

УДК 621.313.323

МОДЕЛЮВАННЯ ЕНЕРГЕТИЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ВІБРАТОРА З ЛІНІЙНИМ ЕЛЕКТРИЧНИМ ПРИВОДОМ

Р. П. Бондар, Г. М. Голенков, О. Ю. Литвин

Київський національний університет будівництва і архітектури
просп. Повітрофлотський, 31, м. Київ, 03680, Україна. E-mail: rpbondar@gmail.com

О. Д. Подольцев

Інститут електродинаміки НАН України
просп. Перемоги, 56, м. Київ, 03680, Україна.

Розглянуто вібратор із приводом від лінійного двигуна зворотньо-поступального руху. Шляхом лінеаризації рівнянь динаміки отримано розрахункові залежності для основних енергетичних характеристик вібратора залежно від режиму його роботи. У лінійній постановці розглядається одномасова коливальна система, в якій параметри навантаження враховуються як еквівалентні коефіцієнти жорсткості та в'язкого тертя. У нелінійній постановці виконано комп'ютерне моделювання в пакеті Matlab/Simulink енергетичних характеристик з урахуванням нелінійних властивостей механічної та електричної частин комплексної моделі вібратора. Запропоновано Simulink-модель, що враховує залежність параметрів двигуна від навантаження, насичення магнітного кола, зубцеві гармоніки електромагнітної сили та її залежність від кута навантаження, а також несинусоїдність напруження джерела живлення. Виконано порівняння розрахункових характеристик, отриманих за допомогою лінійної моделі та уточненої нелінійної Simulink-моделі. Показано, що на точність визначення характеристик за допомогою лінійної моделі найбільший вплив має амплітуда коливань якоря двигуна. Зазначено обмеження до застосування лінійної моделі для розрахунків енергетичних характеристик.

Ключові слова: лінійний двигун, вібратор, енергетичні характеристики.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ВИБРАТОРА С ЛИНЕЙНЫМ ЭЛЕКТРИЧЕСКИМ ПРИВОДОМ

Р. П. Бондарь, Г. М. Голенков, А. Ю. Литвин

Киевский национальный университет строительства и архитектуры
просп. Воздухофлотский, 31, г. Киев, 03680, Украина. E-mail: rpbondar@gmail.com

А. Д. Подольцев

Институт электродинамики НАН Украины
просп. Победы, 56, г. Киев, 03680, Украина.

Рассмотрен вибратор с приводом от линейного двигателя возвратно-поступательного движения. Путем линеаризации уравнений динамики получены расчетные зависимости для основных энергетических характеристик вибратора в зависимости от режима его работы. В линейной постановке рассматривается одностепенная колебательная система, в которой параметры нагрузки учитываются как эквивалентные коэффициенты жесткости и вязкого трения. В нелинейной постановке произведено компьютерное моделирование в пакете Matlab/Simulink энергетических характеристик с учетом нелинейных свойств механической и электрической частей комплексной модели вибратора. Предложена Simulink-модель, учитывающая зависимость параметров двигателя от нагрузки, насыщение магнитной цепи, зубцовые гармоніки электромагнитной силы и ее зависимость от угла нагрузки, а также несинусоидальность напряжения источника питания. Выполнено сравнение расчетных характеристик, полученных с использованием линейной модели и уточненной нелинейной Simulink-модели. Показано, что на точность определения характеристик с помощью линейной модели наибольшее влияние имеет амплитуда колебаний якоря двигателя. Указаны ограничения к применению линейной модели для расчетов энергетических характеристик.

Ключевые слова: линейный двигатель, вибратор, энергетические характеристики.

АКТУАЛЬНІСТЬ РОБОТИ. Вібраційні технології є основою багатьох сучасних технологічних процесів, пов'язаних із переміщенням та обробкою матеріалів, ущільненням, сортуванням, гранулюванням тощо. Зазвичай для реалізації зворотньо-поступального руху застосовуються обертові двигуни з відповідними механічними передачами. Невисока ефективність обертових приводів зумовлена значними механічними втратами в передавальних пристроях, а недостатня надійність – динамічними переваженнями в передачах та недовговічністю застосовуваних у них типових серій асинхронних двигунів [1].

Використання вібраційних пристроїв із приводом від лінійних двигунів (ЛД) має свої особливості, що визначаються конструктивним виконанням та

характером робочого процесу. До переваг таких приводів можна віднести відсутність механічних передач, що підвищує надійність та зменшує механічні втрати. Відсутність лобових частин обмотки у коаксальному ЛД покращує вібростійкість. Разом із тим, застосування їх як вібраторів має також свої недоліки. Зокрема коефіцієнт корисної дії ЛД є нижчим від аналогічного показника обертового. Крім того, це резонансні пристрої, які досить чутливі до зміни параметрів навантаження.

Одним із можливих шляхів підвищення ефективності ЛД є застосування для збудження магнітного потоку постійних магнітів (ПМ) на основі рідкоземельних матеріалів типу *NdFeB* або *SmCo*. Однак проблемним залишається питання створення ЛД з

ПМ значної потужності, що пов'язано з високою вартістю останніх, конструктивними труднощами, а також наявністю значних гармонічних складових електромагнітної сили в таких машинах [2]. Сили тяжіння, що викликані взаємодією феромагнітних частин магнітопроводу, практично не залежать від напруги живлення й ускладнюють розрахунок характеристик машини.

Енергетичні характеристики є визначальними при проектуванні машин великої потужності. Так, наприклад, у випадках, коли робоча частота вібратора відрізняється від частоти мережі, живлення ЛД здійснюється від перетворювача частоти, що підвищує вимоги до енергетичних характеристик двигуна. Як відомо, частота механічного резонансу (біля якої зазвичай працюють такі приводи) та електричного не співпадають [3], причому в деяких режимах роботи коефіцієнт потужності (при невеликому проектуванні) може бути досить низьким, що вимагає завищення потужності перетворювача частоти, призводить до збільшення втрат та удорожчання приводу в цілому.

На сьогодні розроблено низку чисельних моделей, що дозволяють провести розрахунок різних (у тому числі й енергетичних) характеристик коаксіального ЛД з ПМ [3–5]. Разом із тим, побудова відповідної комп'ютерної моделі передбачає низку операцій з розробки геометрії, розрахунку магнітного поля, отримання параметрів обмоток, і вже потім, на основі комп'ютерного моделювання, можливо отримати потрібні характеристики. Унаслідок певної трудомісткості цього процесу видається більш доцільним володіти хоча б орієнтовно інформацією про ті чи інші характеристики вже на попередньому етапі проектування, а потім, шляхом вирішення чисельних моделей, провести їх уточнення та деталізацію.

Метою роботи є визначення розрахункових залежностей для основних енергетичних характеристик ЛД з ПМ зворотно-поступального руху. Для цього проведено лінеаризацію рівнянь динаміки лінійної машини та виконано порівняльні розрахунки характеристик за допомогою уточненої чисельної моделі, що враховує нелінійність параметрів ЛД та вплив джерела живлення.

МАТЕРІАЛ І РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДЖЕНЬ. *Лінійна постановка задачі.* У лінійній постановці система досліджується за наступних умов. Напряга джерела живлення та струм ЛД є синусоїдними. Параметри машини є сталими й не залежать від режиму роботи. Еквівалентна механічна схема вібратора (рис. 1,а) містить нерухомий статор 1 з обмоткою 2. Якір 3 коливається під дією електромагнітної сили $F_e(t)$ відносно статора на пружинах 4 з жорсткістю k . Вважатимемо, що коефіцієнти в'язкого тертя b та жорсткості k є еквівалентними, тобто враховують відповідні коефіцієнти вібратора разом із навантаженням. За таких умов механічну систему можна розглядати як одномасову. Система координат пов'язана із статором з початком у положенні механічної рівноваги якоря за відсутності струму ЛД.

Електричну схему заміщення (рис. 1,б) надано

попередньо з'єднаними резистором R_s , індуктивністю L та джерелом e , що моделюють, відповідно, активний опір обмотки статора, індуктивність обмотки статора та індуковану якорем ЕРС.

Наведеним схемам заміщення відповідає наступна система диференціальних рівнянь, записаних у формі Коші [3]:

$$\left. \begin{aligned} u &= iR_s + L \frac{di}{dt} + K_E v_a; \\ m_a \frac{d^2 x_a}{dt^2} &= F_e(t) - kx_a - b \frac{dx_a}{dt}; \\ \frac{dx_a}{dt} &= v_a, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

де $u = U_m \sin(2\pi ft)$ – напруга живлення; i – струм статора; K_E – коефіцієнт ЕРС; v_a – швидкість якоря; m_a – маса якоря; x_a – переміщення якоря відносно статора; $F_e(t) = K_F i$ – електромагнітна сила; K_F – коефіцієнт сили; k – еквівалентний коефіцієнт жорсткості вібратора та навантаження; $b = b_v + b_{load}$ – сумарний коефіцієнт в'язкого тертя вібратора та навантаження; b_v – коефіцієнт в'язкого тертя вібратора; b_{load} – коефіцієнт в'язкого тертя навантаження.

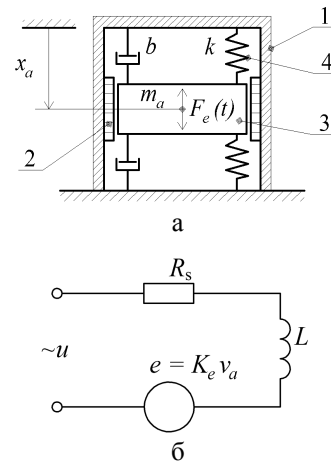


Рисунок 1 – Еквівалентна механічна (а) та електрична (б) схеми вібратора

За прийнятих припущень, наведеним рівнянням може відповідати будь-яке конструктивне виконання ЛД – коаксіальний, плоский односторонній чи двосторонній (у випадку явнополюсного якоря під індуктивністю L розуміють середнє значення індуктивності обмотки статора). Проте далі, в нелінійній постановці та при порівнянні результатів розрахунку характеристик буде розумітись коаксіальна (циліндрична) геометрія машини.

У комплексній формі система (1) запишеться:

$$\left. \begin{aligned} \underline{U} &= \underline{I}(R_s + j\omega L) + K_E \underline{V}_a; \\ -m_a \omega^2 \underline{X}_a &= K_F \underline{I} - k \underline{X}_a - j\omega b \underline{X}_a; \\ j\omega \underline{X}_a &= \underline{V}_a, \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

де ω – кутова частота напруги живлення.

З другого рівняння системи (2):

$$j\omega X_a = \underline{V}_a = \frac{j\omega K_F I}{-m_a \omega^2 + k + j\omega b} \quad (3)$$

Підставивши (3) в перше рівняння системи (2), отримуємо

$$\underline{U} = I \left(R_s + j\omega L + \frac{j\omega K_E K_F}{-m_a \omega^2 + k + j\omega b} \right),$$

звідки видно, що повний опір системи має електричну $Z_e = R_s + j\omega L$ та механічну

$$Z_{mec} = \frac{j\omega K_E K_F}{-m_a \omega^2 + k + j\omega b}$$

складові. За аналогією з електричними колами, активний та реактивний механічні опори визначаються, відповідно, як дійсна та уявна частини комплексного механічного опору:

$$Z_{mec} = \frac{K_E K_F b \omega^2}{(k - m_a \omega^2)^2 + b^2 \omega^2} + j \frac{\omega K_E K_F (k - m_a \omega^2)}{(k - m_a \omega^2)^2 + b^2 \omega^2} \quad (4)$$

Прирівнявши уявні частини електричного та механічного опорів, отримуємо умову резонансу на пруг

$$\omega L = - \frac{\omega K_E K_F (k - m_a \omega^2)}{(k - m_a \omega^2)^2 + b^2 \omega^2} \quad (5)$$

Залежно від параметрів ЛД, рівнянню (5) можуть відповідати два кореня, що мають фізичний зміст, які є шуканими значеннями резонансної частоти:

$$\omega_{1,2} = \sqrt{\frac{-A \pm \sqrt{A^2 + 4Lm_a^2(-K_E K_F k - Lk^2)}}{2Lm_a^2}}, \quad (6)$$

де $A = -K_E K_F m_a + Lb^2 - 2Lkm_a$.

Графічну інтерпретацію виразів (4, 5) показано на рис. 2, де параметри електричного X_e та механічного X_{mec} опорів ЛД відповідають випадку, коли рівняння (5) має два корені. По осі абсцис відкладено відносну частоту ω/ω_0 , де $\omega_0 = \sqrt{k/m_a}$.

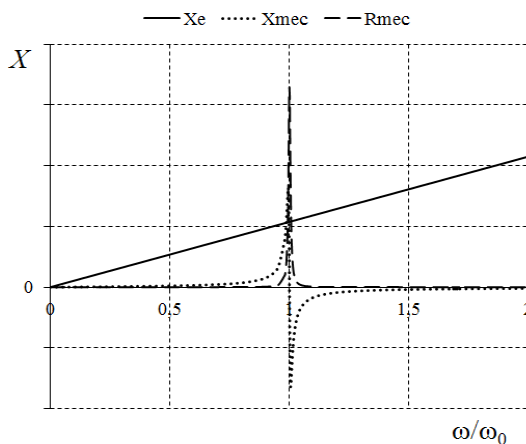


Рисунок 2 – Залежність опорів лінійного двигуна від частоти

Крива реактивного механічного опору X_{mec} має дві ділянки: одну, що відповідає індуктивному хара-

ктеру опору ($X_{mec} > 0$), та другу ($X_{mec} < 0$) – ємнісному. На підставі (4) частота, за якої відбувається перехід між індуктивним та ємнісним опором, ($X_{mec} = 0$) визначиться з виразу

$$\frac{K_E K_F (k - m_a \omega^2) \omega}{(k - m_a \omega^2)^2 + b^2 \omega^2} = 0,$$

$$\text{звідки } \omega = \sqrt{k/m_a} = \omega_0.$$

Отриманий вираз є відомим у теорії коливань, і визначає власну частоту коливань системи без демпфування [6]. Відомо також, що фазовий кут коливань на цій частоті стає рівним $\pi/2$, тобто фази електромагнітної сили та швидкості якоря співпадають. При подальшому зростанні частоти швидкість починає випереджати електромагнітну силу за фазою, чим і зумовлена зміна знаку реактивного механічного опору.

Частота механічного резонансу, як видно з рис. 2, відрізняється від частоти електричного резонансу ЛД унаслідок наявності електричного опору X_e , що має індуктивний характер (аналогічний висновок отримано також у роботі [7]). Тому для його компенсації має бути досягнений режим роботи, за яким ЛД є динамічною ємністю, тобто механічний опір $X_{mec} < 0$.

Після визначення опорів коефіцієнт електричної потужності дорівнює

$$PF_e = \frac{R_s + R_{mec}}{\sqrt{(R_s + R_{mec})^2 + (X_e + X_{mec})^2}}.$$

Механічна потужність ЛД за період T може бути визначена на підставі виразу

$$P_{mec} = \frac{1}{T} \int_{t_1}^{t_1+T} F_e(t) v_a(t) dt,$$

тоді, використовуючи аналогію із синусоїдними електричними колами, можна записати

$$P_{mec} = F_e V_a \cos \theta^*,$$

де F_e , V_a – середньоквадратичні (ефективні) значення відповідно електромагнітної сили та швидкості якоря; $\theta^* = \theta - 90$ – кут фазового зсуву між електромагнітною силою та швидкістю; θ – фазовий кут коливань (рис. 3). Враховуючи, що $V_a = E/K_E = IZ_{mec}/K_E$, $F_e = K_F I$, і вводячи поняття трикутника механічного опору, як це прийнято в електротехніці (звідки $R_{mec} = Z_{mec} \cos \theta^*$), можемо записати

$$P_{mec} = F_e \frac{IZ_{mec}}{K_E} \cos \theta^* = \frac{K_F}{K_E} I^2 R_{mec}, \quad (7)$$

де $R_{mec} = \frac{K_E K_F b \omega^2}{(k - m_a \omega^2)^2 + b^2 \omega^2}$ – активна складова механічного опору з виразу (4).

Аналогічно для повної механічної потужності

$$S_{mec} = F_e V_a = F_e \frac{IZ_{mec}}{K_E} = \frac{K_F}{K_E} I^2 Z_{mec},$$

тоді коефіцієнт механічної потужності становитиме

$$PF_{mec} = \frac{P_{mec}}{S_{mec}} = \frac{R_{mec}}{Z_{mec}} = \frac{R_{mec}}{\sqrt{R_{mec}^2 + X_{mec}^2}}.$$

Очевидно, що коли $\theta^* = 0$ (електромагнітна сила співпадає за фазою із швидкістю), $X_{mec} = 0$, а коефіцієнт механічної потужності дорівнює одиниці.

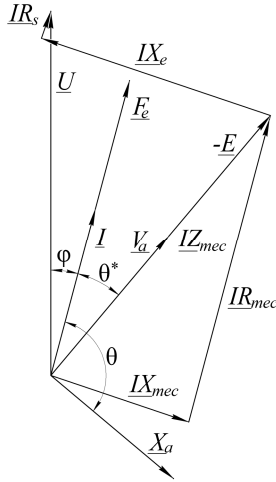


Рисунок 3 – Векторна діаграма лінійного двигуна

Важливою характеристикою вібратора, що безпосередньо впливає на передачу енергії до навантаження, є амплітудо-частотна характеристика. Амплітуда переміщення якоря може визначатись як

$$X_{am} = \frac{V_{am}}{\omega} = \frac{E_m}{K_E \omega} = \frac{I_m Z_{mec}}{K_E \omega},$$

де V_{am} , E_m , I_m – амплітудні значення відповідно до швидкості якоря, ЕРС якоря та струму статора.

З виразу (4) механічний опір

$$Z_{mec} = \sqrt{\left(\frac{K_E K_F b \omega^2}{(k - m_a \omega^2)^2 + b^2 \omega^2}\right)^2 + \left(\frac{\omega K_E K_F (k - m_a \omega^2)}{(k - m_a \omega^2)^2 + b^2 \omega^2}\right)^2} = \frac{K_E K_F \omega}{\sqrt{(k - m_a \omega^2)^2 + b^2 \omega^2}}. \quad (8)$$

Тоді амплітуду переміщення можна записати у вигляді

$$X_{am} = \frac{I_m K_E K_F \omega}{K_E \omega \sqrt{(k - m_a \omega^2)^2 + b^2 \omega^2}} = \frac{F_{em}}{\sqrt{(k - m_a \omega^2)^2 + b^2 \omega^2}}, \quad (9)$$

де $F_{em} = I_m K_F$ – амплітудне значення електромагнітної сили.

Визначивши похідну виразу (9) за частотою ω та прирівнявши її до нуля, визначимо частоту, за якої амплітуда коливань є максимальною (частоту механічного резонансу):

$$\begin{aligned} & \frac{\partial X_{am}}{\partial \omega} = \\ & = \frac{-F_{em}(-4m_a \omega(k - m_a \omega^2) + 2b^2 \omega)}{2\sqrt{(k - m_a \omega^2)^2 + b^2 \omega^2} \left((k - m_a \omega^2)^2 + b^2 \omega^2 \right)} = 0; \\ & 4m_a^2 \omega^2 = 4m_a k - 2b^2; \\ & \omega = \sqrt{\frac{4m_a k - 2b^2}{4m_a^2}} = \sqrt{\frac{k}{m_a} - \frac{b^2}{2m_a^2}} = \omega_{mec.d} \quad (10) \end{aligned}$$

Вираз (10) є формулою для визначення резонансної частоти механічної системи з в'язким демпфуванням $\omega_{mec.d}$ за умови, що електромагнітна сила (струм) є сталою, тобто не залежить від частоти.

Амплітуда коливань при $U = \text{const}$ може бути визначена з урахуванням, що

$$I_m = \frac{U_m}{\sqrt{(R_s + R_{mec})^2 + (X_e + X_{mec})^2}}.$$

Тоді

$$\begin{aligned} X_{am} &= \frac{I_m Z_{mec}}{K_E \omega} = \\ &= \frac{U_m Z_{mec}}{K_E \omega \sqrt{(R_s + R_{mec})^2 + (X_e + X_{mec})^2}}. \end{aligned}$$

Для визначення частоти механічного резонансу при $U = \text{const}$ з першого рівняння системи (2) визначимо струм $\underline{I} = \frac{U - j\omega X_a K_E}{R_s + j\omega L}$ і підставимо його в друге рівняння системи:

$$-m_a \omega^2 \underline{X}_a + j\omega b \underline{X}_a + k \underline{X}_a = \frac{K_F U - j\omega X_a K_E K_F}{R_s + j\omega L},$$

звідки переміщення визначиться

$$\underline{X}_a = \frac{K_F U}{(-m_a \omega^2 + j\omega b + k)(R_s + j\omega L) + j\omega K_E K_F}.$$

Вважатимемо, що початкова фаза напруги дорівнює нулю, тоді комплексне переміщення запишеться

$$\underline{X}_a = \frac{K_F U}{B + jC},$$

де $B = kR_s - m_a R_s \omega^2 - bL\omega^2$,

$C = K_E K_F \omega - Lm_a \omega^3 + bR_s \omega + Lk\omega$,

звідки амплітуда переміщення визначиться як

$$X_{am} = \frac{K_F U_m}{\sqrt{B^2 + C^2}}. \quad (11)$$

Тоді частота механічного резонансу визначиться з рівняння

$$\frac{\partial X_{am}}{\partial \omega} = 0.$$

Опустивши проміжні перетворення, отримаємо

$$\omega_{1,2} = \sqrt{\frac{-D \pm \sqrt{D^2 - 6L^2 m_a^2 G}}{3L^2 m_a^2}}, \quad (12)$$

$$D = m_a^2 R_s^2 - 2K_E K_F L m_a + b^2 L^2 - 2kL^2 m_a,$$

$$G = R_s^2 (b^2 - 2k m_a) + 2K_E K_F (K_E K_F + b R_s + 2kL) + k^2 L^2.$$

Як випливає з (9), крива залежності амплітуди коливань від частоти, для випадку $I = \text{const}$, має один максимум на частоті механічного резонансу, що визначається виразом (10). Крива амплітуди для $U = \text{const}$ має точку мінімуму на частоті ω_1 та максимуму на частоті механічного резонансу ω_2 , причому $\omega_1 < \omega_2$.

У прийнятій розрахунковій моделі ЛД споживана потужність P_1 витрачається на утворення механічної потужності P_{mec} та компенсацію електричних ΔP_e втрат. Для визначення споживаної потужності врахуємо, що електричні втрати дорівнюють $\Delta P_e = I^2 R_s$, тоді

$$P_1 = P_{mec} + \Delta P_e = \frac{K_F}{K_E} I^2 R_{mec} + I^2 R_s.$$

Корисна потужність P_2 менша за механічну на величину механічних втрат ΔP_{mec} , тобто $P_2 = P_{mec} - \Delta P_{mec}$. Потужність механічних втрат (втрат на в'язке тертя у вібраторі) для синусоїдних переміщення та швидкості визначиться

$$\Delta P_{mec} = \frac{b_v}{T} \int_{t_1}^{t_1+T} v_a^2 dt = \frac{b_v \omega^2 X_{am}^2}{2}, \quad (13)$$

де b_v – втрати на в'язке тертя вібратора. Підставивши (9) у (13), вираз для потужності механічних втрат набере вигляду

$$\Delta P_{mec} = \frac{b_v \omega^2}{2} \left(\frac{I_m K_F}{\sqrt{(k - m_a \omega^2)^2 + b^2 \omega^2}} \right)^2 = \frac{I^2 K_F^2 b_v \omega^2}{(k - m_a \omega^2)^2 + b^2 \omega^2},$$

тоді корисна потужність дорівнює

$$P_2 = \frac{K_F}{K_E} I^2 R_{mec} - \frac{I^2 K_F^2 b_v \omega^2}{(k - m_a \omega^2)^2 + b^2 \omega^2}.$$

На підставі отриманих виразів для потужностей ККД вібратора запишеться

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{K_F \omega^2 (b - b_v)}{K_F^2 b \omega^2 + R_s ((k - m_a \omega^2)^2 + b^2 \omega^2)}. \quad (14)$$

Для знаходження значення частоти, що відповідає максимальному ККД, визначимо з (14) похідну за ω та прирівняємо її до нуля:

$$\frac{\partial \eta}{\partial \omega} = 0;$$

$$(k - m_a \omega^2)^2 = -2m_a (k - m_a \omega^2) \omega^2. \quad (15)$$

Рівнянню (15) відповідають два корені: один від'ємний, інший – додатний $\omega = \sqrt{k/m_a} = \omega_0$ і є шуканим значенням частоти. Підставивши отримане значення у вираз (14), отримаємо максимальний

ККД вібратора у вигляді

$$\eta_{\max} = \frac{K_F^2 (b - b_v)}{K_F^2 + R_s b}. \quad (16)$$

Як видно з виразу (16), максимальний ККД вібратора має дві складові. Перша (електрична) визначається співвідношенням коефіцієнту сили K_F та активного опору обмотки R_s , друга (механічна) – співвідношенням сумарного коефіцієнту в'язкого тертя b до коефіцієнту в'язкого тертя вібратора b_v .

Очевидно, що частота максимального ККД ω_0 та обидві частоти електричного резонансу (6) не співпадають. Частотою електричного резонансу, в даному випадку, можна керувати штучно (шляхом введення в коло елемента з ємнісним опором), забезпечуючи рівність частот максимуму ККД та електричного резонансу ω_e . Тоді еквівалентна електрична схема заміщення набуде вигляду, показаному на рис. 4.

Умовою резонансу (струмів) у такому колі є наступний вираз

$$\omega C_c = \frac{X_e + X_{mec}}{Z^2} = \frac{X_e + X_{mec}}{(R_s + R_{mec})^2 + (X_e + X_{mec})^2},$$

де $X_e = \omega L$; $X_{mec} = \frac{K_E K_F (k - m_a \omega^2) \omega}{(k - m_a \omega^2)^2 + b^2 \omega^2}$ – реактивна складова механічного опору з виразу (4).

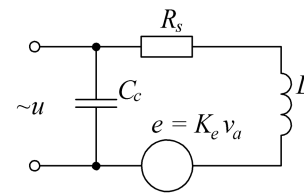


Рисунок 4 – Еквівалентна схема заміщення лінійного двигуна

Враховуючи, що на частоті максимального ККД $X_{mec} = 0$, значення ємності для такого випадку дорівнює

$$C_c = \frac{L}{(R_s + R_{mec})^2 + X_e^2}. \quad (17)$$

Як видно з рис. 2, зміна частоти суттєво впливає на еквівалентний опір ЛД. Особливо швидко відбувається зміна механічного опору на білярезонансних частотах. Оскільки резонансний режим є основним режимом роботи, то навіть при незначних коливаннях частоти зміна опору суттєво впливатиме на струм ЛД. Це зумовлює необхідність побудови систем керування з контролем струму й призводить до удорожчання приводу. Проте цього можна уникнути, якщо задавати необхідне значення напруги живлення залежно від робочої частоти. Як було показано вище, повний опір ЛД має дві складові – електричну та механічну. Тому рівняння балансу напруг обмотки двигуна можна надати у вигляді

$$\underline{U} = \underline{I}(\underline{Z}_e + \underline{Z}_{mec}).$$

Якщо в правій частині цього рівняння всі вели-

чини (крім частоти) покласти константами (в тому числі й струм I), та враховуючи рівняння (4), отримаємо шуканий закон зміни напруги залежно від частоти

$$U = I \sqrt{(R_s + R_{mec})^2 + (\omega L + X_{mec})^2}, \quad (18)$$

$$\text{де } R_{mec} = \frac{K_E K_F b \omega^2}{(k - m_a \omega^2)^2 + b^2 \omega^2},$$

$$X_{mec} = \frac{\omega K_E K_F (k - m_a \omega^2)}{(k - m_a \omega^2)^2 + b^2 \omega^2} - \text{відповідно активна та}$$

реактивна складові механічного опору (4).

Нелінійна постановка задачі. У нелінійній постановці розглядається коаксіально-лінійний ЛД із зубчастою структурою статора (рис. 5) та постійними магнітами на якорі. Механічна схема вібратора відповідає показаній на рис. 1, а, до якої введено силу сухого тертя F_c , що діє на якор 4. Нелінійність електричної частини ЛД зумовлена несинусоїдним характером струму, а, отже, й електромагнітної сили та залежності останньої від кута навантаження, насиченням магнітопроводу, зубцевими гармоніками електромагнітної сили, а у випадку живлення від перетворювача частоти – несинусоїдною напругою.

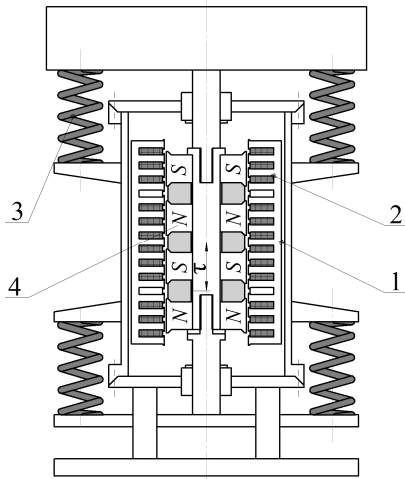


Рисунок 5 – Коаксіально-лінійний ЛД:
1 – статор; 2 – обмотка статора; 3 – пружини;
4 – якор із постійними магнітами

Система рівнянь, що описує перехідні електро-механічні процеси ЛД в нелінійній постановці, має вигляд

$$\left. \begin{aligned} u &= iR_s + \frac{d\Psi(x_a, i)}{dt}; \\ m_a \frac{d^2 x_a}{dt^2} &= F_e(x_a, i) - kx_a - b \frac{dx_a}{dt} - F_c \operatorname{sign} \frac{dx_a}{dt}, \end{aligned} \right\} (19)$$

де $\Psi(x_a, i)$ – потокозчеплення обмотки статора ЛД залежно від положення якоря та струму статора; $F_e(x_a, i)$ – електромагнітна сила залежно від положення якоря та струму статора; F_c – сила сухого тертя.

Параметри ЛД, що входять до складу системи рівнянь (19), можуть бути визначені на підставі вири-

шення польової задачі, постановка якої наведена в роботі [3]. Далі проведено чисельне дослідження енергетичних характеристик ЛД з наступними параметрами: маса якоря $m_a = 320$ кг; коефіцієнт в'язкого демпфування $b = 350$ кг/с; активний опір обмотки статора $R_s = 0,661$ Ом; коефіцієнт жорсткості пружин $k = 4020000$ Н·м; полюсна поділлка $\tau = 0,0625$ м.

Для зменшення зубцевих гармонік електромагнітної сили кількість пазів статора на пару полюсів є непарною (дорівнює семи). Залежність електромагнітної сили від положення якоря та струму статора ЛД ілюструє рис. 6.

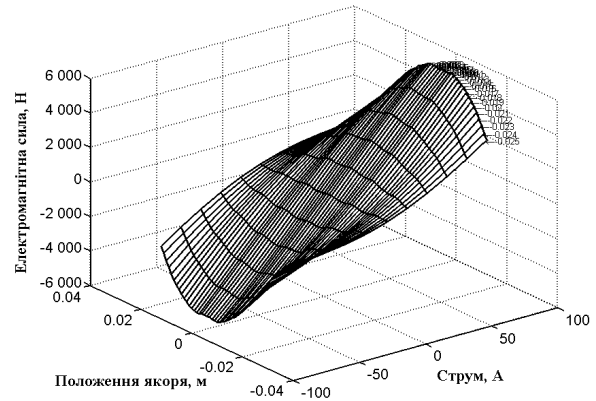


Рисунок 6 – Залежність електромагнітної сили від положення якоря та струму статора

Для отримання динамічних та енергетичних характеристик вібратора використовується Simulink-модель, яка показана на рис. 7. ЛД (блок Vibrator) живиться від перетворювача частоти (блок Frequency converter). Структурно перетворювач складається з випрямляча, ланки постійного струму та інвертора. Схема керування є замкненою з контролем струму статора й формує так званий «струмовий коридор», ширина якого задається блоком гістерезису.

Блок Vibrator побудовано на основі системи рівнянь (19). Значення електромагнітної сили, потокозчеплення та індуктивності задані у вигляді відповідних залежностей $F_e(x_a, i)$, $\Psi(x_a, i)$, $L(x_a, i)$ аналогічно рис. 6.

На рис. 8 показано осцилограми миттєвих значень переміщення, швидкості та електромагнітної сили для частоти джерела живлення $f = 17$ Гц ($\omega/\omega_0 = 0,95$) при струмі $I = 20$ А.

Вимірювання електричних та механічних характеристик вібратора здійснюється блоками E_measurement та M_measurement, відповідно.

Електричні потужності визначаються на підставі загальновідомих виразів: активна – як середня за період потужність

$$P = \frac{1}{T} \int_{t-T}^t u(t)i(t)dt;$$

реактивна потужність

$$Q = \frac{1}{T} \int_{t-T}^t u(t)i\left(t - \frac{T}{4}\right)dt.$$

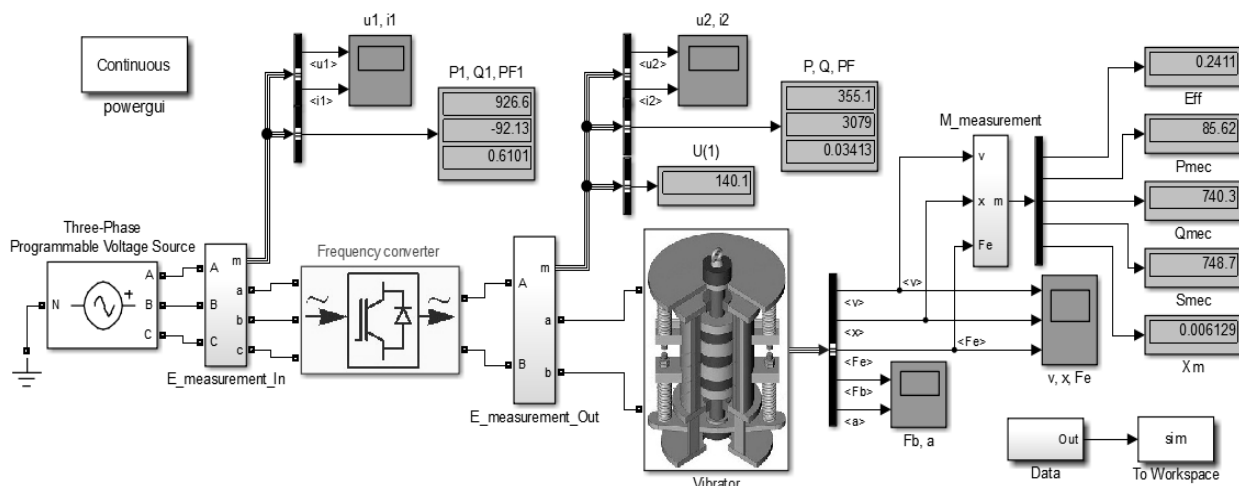


Рисунок 7 – Simulink-модель для отримання характеристик вібратора

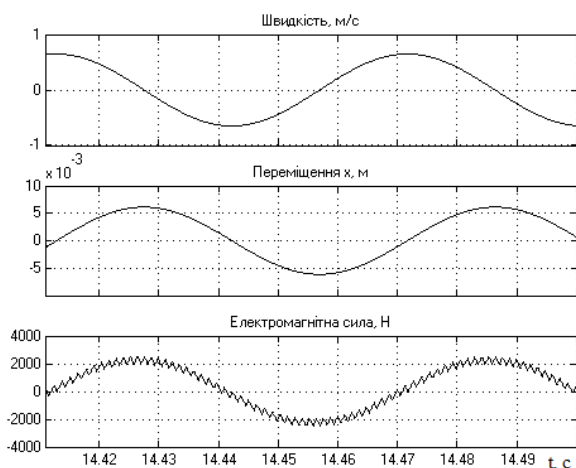


Рисунок 8 – Часові діаграми

Повна потужність визначається як добуток діючих значень струму та напруги

$$S = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{t-T}^t u(t)^2 dt} \cdot \sqrt{\frac{1}{T} \int_{t-T}^t i(t)^2 dt} = UI.$$

Для визначення активної, реактивної та повної механічних потужностей використовуються наступні рівняння [8]:

$$P_{mec} = \frac{1}{T} \int_{t-T}^t F_e(t) v_a(t) dt;$$

$$Q_{mec} = \frac{1}{T} \int_{t-T}^t F_e(t) v_a \left(t - \frac{T}{4} \right) dt.$$

Повна механічна потужність, за аналогією з електричними колами, визначається як добуток середньоквадратичних значень електромагнітної сили та швидкості

$$S_{mec} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{t-T}^t F_e(t)^2 dt} \cdot \sqrt{\frac{1}{T} \int_{t-T}^t v_a(t)^2 dt} = F_a V_a,$$

причому в нелінійних системах $S_{mec}^2 \geq P_{mec}^2 + Q_{mec}^2$ і має місце потужність спотворення $T_{mec} = \sqrt{S_{mec}^2 - P_{mec}^2 - Q_{mec}^2}$. Коефіцієнт механічної потужності розраховується згідно з виразом $PF_{mec} = \frac{P_{mec}}{S_{mec}}$.

Для побудови характеристик вібратора використовуються відносні значення відповідних величин. Наприклад, відносна амплітуда коливань якоря дорівнює $X_{*am} = \frac{X_{am}}{X_b}$, де X_{am} – амплітуда коливань, що відповідає певному значенню частоти або струму, X_b – базисна амплітуда.

Як базисні прийняті наступні значення: базисна частота $\omega_b = \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m_a}}$; амплітуда $X_b = \frac{\tau}{2}$; струм $I_b = I_{nom}$; електромагнітна сила $F_b = K_F I_b$; базисна швидкість $V_b = \omega_b X_b$; потужність $P_b = F_b V_b$; базисна напруга $U_b = \frac{P_b}{I_b}$.

Характеристики, показані на рис. 9, відповідають випадку, коли струм ЛД є сталим $I = \text{const} = 0,67 I_b$, а $\omega = \text{var}$. Криві, що належать до лінійної постановки, отримано за допомогою відповідних аналітичних виразів.

Як впливає з рис. 9, на точність визначення характеристик у лінійній постановці найбільше впливає амплітуда коливань, адже характеристики й параметри ЛД (індуктивність, електромагнітна сила) не є сталими й суттєво змінюються із зростанням амплітуди.

Розрахунок відповідної похибки здійснюється за виразом $\lambda = \frac{|3_l - 3_{nl}|}{3_b} \cdot 100\%$, де 3_l – значення, отримане при розрахунку лінійної моделі; 3_{nl} – значення, отримане за допомогою нелінійної моделі; 3_b – базисне значення відповідної величини.

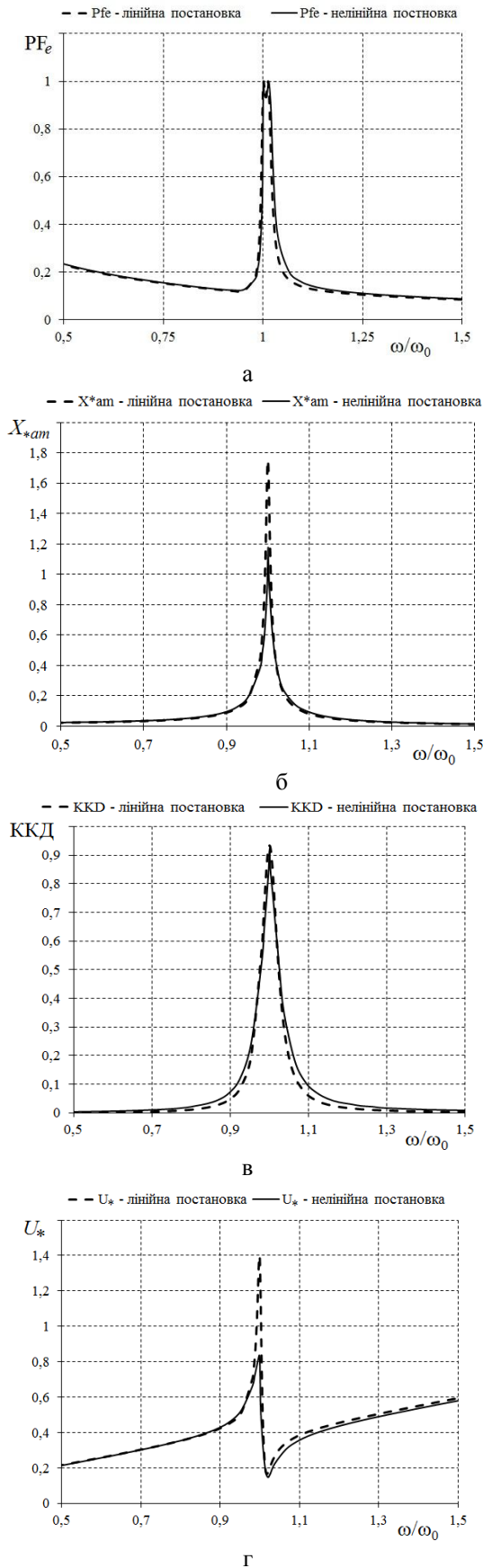


Рисунок 9 – Характеристики вібратора: коефіцієнт потужності (а); відносна амплітуда коливань якоря (б); ККД (в); відносна напруга живлення (г)

Як видно з рис. 10, результати розрахунків за двома моделями (лінійною та нелінійною) практично співпадають у межах зміни відносної амплітуди $0 \dots 0,8X_{*am}$. З подальшим зростанням амплітуди коливань точність розрахунків за лінійною моделлю для споживаної потужності P , напруги U , амплітуди коливань X_{*am} , механічної потужності P_{mec} погіршується, що, очевидно, є наслідком прийнятих у лінійній моделі спрощень.

На рис. 10 показано результати порівняльного розрахунку енергетичних характеристик у лінійній та нелінійній постановках.

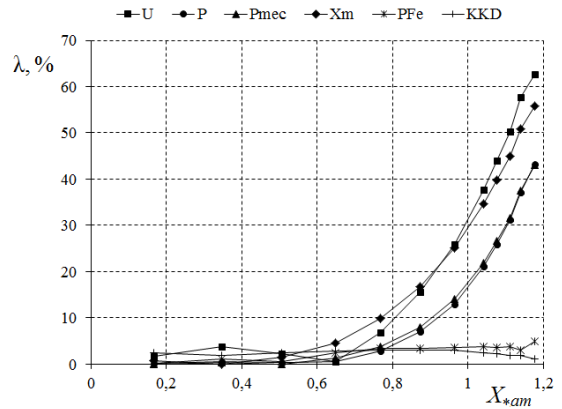


Рисунок 10 – Відносна різниця залежно від амплітуди коливань при $\omega/\omega_0 = 1, I = var$

ВИСНОВКИ. У роботі отримано аналітичні вирази для енергетичних характеристик вібратора, що ґрунтуються на лінійній моделі ЛД. Проведено порівняльні розрахунки характеристик за допомогою уточненої чисельної моделі, що враховує нелінійність параметрів ЛД та вплив джерела живлення. За результатами порівняльного розрахунку визначено, що для розрахунку енергетичних характеристик вібратора з приводом від ЛД з ПМ можуть застосовуватись аналітичні вирази, отримані в лінійній постановці в межах зміни відносної амплітуди $0 \dots 0,8X_{*am}$.

ЛІТЕРАТУРА

1. Черняев В.И. Вибромолоты и вибропогружатели с виброударостойкими электродвигателями // Исследование вибрационного и виброударного погружения свай. Сб. статей / Под ред. А. С. Головачева. – М.: Транспорт, 1968. – С. 5–15.
2. Bianchi N., Bolognani S. Design techniques for reducing the cogging torque in surface mounted PM motors // IEEE Trans. Ind. Applicat. – 2002. – Iss. 36. – PP. 1259–1265.
3. Голенков Г.М., Бондар Р.П., Макогон С.А. и др. Моделирование работы электричного вибратора з коаксіально-лінійним індукційним двигуном при різних законах регулювання // Технічна електродинаміка. Інститут електродинаміки НАН України. – Київ, 2007. – № 2. – С. 54–59.
4. Бондар Р.П. Електромеханічні характеристики коаксіально-лінійного синхронного вібратора установки для безтраншейної проходки горизонтальних свердловин // Технічна електродинаміка. Інститут

електродинаміки НАН України. – Київ, 2008. – № 2. – С. 31–35.

5. Бондар Р.П., Голенков Г.М., Подольцев О.Д. Моделювання робочих характеристик віброзанурювача з лінійним електроприводом в пакеті Matlab/Simulink // Електротехніка і електромеханіка. Національний технічний університет «ХПІ». – Харків, 2010. – № 6. – С. 13–17.

6. Тимошенко С.П., Янг Д.Х., Уивер У. Колеба-

ния в инженерном деле. – М.: Машиностроение, 1985. – 472 с.

7. Yu Ming-hu, Ye Yun-yue, Lu Qin-fen, Xia Yong-ming. A Study on Power Factor of Linear Oscillatory Motor with Two Separated Stators // Electrical Machines and Systems. – ICEMS, 2009. – PP. 1–5.

8. Крылов Н.М., Боголюбов Н.Н. Введение в нелинейную механику. – Москва-Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2004. – 352 с.

MODELLING OF POWER CHARACTERISTICS OF THE VIBRATOR WITH A LINEAR ELECTRIC DRIVE

R. Bondar, G. Golenkov, A. Lytvyn

Kyiv National University of Construction and Architecture
prosp. Povitroflotsky, 31, Kyiv, 03680, Ukraine. E-mail: rpbondar@gmail.com

A. Podoltsev

Institute of Electrodynamics National Academy of Science of Ukraine
prosp. Peremohy, 56, Kyiv, 03680, Ukraine.

A vibrator of oscillation motion with electric drive based on linear motor is studied. By linearization of a dynamic equation, settlement dependences for the basic power characteristics of the vibrator depending on a regime of its work are gained. Comparative calculation of the vibrator with use of linear model and the specified nonlinear model with help of Matlab/Simulink program is carried out. In a linear model of the vibrator a one-mass oscillatory system with equivalent values of stiffness and viscous friction is studied and power characteristics is calculated. A nonlinear Simulink-model of the vibrator that takes into account the dependence of the parameters of the engine load, a saturation of the magnetic circuit, a tooth harmonic of electromagnetic force and its dependence on the angle of the load, as a non-sinusoidal voltage supply is proposed. For calculation of flux linkage and electromagnetic force as function of current in the winding and position of armature a numerical method of finite elements and computer program Comsol Multiphysics is used. For calculation of electrical and mechanical power factors the ratio of active power and apparent power is used. It is shown that on accuracy of definition of power characteristics of the vibrator by means of linear model a amplitude of oscillation of the armature of the motor has a greatest influence. A limitations of using of a linear model of the vibrator to calculate of it energy characteristics is specified.

Key words: linear motor, vibrator, power characteristics.

REFERENCES

1. Cherniaev, V.I. (1968) “Vibratory hammers and vibratory drivers with vibration-proof electric motors” *Probe of vibrational and vibroimpact dipping of piles*, pp. 5–15. (in Russian)

2. Bianchi, N. and Bolognani, S. (2002), “Design techniques for reducing the cogging torque in surface mounted PM motors”, *IEEE Trans. Ind. Applicat.*, vol. 36, pp. 1259–1265.

3. Golenkov, G.M., Bondar, R.P., Makogon, S.A., Bogaenko, M.V. and Popkov, V.S. (2007) “Modelling of work of the electric vibrator with tubular linear induction motor at various laws of regulation”, *Tekhnichna elektrodynamika*, no. 2, pp. 54–59. (in Ukrainian)

4. Bondar, R.P. (2008) “Electromechanical characteristics of tubular linear synchronous vibrator of trenchless pipelayer”, *Tekhnichna elektrodynamika*, no. 2, pp. 31–35. (in Ukrainian)

5. Bondar, R.P., Golenkov, G.M. and Podoltsev, A.D. (2010) “Modeling of working characteristics of vibratory driver with the linear electric drive in Matlab/simulink software”, *Electrical engineering & electromechanics*, no. 6, pp. 13–17. (in Ukrainian)

6. Timoshenko, S.P., Young, D.H. and Weaver W. (1985), *Kolebaniia v inzhenernom dele* [Vibration problems in engineering], Mashinostroenie, Moscow, Russia. (in Russian)

7. Yu Ming-hu, Ye Yun-yue, Lu Qin-fen, Xia Yong-ming (2009) “A Study on Power Factor of Linear Oscillatory Motor with Two Separated Stators”, *Electrical Machines and Systems*, ICEMS 2009, pp. 1–5.

8. Krylov, N.M. and Bogolubov, N.N. (2004), *Vvedenie v nelineynuyu mekhaniku* [Introduction in the nonlinear mechanics], NRC “Regular and chaotic dynamics”, Moscow, Russia. (in Russian)

Стаття надійшла 13.04.2013.