

УДК 621.3.011

АНАЛИЗ НЕЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ОРТОГОНАЛЬНЫХ СОСТАВЛЯЮЩИХ МГНОВЕННОЙ ПРОВОДИМОСТИ И СОПРОТИВЛЕНИЯ

М. С. Малякова, А. П. Калинов

Кременчугский национальный университет имени Михаила Остроградского
ул. Первомайская, 20, г. Кременчуг, 39600, Украина. E-mail: marry_88@mail.ru, scenter@kdu.edu.ua

Предложен метод анализа нелинейных электрических цепей с использованием ортогональных составляющих мгновенной проводимости и сопротивления. Показан механизм формирования ортогональных составляющих мгновенной проводимости нелинейной электрической цепи. Приведены и проанализированы аналитические выражения для составляющих мгновенной проводимости и сопротивления. Проведен анализ уравнений баланса составляющих мгновенных проводимости и сопротивления, на основании которых были определены гармонические составляющие тока нелинейной электрической цепи, состоящей из последовательно подключенных активного линейного и нелинейного сопротивлений. Доказана точность и адекватность разработанного метода путем сравнительного анализа гармонических составляющих тока, рассчитанных с применением предложенного метода и полученных в результате численного расчета математической модели исследуемой цепи. К главным преимуществам предложенного метода можно отнести универсальность в использовании, а также то, что он дает возможность оценить влияние параметров цепи на композицию спектра тока.

Ключевые слова: мгновенная проводимость, мгновенное сопротивление, мгновенная мощность, электрическая цепь, нелинейность.

АНАЛІЗ НЕЛІНІЙНИХ ЕЛЕКТРИЧНИХ КІЛ ІЗ ВИКОРИСТАННЯМ ОРТОГОНАЛЬНИХ СКЛАДОВИХ МИТТЄВОЇ ПРОВІДНОСТІ ТА ОПОРУ

М. С. Малякова, А. П. Калинов

Кременчуцький національний університет імені Михайла Остроградського
вул. Першотравнева, 20, м. Кременчук, 39600, Україна. E-mail: marry_88@mail.ru, scenter@kdu.edu.ua

Запропоновано метод аналізу нелінійних електричних кіл із використанням ортогональних складових миттєвої провідності та опору. Показано механізм формування ортогональних складових миттєвої провідності нелінійного електричного кола. Наведено й проаналізовано аналітичні вирази для складових миттєвої провідності та опору. Проведено аналіз рівнянь балансу складових миттєвої провідності та опору, на базі яких було визначено гармонійні складові струму нелінійного електричного кола, що складається з послідовно підключених активного лінійного та нелінійного опору. Доведено точність та адекватність розробленого методу шляхом порівняльного аналізу гармонійних складових струму, розрахованих із використанням запропонованого методу та отриманих унаслідок чисельного розрахунку математичної моделі досліджуваного кола. До головних переваг запропонованого методу можна віднести універсальність у використанні, а також те, що він дає можливість оцінити вплив параметрів кола на композицію спектра струму.

Ключові слова: миттєва провідність, миттєвий опір, миттєва потужність, електричне коло, нелінійність.

АКТУАЛЬНОСТЬ РАБОТЫ. Как известно, в основе анализа различного рода электротехнических устройств лежит расчет нелинейных электрических цепей, поскольку нелинейность присуща практически всем без исключения электротехническим устройствам [1]. Расчет нелинейных электрических цепей сводится к решению прямой (по известным параметрам цепи определяются токи) и обратной (по известным токам и напряжениям определяются параметры цепи) задач электротехники. Как известно, большинство классических, а также современных подходов анализа энергопроцессов [2–6], протекающих в электротехнических системах, дают возможность только численной оценки параметров и не дают исчерпывающей информации о процессах в нелинейных электрических цепях. На практике исследователи вынуждены прибегать к комбинации нескольких методов, что, в свою очередь, приводит к усложнению расчетных зависимостей и провоцирует увеличение погрешностей вычисления [4, 7]. Для достижения достаточной точности определения параметров электрических цепей электротехнических устройств, которые включают в себя разнооб-

разные нелинейные элементы, необходим эффективный и простой в реализации метод расчета.

Принимая во внимание вышеизложенное, для анализа нелинейных электрических систем различной конфигурации и сложности была выбран подход на базе анализа составляющих мгновенной мощности [8]. Он дает возможность определения не только величин гармонических составляющих параметров сигнала мощности, но и позволяет анализировать электрические цепи на основании аналитических уравнений баланса составляющих мгновенной мощности.

В работе [9] автор предлагает определять активную и реактивную мощности электрических цепей путем введения в расчет величины мгновенного сопротивления. Мгновенное сопротивление электрической цепи определяется через мгновенное напряжение $u(t)$ и мгновенный ток $i(t)$:

$$z(t) = \frac{u(t)}{i(t)}. \quad (1)$$

Как известно, мгновенная проводимость является величиной, обратной мгновенному сопротивлению:

$$y(t) = \frac{I}{z(t)} = \frac{i(t)}{u(t)}. \quad (2)$$

Через мгновенную проводимость возможно определение тока в нелинейной электрической цепи $i(t) = y(t)u(t)$.

Целью работы является разработка метода анализа нелинейных электрических цепей с использованием составляющих мгновенной проводимости и сопротивления.

МАТЕРИАЛ И РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЙ. Рассмотрим формирование составляющих проводимости для нескольких случаев.

1. Напряжение питания $u(t)$ задано первой гармоникой мнимой составляющей $u(t) = U_{b1} \sin(\omega t)$, ток – первой и третьей гармониками:

$$i(t) = I_{a1} \cos(\omega t) + I_{b1} \sin(\omega t) + I_{a3} \cos(3\omega t) + I_{b3} \sin(3\omega t).$$

Тогда выражение для мгновенной проводимости будет иметь вид:

$$y(t) = \frac{I_{a1} \cos(\omega t)}{U_{b1} \sin(\omega t)} + \frac{I_{b1} \sin(\omega t)}{U_{b1} \sin(\omega t)} + \frac{I_{a3} \cos(3\omega t)}{U_{b1} \sin(\omega t)} + \frac{I_{b3} \sin(3\omega t)}{U_{b1} \sin(\omega t)}. \quad (3)$$

Для осуществления перехода из временной в частотную область задания мгновенной проводимости выражение (3) было преобразовано с использованием тригонометрических преобразований. Для большей наглядности ниже приведено математическое преобразование каждого слагаемого по отдельности (табл. 1).

Таблица 1 – Преобразование составляющих мгновенной проводимости в тригонометрическом виде

а)	$\frac{I_{a1} \cos(\omega t)}{U_{b1} \sin(\omega t)} = \frac{I_{a1}}{U_{b1}} \operatorname{ctg}(\omega t);$
б)	$\frac{I_{b1} \sin(\omega t)}{U_{b1} \sin(\omega t)} = \frac{I_{b1}}{U_{b1}};$
в)	$\begin{aligned} \frac{I_{a3} \cos(3\omega t)}{U_{b1} \sin(\omega t)} &= \frac{I_{a3} \cos(2\omega t + \omega t)}{U_{b1} \sin(\omega t)} = \frac{I_{a3} \cos(2\omega t)\cos(\omega t) - \sin(2\omega t)\sin(\omega t)}{U_{b1} \sin(\omega t)} = \\ &= \frac{I_{a3} (\cos^2(\omega t) - \sin^2(\omega t))\cos(\omega t) - 2\sin^2(\omega t)\cos(\omega t)}{U_{b1} \sin(\omega t)} = \\ &= \frac{I_{a3}}{U_{b1}} \left[\frac{\cos^3(\omega t)}{\sin(\omega t)} - 3\sin(\omega t)\cos(\omega t) \right] = \frac{I_{a3}}{U_{b1}} \left[\operatorname{ctg}(\omega t)\cos^2(\omega t) - 3\sin(\omega t)\cos(\omega t) \right] = \\ &= \frac{I_{a3}}{U_{b1}} \left[\operatorname{ctg}(\omega t) \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos(2\omega t) \right) - 3\sin(\omega t)\cos(\omega t) \right] = \\ &= \frac{I_{a3}}{U_{b1}} \left[\operatorname{ctg}(\omega t)(1 - \sin^2(\omega t)) - 3\sin(\omega t)\cos(\omega t) \right] = \\ &= \frac{I_{a3}}{U_{b1}} \left[\operatorname{ctg}(\omega t) - \operatorname{ctg}(\omega t)\sin^2(\omega t) - 3\sin(\omega t)\cos(\omega t) \right] = \\ &= \frac{I_{a3}}{U_{b1}} \left[\operatorname{ctg}(\omega t) - 4\sin(\omega t)\cos(\omega t) \right] = \frac{I_{a3}}{U_{b1}} \operatorname{ctg}(\omega t) - 2\frac{I_{a3}}{U_{b1}} \sin(2\omega t); \end{aligned}$
г)	$\begin{aligned} \frac{I_{b3} \sin(3\omega t)}{U_{b1} \sin(\omega t)} &= \frac{I_{b3} \sin(2\omega t + \omega t)}{U_{b1} \sin(\omega t)} = \frac{I_{b3} \sin(2\omega t)\cos(\omega t) + \cos(2\omega t)\sin(\omega t)}{U_{b1} \sin(\omega t)} = \\ &= \frac{I_{b3} (2\sin(\omega t)\cos^2(\omega t) + 2(\cos^2(\omega t) - 1)\sin(\omega t))}{U_{b1} \sin(\omega t)} = \frac{I_{b3}}{U_{b1}} \left[\frac{4\sin(\omega t)\cos^2(\omega t) - \sin(\omega t)}{\sin(\omega t)} \right] = \\ &= \frac{I_{b3}}{U_{b1}} [4\cos^2(\omega t) - 1] = \frac{I_{b3}}{U_{b1}} \left[\frac{4}{2}(1 + \cos(2\omega t)) - 1 \right] = \frac{I_{b3}}{U_{b1}} + 2\frac{I_{b3}}{U_{b1}} \cos(2\omega t). \end{aligned}$

С использованием основных тригонометрических тождеств и формул преобразования (формулы сложения, тригонометрические функции двойного аргумента, преобразования степеней синуса и косинуса) получим:

$$y(t) = \frac{I_{a1}}{U_{b1}} \operatorname{ctg}(\omega t) + \frac{I_{b1}}{U_{b1}} + \frac{I_{a3}}{U_{b1}} \operatorname{ctg}(\omega t) - 2 \frac{I_{a3}}{U_{b1}} \sin(2\omega t) + \frac{I_{b3}}{U_{b1}} + 2 \frac{I_{b3}}{U_{b1}} \cos(2\omega t). \quad (4)$$

Для проверки адекватности полученного тригонометрического выражения (4) исходная кривая сигнала тока (рис. 1) была сопоставлена с кривой тока, построенной с использованием величины мгновенной проводимости $i(t) = y(t)u(t)$. Исходные данные для анализа кривых тока и напряжения: $U_{b1}=10$ В; $I_{a1}=-2,5$ А; $I_{b1}=4,33$ А; $I_{a3}=-1,859$ А; $I_{b3}=3,542$ А; $\varphi_1=\pi/6$; $\varphi_3=\pi/6,5$.

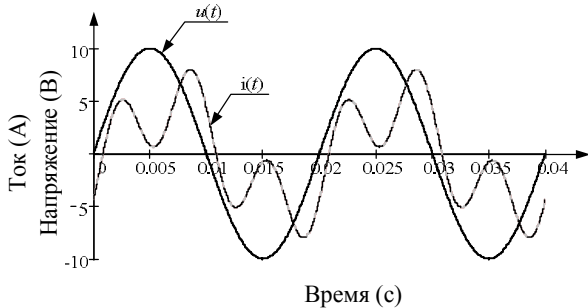


Рисунок 1 – Кривые сигналов напряжения $u(t)$ и тока $i(t)$: (---) – кривая тока, рассчитанная с использованием мгновенной проводимости; (—) – исходная кривая тока

Необходимо отметить, что в (4) составляющие без тригонометрической функции, а также коэффициенты при $\operatorname{ctg}(\omega t)$ соответствуют реальной и мнимой составляющим мгновенной проводимости нулевой частоты, соответственно. Коэффициенты при $\cos(k\omega t)$ и $\sin(k\omega t)$ – соответственно при реальной и мнимой составляющими мгновенной проводимости соответствующей гармоники k .

Согласно вышеизложенному и (4), запишем мгновенную проводимость и напряжение питания в частотной области в виде массивов:

$$\operatorname{Re}(Y_k) = \begin{pmatrix} \frac{I_{b1} + I_{b3}}{U_{b1}} \\ 0 \\ \frac{I_{b3}}{U_{b1}} \end{pmatrix}; \operatorname{Im}(Y_k) = \begin{pmatrix} \frac{I_{a1} + I_{a3}}{U_{b1}} \\ 0 \\ \frac{I_{a3}}{U_{b1}} \end{pmatrix};$$

$$\operatorname{Re}(U_n) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}; \operatorname{Im}(U_n) = \begin{pmatrix} 0 \\ U_{b1} \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Для проверки правильности формирования массивов составляющих мгновенной проводимости, используя автоматизированный метод формирова-

ния составляющих мгновенной мощности [10] на базе алгоритма дискретной свертки [11–13] двух рядов, определим гармонические составляющие тока. Полученные массивы искомых ортогональных составляющих тока соответствуют исходным:

$$\operatorname{Re}(I_m) = \begin{pmatrix} 0 \\ -I_{a1} \\ 0 \\ -I_{a3} \end{pmatrix}; \operatorname{Im}(I_m) = \begin{pmatrix} 0 \\ I_{b1} \\ 0 \\ I_{b3} \end{pmatrix},$$

что подтверждает правильность метода формирования массивов составляющих мгновенной проводимости.

2. Напряжение питания $u(t)$ задано аналогично первому случаю: $u(t) = U_{b1} \sin(\omega t)$, а ток – первой, третьей и пятой гармониками:

$$i(t) = I_{a1} \cos(\omega t) + I_{b1} \sin(\omega t) + I_{a3} \cos(3\omega t) + I_{b3} \sin(3\omega t) + I_{a5} \cos(5\omega t) + I_{b5} \sin(5\omega t).$$

Запишем выражение для мгновенной проводимости:

$$y(t) = \frac{I_{a1} \cos(\omega t)}{U_{b1} \sin(\omega t)} + \frac{I_{b1} \sin(\omega t)}{U_{b1} \sin(\omega t)} + \frac{I_{a3} \cos(3\omega t)}{U_{b1} \sin(\omega t)} + \frac{I_{b3} \sin(3\omega t)}{U_{b1} \sin(\omega t)} + \frac{I_{a5} \cos(5\omega t)}{U_{b1} \sin(\omega t)} + \frac{I_{b5} \sin(5\omega t)}{U_{b1} \sin(\omega t)}. \quad (5)$$

После тригонометрических преобразований (5) получим:

$$y(t) = \frac{I_{a1}}{U_{b1}} \operatorname{ctg}(\omega t) + \frac{I_{b1}}{U_{b1}} + \frac{I_{a3}}{U_{b1}} \operatorname{ctg}(\omega t) - 2 \frac{I_{a3}}{U_{b1}} \sin(2\omega t) + \frac{I_{b3}}{U_{b1}} + 2 \frac{I_{b3}}{U_{b1}} \operatorname{ctg}(2\omega t) + \frac{I_{a5}}{U_{b1}} \operatorname{ctg}(\omega t) + \frac{I_{b5}}{U_{b1}} - 2 \frac{I_{a5}}{U_{b1}} \sin(2\omega t) + 2 \frac{I_{b5}}{U_{b1}} \cos(2\omega t) - 2 \frac{I_{a5}}{U_{b1}} \sin(4\omega t) + 2 \frac{I_{b5}}{U_{b1}} \cos(4\omega t). \quad (6)$$

Массивы ортогональных составляющих мгновенной проводимости в частотной области представлены ниже:

$$\operatorname{Re}(Y_k) = \begin{pmatrix} \frac{I_{b1} + I_{b3} + I_{b5}}{U_{b1}} \\ 0 \\ \frac{I_{b3} + I_{b5}}{U_{b1}} \\ 0 \\ \frac{I_{b5}}{U_{b1}} \end{pmatrix}; \operatorname{Im}(Y_k) = \begin{pmatrix} \frac{I_{a1} + I_{a3} + I_{a5}}{U_{b1}} \\ 0 \\ \frac{I_{a3} + I_{a5}}{U_{b1}} \\ 0 \\ \frac{I_{a5}}{U_{b1}} \end{pmatrix}.$$

Правильность полученного выражения подтверждает совпадение кривых сигнала тока, отраженное на рис. 2. Кривые, представленные ниже, построены

с использованием следующих данных: $U_{b1}=10$ В; $I_{a1}=-2,5$ А; $I_{b1}=4,33$ А; $I_{a3}=-1,859$ А; $I_{b3}=3,542$ А; $I_{a5}=-1,302$ А; $I_{b5}=2,703$ А; $\varphi_1=\pi/6$; $\varphi_3=\pi/6,5$; $\varphi_5=\pi/7$.

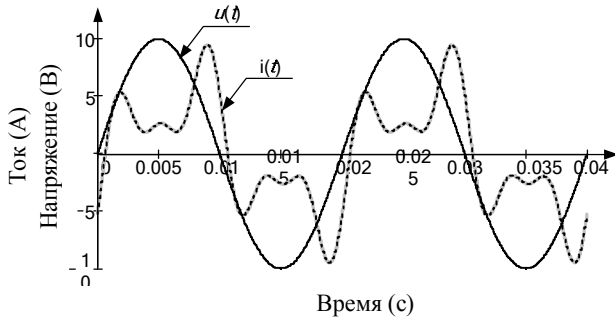


Рисунок 2 – Кривые сигнала тока $i(t)$ и напряжения $u(t)$: (---) – кривая тока, рассчитанная с использованием мгновенной проводимости; (—) – исходная кривая тока

Для проверки правильности формирования массивов составляющих мгновенной проводимости определим гармонические составляющие тока. Полученные массивы искомым ортогональных составляющих тока соответствуют исходным:

$$Re(I_m) = \begin{pmatrix} 0 \\ -I_{a1} \\ 0 \\ -I_{a3} \\ 0 \\ -I_{a5} \end{pmatrix}; \quad Im(I_m) = \begin{pmatrix} 0 \\ I_{b1} \\ 0 \\ I_{b3} \\ 0 \\ I_{b5} \end{pmatrix}.$$

Равенство полученных и исходных ортогональных составляющих тока для двух вышерассмотренных случаев подтверждает правильность формирования массивов ортогональных составляющих мгновенной проводимости и применимость предложенного метода определения тока.

На основании (4) и (6) можно записать выражение для мгновенной проводимости в тригонометрической форме в общем виде:

$$y(t) = \sum \frac{I_{bm}}{U_{b1}} + \sum \frac{I_{am}}{U_{b1}} \text{ctg}(\omega t) + 2 \sum \frac{I_{bm}}{U_{b1}} \cos(k\omega t) - 2 \sum \frac{I_{am}}{U_{b1}} \sin(k\omega t), \quad (7)$$

где I_a, I_b – соответственно косинусные и синусные гармонические составляющие тока; U_{b1} – гармоническая составляющая напряжения, представленная первой гармоникой; m, k – номера гармоник тока и проводимости, соответственно; ω – угловая частота.

Таким образом, в соответствии с (7) можно в общем виде представить ортогональные составляющие мгновенной проводимости:

$$Re(Y_0) = \frac{1}{U_{b1}} \left(\sum_{m=1}^M I_{bm} \right); \quad Re(Y_k) = \frac{1}{U_{b1}} \left(\sum_{m=k+1}^M I_{bm} \right);$$

$$Im(Y_0) = \frac{1}{U_{b1}} \left(\sum_{m=1}^M I_{am} \right); \quad Im(Y_k) = \frac{1}{U_{b1}} \left(\sum_{m=k+1}^M I_{am} \right).$$

Для демонстрации практического использования предложенного подхода анализа составляющих мгновенной проводимости $Y(t)$ и сопротивления $Z(t)$ для определения гармонических составляющих тока электрических цепей рассмотрим простейший электрический контур последовательно соединенных линейного и нелинейного сопротивлений. Для расчета были выбраны следующие параметры: $R_0 = 1$ Ом, $R_2 = 2$ Ом для случая одной синусной составляющей гармоники в сигнале напряжения $u(t) = U_{b1} \sin(\omega t)$, $U_{b1} = 10$ В. Нелинейное сопротивление описывается выражением $R(I) = R_2 i^2(t)$. Эквивалентная схема замещения представлена на рис. 3.

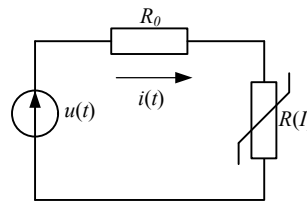


Рисунок 3 – Исследуемая электрическая цепь

Из закона сохранения энергии следует: $p_S(t) = p_C(t)$ [12], где $p_S(t)$ – мгновенная мощность источника питания; $p_C(t)$ – мгновенная мощность потребителей.

Мгновенная мощность источника питания определяется произведением соответствующих составляющих напряжения и тока: $p_S(t) = u(t)i(t)$ [14]. В свою очередь, для рассматриваемого случая (рис. 3) мгновенная мощность потребителей равна сумме мгновенных мощностей всех элементов исследуемой электрической цепи: $p_C(t) = p_{R0}(t) + p_{R(I)}(t)$, где $p_{R0}(t) = R_0 i^2(t)$, $p_{R(I)}(t) = R_2 i^4(t)$ – мгновенная мощность на линейном и нелинейном сопротивлениях, соответственно.

Принимая во внимание (1) и (2), правомерно утверждать, что дискретная свертка массивов ортогональных составляющих полного сопротивления и квадрата тока равна свертке массивов ортогональных составляющих мгновенной проводимости и квадрата напряжения и равна мгновенной мощности источника питания:

$$I^2 * Z = U^2 * Y = P_S, \quad (8)$$

где * – операция дискретной свертки.

Для подтверждения вышеизложенного приведем численные значения, полученные с использованием автоматического метода формирования составляющих мгновенной мощности, основанного на базе алгоритма дискретной свертки (табл. 2). Значения

амплитудных составляющих тока и напряжения схемы замещения исследуемой электрической цепи были получены в результате расчета математической модели в пакете MatLAB. При рассмотрении электрической цепи (рис. 3), содержащей только активные линейное и нелинейное сопротивление, токи будут представлены только синусными составляющими. Для упрощения расчетов ограничимся наиболее весомыми (первой, третьей и пятой) гармониками тока.

Таблица 2 – Численные значения баланса составляющих мгновенной мощности для исследуемой электрической цепи

P_{Sa}	P_{Ca}	YU^2	ZI^2
(9,2)	(9,2)	(9,22)	(9,308)
(0)	(0)	(0)	(0)
(-3,79)	(-3,87)	(-3,79)	(-3,76)
(0)	(0)	(0)	(0)
(-0,45)	(-0,78)	(-0,45)	(-0,43)
(0)	(0)	(0)	(0)
(-0,38)	(-0,41)	(-0,16)	(-0,99)
(0)	(0)	(0)	(0)
(0)	(0,12)	(-0,22)	(0,31)
(0)	(0)	(0)	(0)
(0)	(0,05)	(0)	(0,11)

Как видно из данных, приведенных в табл. 2, равенство (8) справедливо. Точность полученных значений для нулевой, второй и четвертой гармонических составляющих мгновенной мощности достаточно высока. Расхождения результатов в высших гармониках можно обусловить погрешностью вычислений, которая появляется как следствие ограниченного количества анализируемых гармоник тока.

Учитывая (1) и (2), можно записать $U = I * Z$, $I = U * Y$, тогда выражение $P_S = I * U$ можно записать следующим образом: $P_S = I * Z * U * Y$. Отсюда следует, что свертка спектров мгновенной проводимости Y и мгновенного сопротивления Z равна единице:

$$Z * Y = 1. \tag{9}$$

Выражение (9) позволяет записать в аналитическом виде и численно найти решение системы уравнений с искомыми гармоническими составляющими тока электрической цепи (рис. 3). Ниже приведем аналитические выражения ортогональных составляющих мгновенной проводимости и сопротивления:

$$Re(Z_x) = \begin{pmatrix} (2I_{b1}^2 + 2I_{b3}^2 + 2I_{b5}^2)R_2 + R_0 \\ 0 \\ (-I_{b1}^2 + 2I_{b3}I_{b1} + 2I_{b3}I_{b5})R_2 \\ 0 \\ (-2I_{b3}I_{b1} + 2I_{b5}I_{b1})R_2 \\ 0 \\ (-2I_{b5}I_{b1} + I_{b3}^2)R_2 \\ 0 \\ (-2I_{b3}I_{b5})R_2 \\ 0 \\ (I_{b5}^2)R_2 \end{pmatrix}; Im(Z_x) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix};$$

$$Re(Y_k) = \begin{pmatrix} \frac{I_{b1} + I_{b3} + I_{b5}}{U_{b1}} \\ 0 \\ \frac{I_{b3} + I_{b5}}{U_{b1}} \\ 0 \\ \frac{I_{b5}}{U_{b1}} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}; Im(Y_k) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

С использованием приведенных выше выражений представим (9) в частотной области:

$$\begin{pmatrix} (2I_{b1}^2 + 2I_{b3}^2 + 2I_{b5}^2)R_2 + R_0 \\ 0 \\ (-I_{b1}^2 + 2I_{b3}I_{b1} + 2I_{b3}I_{b5})R_2 \\ 0 \\ (-2I_{b3}I_{b1} + 2I_{b5}I_{b1})R_2 \\ 0 \\ (-2I_{b5}I_{b1} + I_{b3}^2)R_2 \\ 0 \\ (-2I_{b3}I_{b5})R_2 \\ 0 \\ (I_{b5}^2)R_2 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} \frac{I_{b1} + I_{b3} + I_{b5}}{U_{b1}} \\ 0 \\ \frac{I_{b3} + I_{b5}}{U_{b1}} \\ 0 \\ \frac{I_{b5}}{U_{b1}} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

С использованием автоматизированного метода формирования составляющих мгновенной мощности получим систему уравнений (10) в аналитическом виде, решение которой позволит определить искомые гармонические составляющие тока исследуемой электрической цепи.

$$\begin{pmatrix}
 \left(\frac{I_{b1} + I_{b3} + I_{b5}}{U_{b1}} \right) R_0 + \left(\frac{2I_{b3}^3 + 2I_{b1}^3 + 6I_{b3}^3 I_{b1} + 2I_{b5}^3 + 6I_{b3}^2 I_{b5} + 6I_{b5}^2 I_{b1} + 6I_{b5}^2 I_{b3}}{U_{b1}} \right) R_2 \\
 0 \\
 \left(\frac{I_{b3} + I_{b5}}{U_{b1}} \right) R_0 - \left(\frac{-3I_{b1}^2 I_{b3} - 6I_{b3} I_{b5}^2 - 2I_{b5}^3 - 2I_{b3}^3 - 3I_{b3}^2 I_{b5} + I_{b1}^3 - 6I_{b1} I_{b3} I_{b5}}{U_{b1}} \right) R_2 \\
 0 \\
 I_{b5} \frac{R_0}{U_{b1}} + \left(\frac{3I_{b1}^2 I_{b5} + 3I_{b3}^2 I_{b5} + 2I_{b5}^2 - 3I_{b1}^2 I_{b3} - I_{b3}^3}{U_{b1}} \right) R_2 \\
 0 \\
 - \left(\frac{3I_{b1}^2 I_{b5} + 3I_{b3}^2 I_{b1} + I_{b3}^3 + 3I_{b3}^2 I_{b5} + I_{b5}^3}{U_{b1}} \right) R_2 \\
 0 \\
 - \left(\frac{6I_{b1} I_{b3} I_{b5} + I_{b3}^3 + 3I_{b3}^2 I_{b5} + 3I_{b3} I_{b5}^2 + I_{b5}^3}{U_{b1}} \right) R_2 \\
 0 \\
 - \left(\frac{3I_{b1} I_{b5}^2 + 3I_{b3}^2 I_{b5} + 3I_{b3} I_{b5}^2 + I_{b5}^3}{U_{b1}} \right) R_2 \\
 0 \\
 \left(\frac{-3I_{b3} I_{b5}^2 - I_{b5}^3}{U_{b1}} \right) R_2 \\
 0 \\
 \left(\frac{-I_{b5}^3}{U_{b1}} \right) R_2
 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (10)$$

Решение полученной системы уравнений, т.е. нахождение неизвестных первой, третьей и пятой гармонических составляющих тока осуществлялось численным методом Левенберга–Маркуардта. Рассчитанные значения $I_{b1} = -0,93$ А, $I_{b3} = -0,164$ А, $I_{b5} = -0,084$ А сравнивались с полученными в результате расчета математической модели рассматриваемой цепи в пакете MatLAB. Полученные значения относительной погрешности результатов: $\delta(I_{b1}) = 0,8\%$, $\delta(I_{b3}) = 0\%$, $\delta(I_{b5}) = 11,5\%$ говорят об адекватности и достаточной точности предложенного метода решения прямой задачи электротехники.

Для решения обратной задачи (по известным токам и напряжениям определяются параметры цепи) можно использовать выражение баланса напряжений исследуемой цепи:

$$I * Z = U. \quad (11)$$

Запишем (11) в частотной области:

$$\begin{pmatrix}
 (2I_{b1}^2 + 2I_{b3}^2 + 2I_{b5}^2) R_2 + R_0 \\
 0 \\
 (-I_{b1}^2 + 2I_{b3} I_{b1} + 2I_{b3} I_{b5}) R_2 \\
 0 \\
 (-2I_{b3} I_{b1} + 2I_{b5} I_{b1}) R_2 \\
 0 \\
 (-2I_{b5} I_{b1} + I_{b3}^2) R_2 \\
 0 \\
 (-2I_{b3} I_{b5}) R_2 \\
 0 \\
 (I_{b5}^2) R_2
 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 0 \\ I_{b1} \\ 0 \\ I_{b3} \\ 0 \\ I_{b5} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ U_{b1} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Применив автоматизированный алгоритм формирования составляющих мгновенной мощности, получим систему уравнений в аналитическом виде:

$$\begin{pmatrix} 0 \\ I_{b1}R_0 + (3I_{b1}^3 + 6I_{b3}^2I_{b1} + 6I_{b5}^2I_{b1} - 3I_{b1}^2I_{b3} - 6I_{b1}I_{b3}I_{b5} + 3I_{b3}^2I_{b5})R_2 \\ 0 \\ I_{b3}R_0 + (6I_{b1}^2I_{b3} + 3I_{b3}^2 + 6I_{b5}^2I_{b3} - I_{b1}^3 + 6I_{b1}I_{b3}I_{b5} - 3I_{b1}^2I_{b5})R_2 \\ 0 \\ I_{b5}R_0 + (-3I_{b1}^2I_{b3} + 6I_{b1}^2I_{b5} + 3I_{b3}^2I_{b1} + 6I_{b3}^2I_{b5} + 3I_{b5}^3)R_2 \\ 0 \\ (-3I_{b1}^2I_{b5} + 6I_{b1}I_{b3}I_{b5} + 3I_{b5}^2I_{b3} - 3I_{b3}^2I_{b1})R_2 \\ 0 \\ (-6I_{b1}I_{b3}I_{b5} + 3I_{b5}^2I_{b1} - I_{b3}^3)R_2 \\ 0 \\ (-3I_{b1}I_{b5}^2 - 3I_{b3}^2I_{b5})R_2 \\ 0 \\ -3I_{b5}^2I_{b3}R_2 \\ 0 \\ -I_{b5}^3R_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ U_{b1} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (12)$$

Система уравнений (12) так же, как и (10), была рассчитана методом Левенберга–Маркуардта. При решении (12) целесообразно пренебречь несколькими уравнениями, соответствующими высшим гармоникам в массиве $I * Z$, что, с учетом анализа ограниченного количества гармоник тока, обусловлено ростом погрешностей с увеличением номера гармоник в рассматриваемой системе уравнений. Рассчитанные значения параметров $R_0 = 1,064$ Ом и $R_2 = 1,959$ Ом сравнивались с исходными. Полученные значения относительных погрешностей составили: $\delta(R_0) = 6,4 \%$, $\delta(R_2) = 2,04 \%$, что показывает эффективность предложенного метода решения нелинейной электрической цепи с использованием составляющих мгновенной проводимости и сопротивления.

ВЫВОДЫ. Представлен механизм формирования ортогональных составляющих мгновенной проводимости на основе составляющих тока и напряжения. Разработан метод анализа нелинейных электрических цепей с использованием составляющих мгновенной проводимости и сопротивления, позволяющий наряду с определением численных значений искомых величин провести аналитический анализ формирования уравнений баланса составляющих мгновенной проводимости и сопротивления. Результаты численного решения системы уравнений баланса составляющих мгновенной проводимости и сопротивления подтверждают высокую точность и эффективность предложенного метода применительно к анализу нелинейных электрических цепей.

ЛИТЕРАТУРА

1. Nayfeh A.H., Chen C-Y. Perturbation methods with mathematica. – Nonlinear dynamic, Wiley, New York, 1999. – 346 p.
2. Крogerис А.Ф., Рашевиц К.К., Трейманис Э.П., Шинка Я.К. Мощность переменного тока. – Рига: Физико-энергетический институт, 1993. – 294 с.
3. Заездный А.М. Основы расчета нелинейных и параметрических радиотехнических цепей. – М.: Связь, 1973. – 448 с.
4. Шидловська Н.А. Аналіз нелінійних електричних кіл методом малого параметру. – К.: Євроіндекс, 1999. – 192 с.
5. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи: учебник. – М.: Гардарики, 2001. – 638 с.
6. Зевеке Г., Ионкин П., Нетушил А. и др. Основы теории цепей. – М.: Энергия, 1975. – 752 с.
7. Тонкаль В., Новосельцев А., Денисюк С. и др. Баланс энергий в электрических цепях. – Киев: Наукова думка, 1992. – 312 с.
8. Родькин Д.И. Баланс составляющих мгновенной мощности полигармонических сигналов // Вісник КДПУ. – Кременчук: КДПУ, 2007. – Вип. 3/2007 (44), част. 1. – С. 66–77.
9. Маевский О.А. Энергетические показатели вентиляльных преобразователей. – М.: Энергия, 1975. – 320 с.
10. Zagirnyak M.V., Kalinov A.P., Maliakova M. S. An algorithm for electric circuits calculation based on instantaneous power component balance // Przegląd elektrotechniczny (Electrical Review), 2011. – R. 87 NR 12b/2011. – PP. 212–215.

11. Нуссбаумер Г. Быстрое преобразование Фурье и алгоритмы вычисления сверток. – М.: Радио и связь, 1985. – 248 с.
12. Сидоренко В.М., Мамчур Д.Г., Родькін Д.Й., Чорний О.П. Автоматизація розрахунку складових миттєвої потужності // Вісник КДПУ. – Кременчук: КДПУ, 2004. – Вып. 6/2004 (29). – С. 18–24.
13. Сидоренко В.М., Чорний О.П., Родькін Д.Й., Осадчук Ю.Г. Корекція електричних сигналів силових

ких кіл електроприводів у комп'ютеризованих системах моніторингу: моногр. – Кременчук: ПП Щербатих О.В., 2011. – 228 с.

14. Родькин Д.И., Ромашкин Ю.В. Мгновенная мощность нелинейных элементов электрической цепи // XIV міжнар. наук.-техн. конф. “Проблеми автоматизованого електроприводу. Теорія і практика”. Сборник научных трудов ДГТУ. – Днепродзержинск: ДГТУ, 2007. – С. 501–506.

THE NONLINEAR ELECTRIC CIRCUITS ANALYSIS WITH THE USAGE OF INSTANTANEOUS ADMITTANCE AND RESISTANCE COMPONENTS

M. Maliakova, A. Kalinov

Kremenchuk Mykhailo Ostrohradskyi National University

ul. Pervomayskaya, 20, Kremenchug, 39600, Ukraine. E-mail: marry_88@mail.ru, scenter@kdu.edu.ua

The method for the nonlinear electric circuit analysis with the usage of orthogonal instantaneous admittance and resistance components was proposed. Mechanism of orthogonal instantaneous admittance components formation of nonlinear electric circuit was shown. Analytical equations of the orthogonal instantaneous admittance and resistance components were presented and analyzed. The analysis of instantaneous admittance and resistance components balance equations was carried out, also current harmonic components of the nonlinear electric circuit have been determined. Researched electric circuit consists of the serially connected active linear and nonlinear resistance. The accuracy and the adequacy of the developed method were proved. Numerical values of current harmonic components, calculated with the offered method for the nonlinear electric circuit analysis, were compared with the values, received with the researched electric circuit mathematical simulation. The universality and the possibility to evaluate the impact of the circuit parameters on the current's spectrum composition can be add to the main advantages of the offered method.

Key words: instantaneous admittance, instantaneous resistance, instantaneous power, electric circuit, nonlinearity.

REFERENCES

1. Nayfeh, A.H. and Chen, C-Y. (1999), *Perturbation methods with mathematica*, Nonlinear dynamic, Wiley, New York.
2. Krogeris, A., Rasevites, K., Sinka, J., and Treimanics, E. (1993), *Moshchnost peremennogo toka* [AC power], Institute of Physics and Power engineering, Riga, Latvia. (in Russian)
3. Zaezdniy, A.M. (1973), *Osnovy rascheta nelineynykh parametricheskikh tsepey* [Bases for nonlinear and parametric radio circuits], Svyaz, Moscow, Russia. (in Russian)
4. Shydlovska, N.A. (1999), *Analiz nelineynykh elektrichnykh kil metodom malogo parametru* [Analysis of nonlinear electric circuits by the small parameter method], Evroindeks, Kyiv, Ukraine. (in Ukrainian)
5. Bessonov, L.A. (2001), *Teoreticheskiye osnovy elektrotehniki. Elektricheskkiye tsepi* [Theoretical foundations of electrical engineering. Electric circuits], Gardariki, Moscow, Russia. (in Russian)
6. Zeveke, G.V., Ionkin, P.A., Netushil, A.V., and Strahov, S.V. (1975), *Osnovy teorii tsepey* [Basics of circuit theory], Energiya, Moscow, Russia. (in Russian)
7. Tonkal, V.E., Novoseltsev, A.V., Denisuk, S.P., Strelkov, M.T., Yatsenko, Yu.A., and Zhuykov, V.Ya. (1992), *Balans energii v elektricheskikh tsepiakh* [Energy balance in the electric circuits], Naukova dumka, Kyiv, Ukraine. (in Russian)
8. Rodkin, D.I. (2007), *Balans sostavlyayushchikh mgnovennoy moshchnosti poligarmonicheskikh signalov* [Balance of instantaneous power components of polyharmonic signals], Visnyk KDPU, Vol. 3, no. 44, pp. 66–77. (in Russian)
9. Maevskiy, O.A. (1975), *Energeticheskie pokazateli ventilnykh preobrazovateley* [Energy indexes of the valve inverters], Energiya, Moscow, Russia. (in Russian)
10. Zagirnyak, M., Kalinov, A., and Maliakova M. (2011), “An algorithm for electric circuits calculation based on instantaneous power component balance” *Przeglad elektrotechniczny (Electrical Review)*, R. 87 NR 12b/2011, pp. 212–215.
11. Nussbaumer, H. (1985), *Bystroe preobrazovanie Furye i algoritmy vychisleniia svrtok* [Fast Fourier transform and convolution algorithm], Translated by Kasimova, Yu.F. and Pchelintseva, I.P., Radio i Svyaz, Moscow, Russia. (in Russian)
12. Sidorenko, V.M., Mamchur, D.G., Rodkin, D.Y., and Chorny, O.P. (2004), “Automation of instantaneous power constituent solving”, *Visnyk KDPU*, Vol. 6, no. 29, pp. 18–24. (in Ukrainian)
13. Sidorenko, V.M., Chorny, O.P., Rodkin, D.Y. and Osadchuk, Yu.G. (2011), *Korektsiia elektrichnykh signaliv sylovykh kil elektropryvodiv u kompiuteryzovanykh systemakh monitoryngu* [Correction electrical signals into electric power circuits computerized monitoring systems], PP Shcherbatykh O.V., Kremenchug, Ukraine. (in Ukrainian)
14. Rodkin, D.I. and Romashikhin, Yu.V. (2007), “Instantaneous power of electric circuit nonlinear elements”, *XIV International Scientific Technical Conference “Problems of Automated Electric Drive. Theory and Practice”*, *Zbirnyk naukovykh prats Dniprodzержynskoho derzhavnoho tekhnichnoho universytetu*, pp. 501–506. (in Russian)

Стаття надійшла 15.02.2013.