr.ru/blogs/algorithm/104055/#habracut>

ПРО ОДИН РОБАСТНИЙ АЛГОРИТМ ПОШУКУ ГЛОБАЛЬНОГО ЕКСТРЕМУМУ

Титюк В. К., к.т.н., Михайленко О. Ю., аспір., Титюк П. В., здобувач

Криворізький технічний університет

вул. XXII партз'їзду, 11, 50027, м. Кривий Ріг, Україна

Дудар Р.В., інж.

ВАТ Центральний гірничо-збагачувальний комбінат

50066, м.Кривий Ріг, Україна

У роботі вивчається реалізація алгоритму рою бджіл для відшукування глобального максимуму функції багатьох змінних.

Ключові слова: екстремум функції, генетичний алгоритм, бджолиний рій, агент.

ABOUT ROBUST ALGORITHM FOR FINDING A GLOBAL EXTREMUM

Titjuk V., Cand. of Sci. (Tech.), Mikhailenko A., post-grad., Titjuk P., post-grad.

Krivoy Rog Technical University

XXII Partysyezda St., 11, 50027, Krivoy Rog, Ukraine

Dudar R., eng.

OAS Central ore-dressing plant

In this paper describes realization of bees swarm algorithm for searching for global maximum of multi-variable function

Key words: extremum of function, genetic algorithm, bee swarm, agent.