

УДК 621.314.26

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОЙ ЭФФЕКТИВНОСТИ АСИНХРОННЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ, РАБОТАЮЩИХ ОТ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ НАПРЯЖЕНИЯ**М. Ю. Юхименко**Кременчугский национальный университет имени Михаила Остроградского
ул. Первомайская, 20, г. Кременчуг, 39600, Украина. E-mail: saue1@kdu.edu.ua

Рассматриваются вопросы разработки математических моделей, ориентированных на оценку и прогнозирование энергоэффективности работы асинхронных двигателей, питающихся от преобразователей переменного напряжения, при многофакторных вариациях режимных параметров. Значительное внимание уделено разработке методики определения изменений электрических потерь в двигателе в зависимости от способа и параметров регулирования питающего напряжения. Выполнены исследования и спрогнозировано изменение энергоэффективности работы асинхронного двигателя с учетом изменения способа регулирования и параметров питающего напряжения, а также вида нагрузки. Анализ результатов позволяет выработать рекомендации, направленные на повышение энергоэффективности двигателей путем целенаправленного изменения сочетания режимных параметров регуляторов напряжения. Для формирования обобщенных моделей энергоэффективности асинхронных двигателей были разработаны обоснованные и эффективные планы на основе методов планирования эксперимента.

Ключевые слова: асинхронный двигатель, преобразователь переменного напряжения, модель энергоэффективности АД, теория планирования эксперимента.

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ЕНЕРГЕТИЧНОЇ ЕФЕКТИВНОСТІ АСИНХРОННИХ ДВИГУНІВ, ЩО ПРАЦЮЮТЬ ВІД ПЕРЕТВОРЮВАЧІВ НАПРУГИ**М. Ю. Юхименко**Кременчуцький національний університет імені Михайла Остроградського
вул. Першотравнева, 20, м. Кременчук, 39600, Україна. E-mail: saue1@kdu.edu.ua

Розглядаються питання розробки математичних моделей, орієнтованих на оцінку й прогнозування енергоефективності роботи асинхронних двигунів, що живляться від перетворювачів змінної напруги, при багатофакторних варіаціях режимних параметрів. Значна увага приділена розробці методики визначення змін електричних втрат у двигуні залежно від способу й параметрів регулювання живлячої напруги. Виконано дослідження й спрогнозовано зміну енергоефективності роботи асинхронного двигуна з урахуванням зміни способу регулювання й параметрів живлячої напруги, а також вигляду навантаження. Аналіз результатів дозволяє виробити рекомендації, направлені на підвищення енергоефективності двигунів шляхом цілеспрямованої зміни поєднання режимних параметрів регуляторів напруги. Для формування узагальнених моделей енергоефективності асинхронних двигунів були розроблені обґрунтовані й ефективні плани на основі методів планування експерименту.

Ключові слова: асинхронний двигун, перетворювач змінної напруги, модель енергоефективності АД, теорія планування експерименту.

АКТУАЛЬНОСТЬ РАБОТЫ. В настоящее время для регулирования напряжения на зажимах статора асинхронных двигателей (АД) широкое распространение получили полупроводниковые преобразователи модуляционного типа, которые порождают высокий уровень высших гармоник питающего напряжения. Росту уровня высших гармоник способствует также увеличение использования технологических установок, работающих в импульсном режиме, наличие различных нелинейных нагрузок, полупроводниковых преобразователей и т.п. Эксплуатация АД при несинусоидальном напряжении приводит к повышенному расходу электрической энергии и ухудшению энергоэффективности работы двигателя. К росту потерь в АД приводит также неправильный выбор способа регулирования напряжения и неудачное сочетание параметров регулятора. По этой причине является целесообразным исследование влияния формы напряжения на энергоэффективность работы АД, поскольку основная доля потерь мощности в современных электроприводах с асинхронными двигателями рассеивается непосредственно в двигателе.

Целью данного исследования является разработ-

ка математических моделей энергоэффективности использования АД при их работе от преобразователей переменного напряжения.

МАТЕРИАЛ И РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЙ. В условиях промышленной эксплуатации производственных механизмов нередко возникают ситуации, когда АД работает в ненормальных режимах, например, с ненормальным значением момента нагрузки, ненормальным или несимметричным напряжением на зажимах статора. Энергетические показатели АД – коэффициент полезного действия η и мощности $\cos \varphi$ зависят от нагрузки АД и от параметров напряжения сети [1]. Уровень потребления АД из сети активной и реактивной мощности при ненормальной нагрузке и ненормальном напряжении может существенно отличаться от уровня потребления АД такой же мощности, но при нормальном моменте нагрузки и стандартном напряжении сети.

Пределом технически допустимого уровня повышения напряжения является насыщение стали магнитопровода АД. Работа двигателя при нормальном моменте нагрузки, но при пониженном на-

пряженні живлення супроводжується підвищенням току і потенціально небезпечно з точки зору перегріву ізоляції обмоток.

Вплив зміни напруги на роботу АД обумовлено залежністю ЕДС від магнітного потоку і частоти $U \approx E = 4,44\Phi_m f_1 w_1 k_{w1}$, а кутового моменту двигача – від магнітного потоку, току ротора і кута між їх векторами $M = C_m \Phi_m I_2 \cos \psi_2$ і, як наслідок, від квадрата напруги [2].

Якщо момент опору технологічного механізму залишається незмінним, то при зменшенні напруги статора буде зрости скользяще. Зрост скользяща призведе до збільшенню току в статорі і роторі і до збільшенню кута зсуву фаз між током ротора і напругою мережі. Кутовий момент почне збільшуватися до тих пор, поки не настає рівноваги кутового моменту і моменту опору. Оскільки при номінальних значеннях напруги і частоти мережі магнітна система АД звичайно насичена, навіть незначительні зміни напруги і частоти призводять до помітних змін магнітного потоку і току холостого ходу.

Зменшення частоти f і відповідне йому збільшення потоку Φ_m при незмінній напрузі призводить до збільшенню току намагнічування I_μ на 20–30 %, що викликає збільшення току I_1 і перегрів обмотки. Збільшення f і відповідне йому зменшення потоку Φ_m призводить до зменшенню току намагнічування I_μ , і при $M = \text{const}$ зростає ток I_2 . Зміна напруги при постійній частоті $f = f_{\text{ном}}$ призводить до таких же наслідків, що і зміна частоти, але зменшення U_1 викликає зменшення потоку Φ_m , і навпаки. Тому відхилення напруги від номінального значення при $f = \text{const}$ і навантаженнях, близьких до номінального, також призводить до погіршення енергоефективності роботи АД.

Відомо [3], що коефіцієнт корисної дії і коефіцієнт потужності АД приймають максимальне значення при 0,6–0,8 номінальної потужності. Якщо двигач експлуатується з недовантаженням при 0,2–0,4 номінальної потужності, доцільно знизити напругу. Якщо при незмінній кутовому моменті на валу двигача напруга змінилася від $U_{1н}$ до $\alpha U_{1н}$, де $\alpha \leq 1$ або $\alpha \geq 1$, то можна допустити [1], що активна складова току статора I'_1 стане рівною $\sim I_{1а} / \alpha$, а реактивна в першому наближенні – $\sim \alpha I_{1r}$, тому

$$I'_1 \approx I_1 \sqrt{\frac{\cos^2 \varphi_1}{\alpha^2} + \alpha^2 \sin^2 \varphi_1}, \quad (1)$$

де I_1 – ток статора при номінальній напрузі.

Коефіцієнт потужності прийме значення

$$\cos \varphi'_1 \approx \frac{I'_{1а}}{I'_1} = \frac{1}{\sqrt{1 + \alpha^4 \tan^2 \varphi_1}},$$

$$\text{рівним: } s' \approx s \left(\frac{I'_{1а}}{I'_1} \right)^2 = \frac{s}{\alpha^2}.$$

Зміна напруги призводить до зміни магнітного потоку і квадратичному зменшенню втрат в магнітопроводі, зміні навантаження призводить до зміни току і квадратичному зменшенню втрат в обмотках. При значущому зменшенні напруги U_1 і відносно малих значеннях моменту навантаження двигача характерним є підвищення $\cos \varphi$ [3]. Розрахунок видів втрат може бути зроблений на основі відомих методик [3]. Енергетичні показники АД при роботі з номінальним навантаженням і нестандартній напрузі визначаються співвідношенням втрат в сталі і в обмотках двигача. Тому практичний інтерес представляє виявлення аналітичних залежностей енергетичних показників АД від відхилення напруги, його частоти і величини моменту навантаження на валу двигача. Желательно також формувати загальні математичні кількісні залежності вказаних параметрів на η і $\cos \varphi$ АД.

В даний час методи формування математичних моделей енергоефективності АД розділяють на теоретичні і експериментальні [4]. Перші базуються на теоретичному аналізі об'єкта. Ці методи доцільно застосовувати для побудови математичних моделей об'єктів, процеси в яких добре вивчені. Експериментальні методи базуються на порівнянні даних вхідних і вихідних сигналів об'єкта. Завданням експериментальних методів є кількісна оцінка характеристик і перевірка відповідності моделі реальному об'єкту.

Аналіз літературних джерел по даній темі [5] показав, що одним з ефективних методів формування математичних залежностей є їх формування в формі поліномів, отриманих методами планування експерименту і генетичних алгоритмів.

При створенні комплексу загальних математичних моделей енергоефективності роботи АД, придатних для практичного застосування, доцільно застосувати методику планування експерименту. Методи планування експерименту широко застосовуються при дослідженні електричних машин [5]. Наприклад, в [3] розглядаються результати дослідження показників якості АД з відносними втратами в сталі, з кривою намагнічування, відносної електричної провідності і т.п.

Метою планування експерименту [5] є вибір числа і оптимальних умов проведення експерименту, при яких вдасться отримати найбільше кількість достовірної інформації про об'єкт дослідження при найменших витратах праці і представити цю інформацію в компактній і зручній для використання формі з кількісною

оценкой точности [5].

В общем случае свойства объекта зависит от n факторов (X_1, X_2, \dots, X_n) . Диапазон изменения факторов задает область определения Y : $X_{i \min} \leq X_i \leq X_{i \max}$, $i = 1, \dots, n$.

Функция отклика представляется в виде степенного полинома:

$$I'_1 \approx I_1 \sqrt{\frac{\cos^2 \varphi_1}{\alpha^2} + \alpha^2 \sin^2 \varphi_1}. \quad (2)$$

При планировании эксперимента используют кодирование факторов, т.е. выбор такого нового масштаба для факторов, чтобы минимальное значение кодированных факторов соответствовало «-1», максимальное – «+1», и переносу начала координат в точку $c (X_{1cp}, X_{2cp}, \dots, X_{ncp})$. Значение кодированного фактора

$$x_i = \frac{X_i - X_{icp}}{X_{icp} - X_{1 \min}}. \quad (3)$$

Для кодированных факторов

$$Y = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + \dots + b_n x_n + b_{12} x_1 x_2 + \dots + b_{nn-1} x_{n-1} x_n + b_{11} x_1^2 + \dots + b_{nn} x_n^2 + \dots. \quad (4)$$

При этом $B_i \neq b_i$. Для полинома, записанного в кодированных факторах, мера влияния факторов или их сочетаний на функцию отклика определяется величиной коэффициента b_i .

Если принять, что существует фактор x_0 , который всегда равен единице, а все двойные, тройные и последующие сочетания факторов, а также квадраты факторов и все соответствующие им коэффициенты обозначить через x_i и b_i , то степенной ряд можно

записать в виде $Y = \sum_{i=0}^m b_i x_i$, где $m+1$ – число членов степенного ряда.

Для формирования математических моделей энергоэффективности АД при многофакторных вариациях режимных параметров работы могут быть использованы рототабельные планы первого и второго порядка [4, 5]. Такие планы имеют определенные преимущества. В указанных планах можно добиться снижения плановых точек, что является важным, если проводится многофакторное исследование. Вместе с тем, описание рототабельных планов в литературе, посвященной методам теории планирования эксперимента [4], является либо недостаточным, часто с использованием некорректных соотношений [5].

Для рототабельных планов оценка точности функции отклика по любым направлениям факторного пространства (для всех точек плана) должна быть одинакова – дисперсия отклика должна быть одинакова на одном расстоянии от центра плана при любом направлении, что позволяет добиваться одинаковой точности при определении различных коэффициентов полинома. Так, план полного факторного эксперимента (ПФЭ) 2^n является рототабельным, поскольку все точки плана – вершины квадра-

та, куба или гиперкуба – лежат на окружности с радиусом $R = \sqrt{n}$ относительно центра плана. Планы дробного факторного эксперимента (ДФЭ) 2^{n-k} также являются рототабельными.

В рототабельном плане первого порядка точки плана располагаются на одной окружности (сфере, гиперсфере) с радиусом R :

$$\sqrt{\sum_{i=1}^n x_{iV}^2} = const = R, \quad (5)$$

где $V = 1, \dots, N$ – номер точки плана; $i = 1, \dots, n$ – номер фактора.

Рототабельный план может быть симметричным в случае, когда точки плана располагаются симметрично друг относительно друга. Рассмотренный выше план ПФЭ – рототабельный симметричный план первого порядка.

В рототабельных планах второго порядка точки плана располагаются на двух концентрических гиперсферах с радиусами R_1 и R_2 . В таких планах:

$$\sqrt{\sum_{i=1}^n x_{iV}^2} = const_1 = R_1 \quad \text{для } V = 1, \dots, N_0 \quad (6)$$

и

$$\sqrt{\sum_{i=1}^n x_{iW}^2} = const_2 = R_2 \quad \text{для } W = 1, \dots, n_0, \quad (7)$$

где V и W – текущие номера точек плана в двух подмножествах опытов N_0 и n_0 из их общего количества N , относящиеся к двум различным концентрическим сферам. Одна из сфер может быть вырожденной, если $R_2 = 0$. Рассмотренный ортогональный центрально-композиционный план второго порядка (ОЦКП) не является рототабельным, поскольку его точки лежат на трех концентрических окружностях (сферах, гиперсферах). «Звездные» точки плана и точки плана ПФЭ 2^n лежат на различных окружностях.

Объемный расчет энергетических показателей АД при работе в различных режимах может оказаться затруднительным в практическом употреблении. Более того, количественные значения η и $\cos \varphi$ для одного режима работы сами по себе не указывают направление их изменения при работе АД в другом режиме.

Поскольку зависимости энергетических показателей АД от двух факторов: нагрузки АД – P_2 и напряжения сети – U_c являются нелинейными, был выбран двухфакторный ортогональный центрально-композиционный план (ОЦКП) [4]. На основе его обработки формировались количественные математические зависимости $\eta = f(U_c, P_2)$ и $\cos \varphi = f(U_c, P_2)$ в виде полных квадратичных полиномов. Моделирование выполнялось для АД с КЗ ротором с $P_{2n} = 220$ В; $n_n = 1500$ об/мин; $f = 50$ Гц. Диапазон изменения нагрузки АД был выбран в пределах $P_2 = (0, 2 - 1, 0)$; $P_{2i} = (2 - 10)$ кВт, диапазон изменения напряжения сети, соответственно,

$U_{\hat{n}} = (0,86 - 1,14)$; $U_i = (190 - 250)$ В. Значения кодированных (x) и именованных (X) факторов U_c и P_2 в точках, которые определяются ОЦКП второго порядка, приведены в табл. 1.

Таблица 1 – Значение именованных и кодированных факторов в точках двухфакторного ОЦКП

Факторы	Значение факторов		
	Минимальное	Среднее	Максимальное
$X_1 (U_c, В)$	190	220	250
x_1	-1	0	+1
$X_2 (P_2, кВт)$	2	6	10
x_2	-1	0	+1

Значение величины плеча «звездных» точек для этого плана составляет $\alpha=1$, а значение параметра преобразования элементов столбцов, которые отвечают квадратам факторов, «а» = 0,667.

Для расчета энергетических показателей АД при различных моментах нагрузки и напряжении питания использовалась методика и система расчета в среде Excel [1], которая обеспечивает достаточно точное совпадение расчетных характеристик со справочными данными [5]. Расчеты АД были выполнены за предписанными ОЦКП девятью различными сочетаниями значений факторов P_2 и U_c . Были определены значения $\cos \varphi$ и η при работе АД в указанных режимах. Результаты расчета ОЦКП сочетаниями факторов и результаты расчетов η и $\cos \varphi$ АД представлены в табл. 2.

Таблица 2 – Двухфакторный ортогональный центрально-композиционный план с результатами расчета энергетических показателей АД

№	x_0	x_1	x_2	$x_1 x_2$	$x_1^2 - a$	$x_2^2 - a$	$\cos \varphi$	η
1	+1	-1	-1	+1	0,333	0,333	0,525	0,78
2	+1	+1	-1	-1	0,333	0,333	0,384	0,736
3	+1	-1	+1	-1	0,333	0,333	0,837	0,858
4	+1	+1	+1	+1	0,333	0,333	0,808	0,887
5	+1	$-\alpha$	0	0	0,333	-0,667	0,8	0,87
6	+1	$+\alpha$	0	0	0,333	-0,667	0,701	0,868
7	+1	0	$-\alpha$	0	-0,667	0,333	0,456	0,76
8	+1	0	$+\alpha$	0	-0,667	0,333	0,830	0,88
9	+1	0	0	0	-0,667	-0,667	0,755	0,873

При обработке двухфакторного ОЦКП второго порядка формирующий квадратичный полином в кодированных факторах:

$$\hat{Y} = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_{12} x_1 x_2 + b_3 (x_1^2 - a) + b_4 (x_2^2 - a) \quad (8)$$

Квадратичные полиномы в кодированных факторах для η и $\cos \varphi$ имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} \hat{\cos \varphi} &= 0,753 - 0,045x_1 + 0,187x_2 + \\ &+ 0,028x_1 x_2 - 0,0028x_1^2 - 0,112x_2^2; \\ \hat{\eta} &= 0,874 - 0,00283x_1 + 0,058x_2 + \\ &+ 0,018x_1 x_2 - 0,0045x_1^2 - 0,053x_2^2. \end{aligned} \quad (9)$$

Приведенные соотношения достаточно просты. Они обобщают большой статистический материал расчетов энергетических показателей АД, которые работают в разных режимах [1]. Направление и степень влияния факторов на функцию пропорциональны значениям и знакам коэффициентов при факторах в уравнениях для кодированных факторов.

В табл. 3 представлены расчетные значения $\cos \varphi$ и η для АД, работающего в различных режимах, и полученные в результате использования приведенных математических зависимостей. Еще два столбца в табл. 3 отображают модули расхождений энергетических показателей АД, которые работают в разных режимах, полученные в результате расчетов по точной модели АД и формирующими математическими зависимостями.

Таблица 3 – Сравнение точных и определенных полиномами энергетических показателей АД в плановых точках двухфакторного ОЦКП

№ опыта	x_1	x_2	$\cos \varphi$	$\hat{\cos \varphi}$	$ \hat{\cos \varphi} - \cos \varphi $	η	$\hat{\eta}$	$ \hat{\eta} - \eta $
1	-1	-1	0,525	0,524	0,001	0,78	0,775	0,005
2	+1	-1	0,384	0,378	0,006	0,736	0,743	0,007
3	-1	+1	0,837	0,842	0,005	0,858	0,854	0,004
4	+1	+1	0,808	0,808	0	0,887	0,893	0,006
5	$-\alpha$	0	0,8	0,795	0,005	0,87	0,867	0,005
6	$+\alpha$	0	0,701	0,705	0,006	0,868	0,872	0,004
7	0	$-\alpha$	0,456	0,454	0,007	0,76	0,763	0,003
8	0	$+\alpha$	0,830	0,828	0,005	0,88	0,879	0,001
9	0	0	0,755	0,753	0,002	0,873	0,874	0,001

По результатам расчетов, приведенных в табл. 3, может быть сделан вывод, что полученные уравнения дают погрешность определения энергетических показателей АД по сравнению с точной расчетной моделью не более 2 % в рассматриваемом диапазоне варьирования факторов. За пределами этого диапазона точность расчета по полученным уравнениям уменьшается по мере удаления от границ диапазона и, например, для режима холостого хода уравнения будут давать существенную погрешность.

Полученные уравнения могут быть записаны для именованных факторов. Для рассматриваемого АД эти уравнения приобретают следующий вид:

$$\begin{aligned} \cos\phi &= 0,708 - 0,00153x_1 + 0,0794x_2 + \\ &+ 2,33 \cdot 10^{-4} U_c P_2 - 3,1110^{-6} U_c^2 - 0,007 P_2^2; \\ \hat{\eta} &= 0,644 - 0,0012 U_c + 0,0213 P_2 + \\ &+ 1,5 \cdot 10^{-4} U_c P_2 - 5 \cdot 10^{-6} U_c^2 - 0,00313 P_2^2, \end{aligned} \quad (10)$$

где для определения энергетических показателей указанного АД при работе в различных режимах U_c подставляется в вольтах, а P_2 – в кВт.

На рис. 1 в виде трехмерной поверхности представлено влияние изменения напряжения и нагрузки на η АД.

На рис. 2 показана зависимость изменения $\cos\phi$ при вариациях напряжения и нагрузки на валу АД.

Полиномы для факторов в абсолютных значениях (10) могут быть представлены для относительных единиц (о.е.) – U_c^* и P_2^* , что позволяет использовать их для различных U_c и P_2 . Для относительных значений полиномы имеют вид:

$$\begin{aligned} \cos\phi &= 0,708 - 0,337 U_c^* + 0,794 P_2^* + \\ &+ 0,513 U_c^* P_2^* - 0,15 U_c^{*2} - 0,7 P_2^{*2}; \\ \hat{\eta} &= 0,644 + 0,264 U_c^* + 0,213 P_2^* + \\ &+ 0,33 U_c^* P_2^* - 0,242 U_c^{*2} - 0,313 P_2^{*2}, \end{aligned} \quad (11)$$

где для определения энергетических показателей АД при работе в разных режимах подставляются $U_c^* = U_c / U_n$; $P_2^* = P_2 / P_{2n}$.

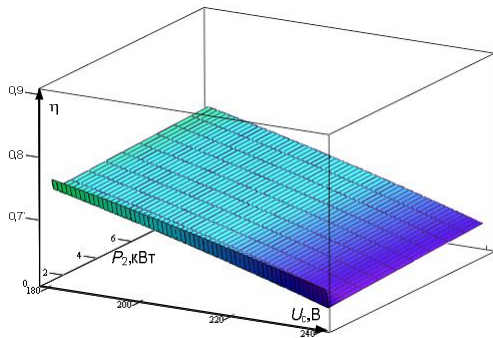


Рисунок 1 – Поверхность функции $\eta = f(U_c, P_2)$ от мощности P_2 и напряжения питания U_c

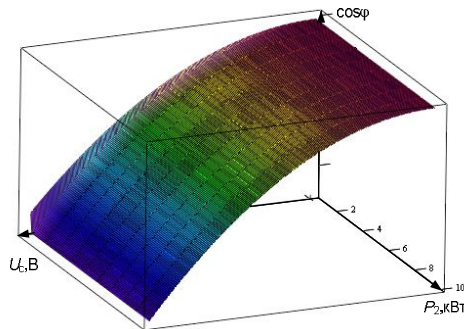


Рисунок 2 – Поверхность $\cos\phi$ АД в зависимости от величины U_c и P_2

Полученные уравнения в относительных единицах могут применяться и для АД других типов с другими номинальными данными, но погрешность определения энергетических показателей двигателя при этом, как правило, возрастает.

Для проверки адекватности разработанных моделей необходима оценка точности полученных показателей энергоэффективности АД при отклонениях момента нагрузки и напряжения сети. Отличие результатов расчетов на модели от базовых значений можно рассматривать как погрешность расчетного определения функции, а сам разброс оценивать величиной, которая имеет характер дисперсии адекватности полинома S_{AD}^2 [5].

Адекватность полинома проверяют путем сравнения дисперсионного отношения $F = \frac{S_{AD}^2}{S_u^2}$, где

S_u^2 – дисперсия воспроизводимости, с критерием Фишера – F_f . Критерий $F_f = f(p, f_{AD}, f_u)$ находится по таблицам в зависимости от доверительной достоверности p , числа степеней свободы дисперсии адекватности f_{AD} и дисперсии воспроизводимости f_u . При условии, что $F < F_f$, принимается, что полином адекватно описывает действительные зависимости.

Из данных табл. 3 следует, что для полинома, отображающего зависимость η АД от U_c и P_2 , сумма квадратов отклонений базовых и рассчитанных с помощью полинома значений для девяти плановых точек составляет:

$$S = \sum_{U=1}^N (\hat{Y}_U - \bar{Y}_U)^2 = \sum_{U=1}^9 (\hat{\eta} - \eta)^2 = 1,78 \cdot 10^{-4}. \quad (12)$$

Считая все коэффициенты полинома, который состоит из $L=6$ членов, значимыми, число степеней свободы дисперсии адекватности составит:

$$f_{AD} = N - L = 9 - 6 = 3. \quad (13)$$

Дисперсия адекватности полинома составляет:

$$S_{AD}^2 = \frac{S}{f_{AD}} = 0,59 \cdot 10^{-4}. \quad (14)$$

При условии, что все коэффициенты полинома являются значимыми, это практически не увеличивает значение S , но приводит к увеличению f_{AD} , уменьшению S_{AD}^2 , уменьшает дисперсионное отношение, что в конечном итоге позволяет повысить адекватность полинома.

При исследовании реального объекта может оказаться, что повторяемые опыты дают приблизительно равные результаты, это может быть связано с малым диапазоном изменения результатов, трудностями подсчета результата, значительной погрешностью прибора. В случае, когда в качестве объекта исследования выступает модель энергоэффективности АД, то опыты, которые повторяются, воспроизводятся точно и $S_u^2 = 0$. Однако на реальном АД под влиянием случайных факторов при повторении

опытов будет иметь место ненулевая ошибка воспроизводимости ($S_u^2 \neq 0$). Априорную информацию о значении $S_{u,OB}^2(f_u = \infty)$ можно получить, зная, с какой точностью определяется функция для реального двигателя [4]. На практике для оценки подобной точности пользуются утверждением «с точностью $\pm A$ % от какого-то уровня Y », например, на основе класса точности приборов $A=1,0$ или $0,2$ (в процентах от конечного показания шкалы). Рассматривая « A » как доверительный интервал, который отвечает доверительной достоверности $p = 0,95$, определим $S_{u,OB}^2(f_y = \infty)$, приняв критерий Стьюдента $t = 2$:

$$\sqrt{S_{u,OB}^2} = \frac{YA}{100 \cdot 2} \text{ и } S_{u,OB}^2 = \frac{Y^2 A^2}{4 \cdot 10^4}. \quad (15)$$

Если принять, что мощность для определения η измерялась с помощью ваттметра с классом точности $A = 1$ % и максимальное значение не превышает $1,0$, то $S_{u,OB}^2 = \frac{1^2 \cdot 1^2}{4 \cdot 10^4} = 0,25 \cdot 10^{-4}$.

Дисперсионное отношение составляет

$$F = \frac{S_{AD}^2}{S_u^2} = 2,36.$$

Для доверительной вероятности $P=0,95$, f_{AD} и $f_u = \infty$ находим $F_f = 2,6$. Поскольку полученный $F = 2,36 < F_f = 2,6$, то принимается, что данный полином адекватно описывает изменение η АД от U_c и P_2 . В целом полученный результат подтверждается и тем фактом, что даже максимальная погрешность определения η с помощью полинома не превышает $0,7$ % (второй опыт в последнем столбце табл. 3), что меньше погрешности измерения с помощью прибора с классом точности $A = 1$ %.

В случае, если бы измерения проводились с помощью прибора с классом точности $A=0,5$ %, тогда

$$S_{u,OB}^2(f_y = \infty) = 0,0625 \cdot 10^{-4}; \quad F = \frac{S_{AD}^2}{S_u^2} = 9,44 \quad \text{и}$$

$F = 9,44 > F_f = 2,6$, это свидетельствует о неадекватности модели АД результатам измерения более точным прибором.

Оценим адекватность полинома зависимости $\cos \varphi$ АД от P_2 и U_c по данным табл. 3. Допустимо, что значение $\cos \varphi$ измеряется фазометром с конечным значением шкалы $1,0$. Для этого полинома сумма квадратов отклонений базовых и рассчитанных по полиному значений для девяти плановых точек составляет

$$S = \sum_{U=1}^N (\hat{Y}_U - \bar{Y}_U)^2 = \sum_{U=1}^9 (\hat{\cos \varphi} - \cos \varphi)^2 = 1,15 \cdot 10^{-4}. \quad (16)$$

Дисперсия адекватности полинома и число степеней свободы составляет $f_{AD} = N - L = 3$;
 $S_{AD}^2 = \frac{S}{f_{AD}} = 0,38 \cdot 10^{-4}$.

Если принять класс точности « A » = 1 %, то дисперсия воспроизводимости

$$S_{u,OB}^2 = \frac{Y^2 A^2}{4 \cdot 10^4} = 0,25 \cdot 10^{-4}.$$

Дисперсионное соотношение составляет

$$F = \frac{S_{AD}^2}{S_u^2} = 1,52.$$

Для доверительной вероятности $P=0,95$, $f_{AD} = 3$ и $f_u = \infty$ $F_f = 2,6$. Поскольку $F = 1,52 < F_f = 2,6$, то полином адекватно описывает изменение $\cos \varphi$ АД от U_c и P_2 . Этот результат подтверждается и тем фактом, что даже максимальная погрешность определения $\cos \varphi$ по полиному не превышает $0,6$ % (второй опыт в шестом столбце табл. 3), что меньше погрешности измерения с помощью прибора с классом точности $A = 1$ %.

Из анализа полученных моделей энергоэффективности работы АД следует, что энергетические показатели АД существенно нелинейно зависят от P_2 и U_c (13) – значения коэффициентов при квадратах факторов сопоставимы со значениями коэффициентов при линейных членах полиномов. Поскольку коэффициенты при квадратах этих факторов отрицательны, то обе зависимости $\eta = f(U_c, P_2)$ и $\cos \varphi = f(U_c, P_2)$ выпуклы. На изменение η и $\cos \varphi$ АД в большей степени оказывают влияние изменение величины P_2 , чем изменение U_c , поскольку величина коэффициентов при членах P_2 больше коэффициентов при U_c . Увеличение U_c однозначно приводит к снижению $\cos \varphi$ АД, поскольку оба коэффициента при линейном и квадратичном членах этого фактора отрицательны.

При выполнении сечений поверхности отклика исследуемой функции сечения представляют собой график зависимости этой функции от отдельных факторов при фиксированных значениях других факторов. Так, на рис. 3 представлено влияние изменения нагрузки АД $P_{2n} = 10$ кВт на η при различных значениях напряжения.

На рис. 4 представлено влияние изменения мощности нагрузки на $\cos \varphi$ АД при различных значениях напряжения питающей сети. Наименьший $\cos \varphi$ будет при ненагруженном АД, работающем от сети с большим U_c . В других случаях максимум η и $\cos \varphi$ АД существует при определенных соотношениях P_2 и U_c . При небольших U_c с его увеличением η растет, равно как и при изменении P_2 .

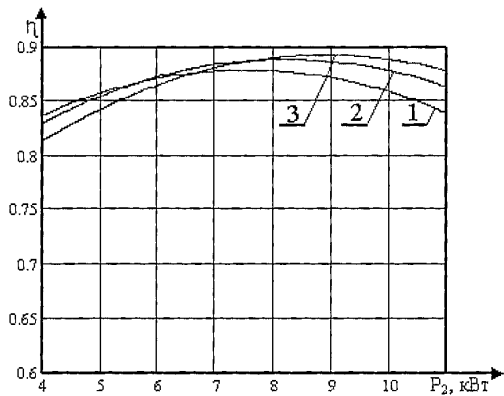


Рисунок 3 – Сечения поверхности отклика функции $\eta = f(U_c, P_2)$ АД

с изменением нагрузки P_2 при:

- 1 – напряжении сети $U_c = 190$ В; 2 – напряжении сети $U_c = 220$ В; 3 – напряжении $U_c = 250$ В

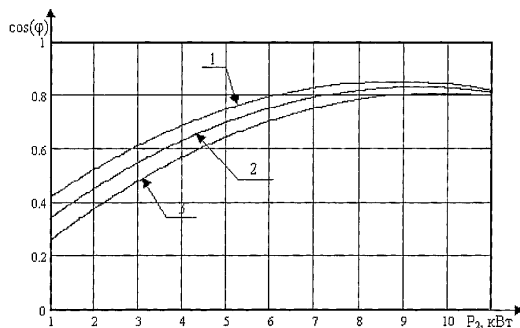


Рисунок 4 – Сечения поверхности отклика функции $\cos \varphi = f(U_c, P_2)$ АД

с изменением нагрузки P_2 при:

- 1 – напряжении сети $U_c = 190$ В; 2 – напряжении сети $U_c = 220$ В; 3 – напряжении $U_c = 250$ В

На рис. 5 представлены графики, отображающие воздействие изменения напряжения на η АД при различных нагрузках, а на рис. 6 – влияние изменения напряжения на $\cos \varphi$ АД при различных значениях P_2 .

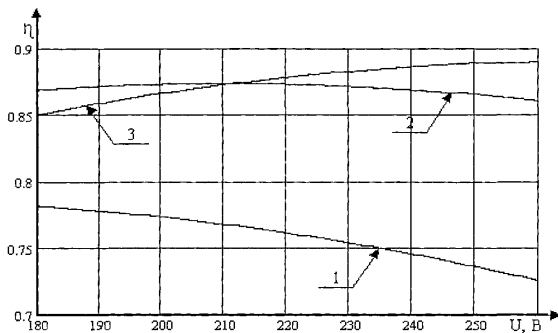


Рисунок 5 – Сечения поверхности отклика функции изменения η АД

при изменении напряжения:

- 1 – при нагрузке $P_2 = 2$ кВт; 2 – при нагрузке $P_2 = 6$ кВт; 3 – при нагрузке $P_2 = 10$ кВт

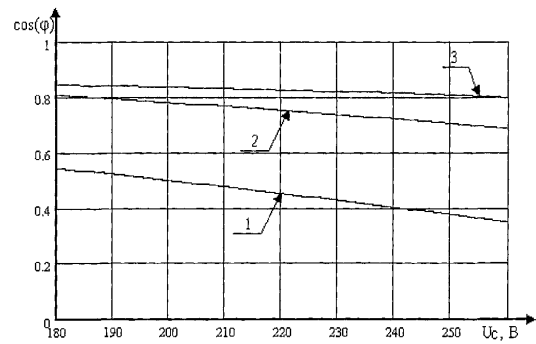


Рисунок 6 – Сечения поверхности отклика функции изменения $\cos \varphi$ АД

при изменении напряжения:

- 1 – при нагрузке $P_2 = 2$ кВт; 2 – при нагрузке $P_2 = 6$ кВт; 3 – при нагрузке $P_2 = 10$ кВт

Аналогично проводилось исследование изменения η , $\cos \varphi$ и M_{EM} для АД $P_{2n} = 7,5$ кВт при изменении степени несимметрии фазного напряжения.

На рис. 7 представлено влияние изменения напряжения обратной последовательности фаз на КПД АД при различной нагрузке прямой последовательности.

На рис. 8 представлено влияние изменения напряжения прямой последовательности фаз на η АД при различных значениях напряжений обратной последовательности.

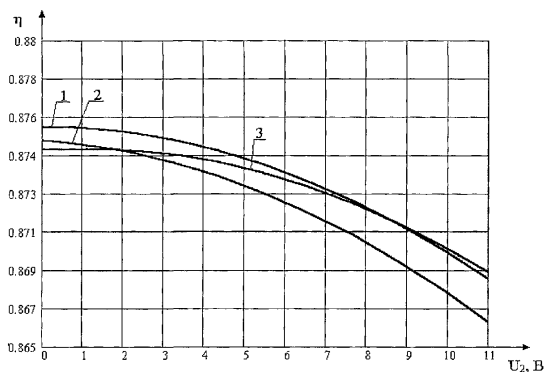


Рисунок 7 – Зависимость КПД АД от напряжения обратной последовательности при:

- 1 – $U_1 = 242$ В; 2 – $U_1 = 220$ В; 3 – $U_1 = 198$ В

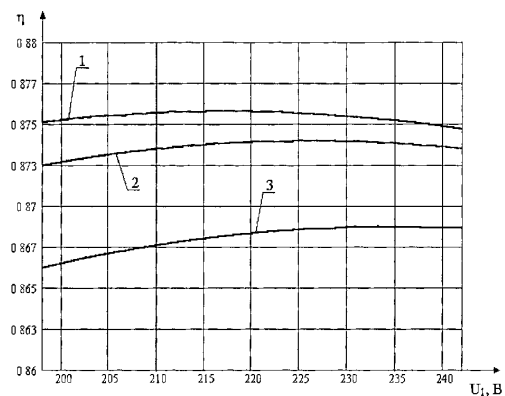


Рисунок 8 – Зависимость КПД АД от напряжения обратной последовательности при:

- 1 – $U_2 = 0$ В; 2 – $U_2 = 5,5$ В; 3 – $U_2 = 11$ В

ВЫВОДЫ. На основании разработанных математических моделей была выполнена оценка пределов изменения энергоэффективности АД, работающего при изменении момента нагрузки, напряжения сети и при различной степени несимметрии фазных напряжений.

Установлено, что минимальные значения КПД, коэффициента мощности и результирующего момента отвечают сочетаниям факторов: для η – при $U_1 = U_{1\min}$ и $U_2 = U_{2\max}$ (уменьшение η в сравнении с номинальным на 1,1 %); для $\cos\varphi$ – при $U_1 = U_{1\max}$ и $U_2 = U_{2\max}$ (снижение на 1,8 %); для M_{EM} – при $U_1 = (0,8..1,2)U_n$ и $U_2 = (0,05..0,1)U_n$ (снижение на 10,1 Н·м). При исследовании энергетических показателей и электромагнитного момента АД мощностью 7,5 кВт в расширенном диапазоне изменения напряжения прямой и обратной последовательностей установлено, что максимальное снижение η , $\cos\varphi$ и M_{EM} составит, соответственно, 3,6%, 6,6 % и 21,67 Н·м.

ЛИТЕРАТУРА

1. Казаков Ю.Б., Андреев В.А. Исследование влияния колебания напряжений сети на энергетические показатели асинхронных двигателей // Материалы V Российской научно-технической конференции «Энергосбережение в городском хозяйстве, энергетике, промышленности». – Ульяновск, УлГТУ, 2006. – Т. 1. – С. 131–134.
2. Автоматизированное проектирование электрических машин: Учеб. пособие для студ. вузов, обуч. по спец. "Электромеханика" / Ю.Б. Бородулин, В.С. Мостейкис, Г.В. Попов, В.П. Шишкин; Под ред. Ю.Б. Бородулина. – М.: Высшая школа, 1989. – 280 с.
3. Андрианов М.В., Родионов Р.В. Применение метода отдельных потерь при определении КПД асинхронного двигателя, работающего от полигармонического источника напряжения // Электротехника. – 2007. – № 6. – С. 20–24.
4. Мойсюк Б.Н. Основы теории планирования эксперимента: Учебное пособие. – М.: Издательство МЭИ, 2005. – 464 с.
5. Ивоботенко Б.А., Ильинский Н.Ф., Копылов И.П. Планирование эксперимента в электромеханике. – М.: Энергия, 1971. – 185 с.

MATHEMATICAL MODEL OF POWER EFFICIENCY OF INDUCTION DRIVES, WORKINGS FROM VOLTAGE CONVERTERS

M. Yukhimenko

Kremenchuk Mykhailo Ostrohradskyi National University

ul. Pervomayskaya, 20, Kremenchug, 39600, Ukraine. E-mail: sauel@kdu.edu.ua

The paper deals with the development of mathematical models aimed at assessing and, prognosis energy efficiency of induction motors, powered by the AC voltage at multifactorial variations operational parameters. Considerable attention is paid to the development of methods for determining changes in the electrical losses in the motor, depending on the method and parameters of the regulation of the supply voltage. The studies and the predicted change in energy efficiency of the induction motor with the change in the mode of regulation and the parameters of the supply voltage, and the type of load. Analysis of the results allows to develop recommendations aimed at improving the energy efficiency of engines by combining purposeful change of regime parameters of the voltage regulators. To form the generalized models of energy efficiency induction motors have been developed based and effective plans based on the methods of experimental design.

Key words: induction motor, an AC voltage, energy efficiency induction motor model, the theory of experimental design.

REFERENCES

1. Kazakov, Y.B. and Andreyev, V.A. (2006), "Investigation of the influence of fluctuations in the mains voltage of the energy performance of asynchronous motors", *Proceedings of the Russian Scientific and Technical Conference "Energy in the urban economy, energy, industry"*, Ulyanovsk, Ulyanovsk State Technical University, Vol. 1, pp. 131–134. (in Russian)
2. Borodulin, Y.B., Mosteykis, B.C., Popov, G.V. and Shishkin, V.P. (1989), *Avtomatizirovannoye proyektirovaniye elektricheskikh mashin* [Computer-aided design of electrical machines: Studies. benefits for the students. universities, teaching. by special order], Vysshaya shkola, Moscow, Russia. (in Russian)
3. Andrianov, M.V. and Rodionov, R.V. (2007), "The application of the individual losses to determine the efficiency of asynchronous motor operated by a biharmonic Poligars-voltage source", *Elektrotehnika*, no. 6, pp. 20–24. (in Russian)
4. Ivobotenko, B.A., Ilyinskiy, N.F. and Kopylov, I.P. (1971), *Planirovaniye eksperimenta v elektromekhanike* [Design of experiments in electrical engineering], Energiya, Moscow, Russia. (in Russian)
5. Moysyuk, B.N. (2005), *Osnovy teorii planirovaniya eksperimenta: Uchebnoye posobiye* [Fundamentals of the theory of experimental design: the manual], Izdatelstvo MEI, Moscow, Russia. (in Russian)

Стаття надійшла 18.04.2013.