

УДК 255:29.1

ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ ПОТЕРЬ В СТАЛИ АСИНХРОННОГО ДВИГАТЕЛЯ ПРИ ГЛУБОКОМ ЕЕ НАСЫЩЕНИИ

Д. И. Родькин, В. В. Ченчевой, В. О. Огарь

Кременчугский национальный университет имени Михаила Остроградского
ул. Первомайская, 20, г. Кременчуг, 39600, Украина. E-mail: sliderstime@gmail.com

Показано, что существующие методы определения потерь в стали асинхронной машины пригодны только для начального прямолинейного (ненасыщенного) участка кривой намагничивания, что дает значительную погрешность в режиме насыщения, или содержат большое количество неизвестных элементов, что делает громоздким и сложным использование результатов в практических целях. Предложен метод, являющийся дальнейшим развитием известного подхода к определению потерь в стали. При этом учитывается изменение индуктивности намагничивания, что позволяет использовать его в режиме сильного насыщения. Выражения для определения потерь в стали представлены в функции магнитного потока, электродвижущей силы и тока, делающих их пригодными для практического использования.

Ключевые слова: асинхронная машина, насыщение, потери в стали.

ПРО ВИЗНАЧЕННЯ ВТРАТ У СТАЛІ АСИНХРОННОГО ДВИГУНА ПРИ ГЛИБОКІЙ ЇЇ НАСИЩЕНОСТІ

Д. Й. Родькін, В. В. Ченчевой, В. О. Огарь

Кременчуцький національний університет імені Михайла Остроградського
вул. Першотравнева, 20, м. Кременчук, 39600, Україна. E-mail: sliderstime@gmail.com

Показано, що існуючі методи визначення втрат у сталі асинхронної машини придатні тільки для початкової прямолінійної (ненасиченої) ділянки кривої намагнічування, що дає значну похибку в режимі насичення, або містять велику кількість невідомих елементів, що робить громіздким і складним використання результатів у практичних цілях. Запропоновано метод, який є подальшим розвитком відомого підходу до визначення втрат у сталі. При цьому враховується зміна індуктивності намагнічування, що дозволяє використовувати його в режимі сильного насичення. Вирази для визначення втрат у сталі надано у функції магнітного потоку, електрорушійної сили і струму, що робить їх придатними для практичного використання.

Ключові слова: асинхронна машина, насичення, втрати в сталі.

АКТУАЛЬНОСТЬ РАБОТЫ. Вопрос определения потерь в стали является актуальной задачей. Пренебрежение кривой намагничивания стали – основной ее характеристикой – намного упрощает математические выкладки и непосредственно расчет. В работе [1] показано, что учет кривой намагничивания приводит к значительным ошибкам при определении потерь в стали асинхронного двигателя, поэтому для задачи определения характеристик двигателя в условиях эксплуатации с неудовлетворительными показателями качества напряжения, а также при работе в составе регулируемого электропривода, прогнозирования ресурса его работы является актуальным определение реальных потерь в стали двигателя.

Многие электротехнические устройства (силовые трансформаторы, электрические машины, трансформаторы тока, дроссели и т.д.) содержат шихтованные магнитопроводы, которые набираются из пластин электротехнической стали. При работе этих устройств значительная часть энергии рассеивается в их магнитных системах. Уменьшения потерь можно добиться за счет улучшения характеристик используемой стали, что приводит к удорожанию изделия из-за более высокой цены материала. Другой возможный путь – это совершенствование конструкций магнитопроводов электротехнических устройств в результате оптимизационных расчетов с помощью математических моделей, с высокой точностью описывающих электромагнитные процессы.

При моделировании асинхронного двигателя (АД) для упрощения математических зависимостей часто пренебрегают описанием физических процессов, протекающих в машине. К ним следует отнести и потери в стали. В некоторых режимах учет этого явления приводит к существенным отклонениям расчетных характеристик асинхронной машины от реальных. В литературе [1] потери в стали, как правило, представляют постоянной составляющей или линейно зависящей от таких параметров, как напряжение, потокосцепление и т.д. Тем не менее, в реальной машине на потери в стали оказывает влияние воздушный зазор, поток статора и частота. Следовательно, для того, чтобы получить более точные как статические, так и динамические характеристики асинхронной машины, необходимо учитывать указанные факторы. Это особенно важно при исследовании работы асинхронного генератора на различную нагрузку, что позволяет оценить максимальную перегрузочную способность генераторной установки.

О недостаточной изученности вопроса оценки потерь в стали говорит тот факт, что в последние 10–15 лет появилось большое число публикаций, затрагивающих проблему в той или иной постановке: достаточно часто используются так называемые полевые методы, базирующиеся на изучении взаимодействия магнитомягких материалов в полях разной конфигурации, разных уровнях напряженности [2]; разнообразные исследования направлены на математическое описание процессов намагничивания

ния и перемагничивания материалов [3, 4], экспериментальные методы оценки потерь мощности в сердечниках электрических машин и аппаратов [5].

Достаточно перспективными являются исследования, отнесенные нами условно ко второй группе в связи с тем, что они позволяют наиболее наглядно анализировать физическую сторону процессов. В работе [3] отмечается, что магнитный гистерезис обусловлен наличием временной задержки образования и роста зародышей перемагничивания, «и для полного математического описания петли гистерезиса ферромагнитного материала в частотной области, ограниченной полосой пропускания магнитопровода, необходимо и достаточно учитывать временное и фазовое запаздывание намагниченности по отношению к напряженности магнитного поля». Этот факт, несмотря на комментарии разных авторов, до настоящего времени не оценен применительно к конкретным конструктивным изделиям, в первую очередь, электрическим машинам. Известно, что запаздывание процессов перемагничивания по отношению к магнитодвижущей силе является причиной возникновения петли гистерезиса, а, следовательно, и магнитных потерь. Математическое описание магнитного гистерезиса, выполненное Кандауровой Г.С. в работе [4], касается разных сторон процессов намагничивания, перемагничивания и имеет важную теоретическую и прикладную сторону.

В работе Тимофеева И.А. [6] теоретически доказано, что на процессы в ферромагнитных материалах влияет совместное взаимодействие доменной и дислокационной структур, представляющее важную роль в вопросах создания новых эффективных магнитных материалов. В [7] показана целесообразность анализа процессов в ферромагнитном материале в форме двух составляющих – статической кривой намагничивания и экспериментальной «эллипсоидальной кривой», которые в совокупности образуют динамическую кривую намагничивания. Этот метод исследования ферромагнитных материалов позволяет получить петлю гистерезиса с высокой точностью.

Следует отметить, что вышеперечисленные исследования, как и многие другие, касаются изучения непосредственно материалов, что не вполне отвечает тем результатам, которые могли быть получены в тех или иных конструкциях, в которые составной частью входят и ферромагнитные материалы. Примером таких конструкций являются электрические машины. Характерным примером экспериментального определения потерь в стали электродвигателей и, прежде всего, при глубоком насыщении являются исследования, выполненные проф. Петровым Л.П. [1].

Известно, что при напряжениях, превышающих номинальное, происходит резкое возрастание потерь в стали. В настоящее время существует экспериментальный метод определения потерь в стали, базирующийся на опыте холостого хода и предполагающий зависимость потерь в стали в функции квадрата приложенного напряжения [8]:

$$\Delta P_c = aU^2.$$

Однако такая взаимосвязь применима лишь в случае ненасыщенного магнитопровода, постоянной частоты, в остальных случаях она дает ошибочные результаты, связанные с учетом явления насыщения.

Рост степени насыщения зависит от многих причин:

- старение пакетированной электротехнической стали;
- превышение напряжения питания в результате несоблюдения норм на качество электрической энергии;
- несоблюдение или неквалифицированное формирование закона частотного управления в системах частотно-регулируемого электропривода.

В связи с указанными факторами, оценка потерь в стали в функции квадрата приложенного напряжения приведет к значительным погрешностям, что влечет за собой частый выход из строя электрических машин.

Кроме указанного подхода, потери в стали рассматривают, привязываясь к индукции около 1,1–1,4 Тл и пользуясь зависимостью, известной из литературы [10]:

$$\Delta P_c = cf^\alpha B^\beta,$$

где α и β достаточно близки к 1,6–2.

В работе [1] указано, что рост насыщения приводит к резкому возрастанию потерь, которые становятся соизмеримыми с мощностью двигателя. Учет потерь в стали как величины, пропорциональной квадрату магнитной индукции, приводит к значительной погрешности, поскольку такая взаимосвязь справедлива только для ненасыщенного магнитопровода. Например, для двигателя А02–31–4 мощностью 2,2 кВт потери в стали при номинальном потоке составляют 40 Вт. Если не учитывать насыщение, то при увеличении потока в 1,5 раза потери должны возрасти в 2,25 раза и составить 90 Вт. В действительности они при таком потоке составляют 850 Вт (рис. 1).

На рис. 1,а приведены экспериментальные зависимости ЭДС $E_{s(50)}$ от намагничивающего тока. На рис. 1,б приведены зависимости потерь в стали $\Delta p_{c(50)}$ от степени насыщения магнитной цепи двигателей. Потери в стали выражены в долях номинальной мощности, следовательно, без учета насыщения дают значение потерь, почти в 10 раз меньшее фактического.

Аналогичные результаты получаются для других двигателей серий А2 и А4, поэтому для получения приемлемой точности расчетов необходимо учитывать действительные потери в стали статора. Зависимость этих потерь от степени насыщения не имеет общего аналитического выражения и определяется конструкцией и характеристиками стали каждого конкретного двигателя. Определение потерь возможно только экспериментальным путем одновременно со снятием кривой намагничивания, без которой точный анализ невозможен.

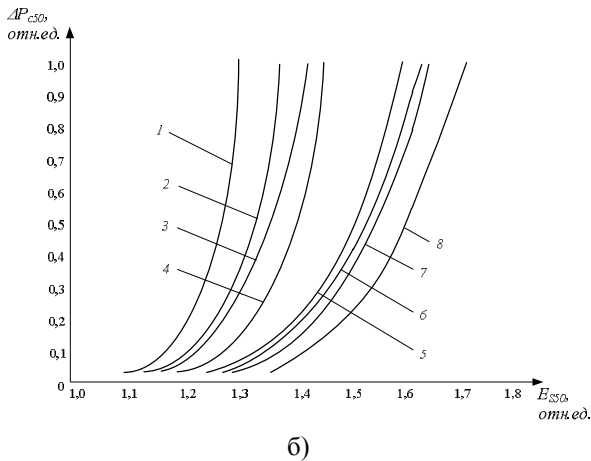
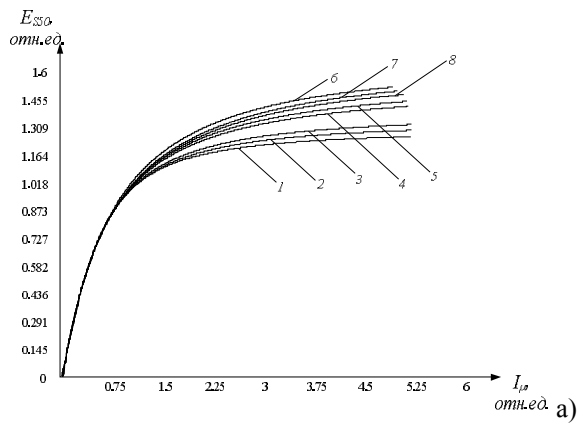


Рисунок 1 – Экспериментальные кривые намагничивания (а) и потерь в стали (б) асинхронных двигателей серии АОЛ2 следующих типоразмеров:

1 – 11–4 (31–6), 2 – 41–6, 3 – 21–4 (32–6),
4 – 21–2, 5 – 42–4, 6 – 32–2 (31–4), 7 – 41–4 (31–2),
8 – 32–4

Значительное возрастание магнитного потока машины в режиме конденсаторного торможения вызывает увеличение степени насыщения ее магнитной цепи. Поэтому пренебрежение потерями в стали приводит к заметным ошибкам в определении тормозных моментов и часто является недопустимым [1].

Вопросами намагничивания ферромагнитных материалов занимались многие авторы. Достаточно отметить работы [10–14]. Недостатки описания уравнений кривых намагничивания в работах следующие: одни недостаточно точны в широком диапазоне изменения напряженности магнитного поля H_j , другие при ручном счете громоздки и эффективны только в случае применения ЭВМ, третьи пригодны только для графоаналитического решения. Все они строятся без учета физических процессов намагничивания и аппроксимируют экспериментальные кривые.

Выводы, сделанные в [15–16], многократно подтверждались экспериментальными исследованиями, дополнительно говорящими в пользу поиска доступных методов анализа потерь в стали и, по возможности, их разделения на составляющие. Иллю-

страцией являются результаты экспериментальных исследований [18], приведенные на рис. 2.

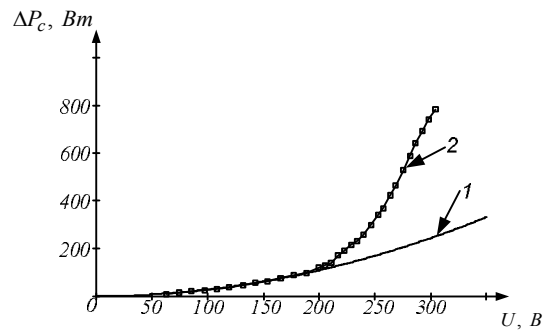


Рисунок 2 – Квадратичная зависимость потерь в стали от напряжения (1) и экспериментальная кривая потерь в стали (2)

Значительная разница в результатах эксперимента и расчета по общепринятой методике говорит прежде всего о важности поднимаемого вопроса.

Дополнительным аргументом в пользу детализации оценок потерь в стали со всеми вытекающими отсюда выводами является поток публикаций по данному вопросу, что, по-видимому, в какой-то мере дополнительно объясняет расширение возможностей исследователя в части подходов при моделировании и анализе [16–18]. Здесь следует внести определенную ясность в сущность вопроса.

В технической литературе, в особенности посвященной исследованию режимов работы асинхронных и других видов электрических машин, установились термины: ненасыщенная сталь при работе на линейной части кривой намагничивания; отсутствие потерь в стали из-за низкой степени насыщения электротехнической стали и др. При этом за основу анализа берется «статическая» кривая намагничивания, не связанная с петлей гистерезиса и соответствующими потерями в стали. Внесем некоторую ясность в толкование указанных вопросов.

Формально потерь в стали нет, если она намагничена постоянным током (по обмотке протекает не изменяющийся во времени ток намагничивания). При этом не учитывается то обстоятельство, что для намагничивания до заданного уровня затрачена энергия, связанная соответствующим образом с запасенной электромагнитной энергией $W_e = \frac{LI^2}{2}$.

При постоянном токе мощность потерь в стали формально проявляется при подключении источника питания, а также при его отключении и связана со скоростью изменения запасенной энергии W_e . При изменении тока нагрузки соответствующим образом формируется мощность и энергия потерь в стали; при периодическом изменении тока нагрузки уровень мощности потерь в стали приобретает постоянные значения, если частота и амплитуда протекающего по обмотке тока неизменны.

О петле гистерезиса можно говорить, во-первых, при периодически изменяющихся во времени сигнала-

лах, а во-вторых, в случае, если имеет место фазовый сдвиг между потоком и намагничивающим током. Последнее условие означает, что процессы, протекающие в материале, не идеализированы и должны отражать природу явлений.

При условиях, учитывающих, что при синусоидальном напряжении индукция $B(t)$ содержит кроме основной гармоники еще и высшие гармонические с частотами f_i парциальных составляющих, имеющих свои конкретные значения, очевидна ошибочность выражения $\Delta P_c(f, B)$ как по указанной причине, так и в связи с тем, что каждая из составляющих имеет свою индивидуальную микропетлю гистерезиса. Анализ источников показывает, что фундаментальные процессы в ферромагнетике трудно представить простыми аналитическими зависимостями, пригодными для практического использования [19].

Подавляющая часть исследований базируется на предположении наличия информации об индукции в ферромагнетике и известных зависимостях потерь в стали от частоты и индукции в соответствующих степенях, о чем говорилось выше. Это общепринятый подход, ряд исследований, по существу, модифицирует его [20]. При этом гистерезисные и общие потери представляют в виде зависимостей:

$$\Delta P_h = K_h(f, B) f B^2; \quad (1)$$

$$\Delta P_e = K_e(f, B) f^2 B^2. \quad (2)$$

$K_h(f, B)$, $K_e(f, B)$ – коэффициенты гистерезисных потерь и потерь от вихревых токов, соответственно, значения которых варьируются в зависимости от частоты и индукции магнитного потока.

Коэффициенты K_h и K_e представляются полиномиальными зависимостями от индукции B :

$$K_h(B) = K_{h3} B^3 + K_{h2} B^2 + K_{h1} B + K_{h0}; \quad (3)$$

$$K_e(B) = K_{e3} B^3 + K_{e2} B^2 + K_{e1} B + K_{e0}. \quad (4)$$

В выражениях (1–4) значения коэффициентов K_h , K_e , а также индукции нуждаются в экспериментальном определении, что, естественно, является сложной, затруднительной процедурой. Примечательно, что авторы работы напрямую показывают сложность зависимости K_h и K_e от индукции.

При перемагничивании стали несинусоидальным током составляющие мощности потерь определяются как

$$\Delta P_{c\Sigma} = \sum_{n=1}^{n=N} \Delta P_{hm} + \sum_{n=1}^{n=N} \Delta P_{en}, \quad (5)$$

где $\Delta P_{hm} = K_{hm}(B_n) f^2 n^2 B_n^2$; $\Delta P_{en} = K_{en}(B_n) f n B_n^2$; n – порядок гармоник индукции.

Очевидна сложность такого подхода при оценке потерь, что указывает на неприемлемость метода в инженерной практике.

Анализ источников показывает на стремление исследователей найти другие подходы к решению задачи, что говорит однозначно как о незаконченно-

сти поисков, так и стремлении повысить точность результатов анализа. В работе [21] сделана попытка учесть наличие гармоник индукции, при этом потери определяются суммой:

$$\Delta P_c = K_{ec} \sum_{n=1}^{n=\infty} B_n^2 (fn)^2, \quad (6)$$

где K_{ec} – коэффициент, определяемый на основании классических (в том числе геометрических) параметров материала ферромагнетика с дополнением поправочного коэффициента, определяемого достаточно сложным путем с использованием гиперболических функций. В исследовательской работе [22] потери в стали определяются с учетом того, что их уровень зависит не только от приращения и величины индукции, но и от скорости ее изменения в степени 2 и 1,5. Этот анализ указывает на отсутствие однозначных методов оценки потерь в стали, которые можно было бы использовать в исследованиях, базирующихся на общепринятых подходах при анализе энергопроцессов в электромеханических системах.

Один из таких подходов – использование схем замещения, в частности, для анализа асинхронных машин. На рис. 3 приведены пять так называемых Т-образных схем замещения. Схемы “b” и “c”, в отличие от схемы “a”, включают цепи, “отвечающие” за потери в стали. Первая из этих схем характерна тем, что потери зависят от квадрата тока намагничивания при известном напряжении контура U_{μ} :

$$\Delta P_c = \frac{U_{\mu(v)}^2 R_{\mu(v)}}{\left(\sqrt{x_{\mu}^2 v^2 + R_{\mu(v)}^2}\right)} = \frac{U_{\mu(v)}^2 R_{\mu 0} v^{\alpha-2}}{x_{\mu}^2}. \quad (7)$$

Выражение для схемы “b” получено в предположении $R_{\mu} = R_{\mu 0} v^{\alpha}$ и $R_{\mu 0} \ll x_{\mu}$, с учетом того, что v – относительная частота перемагничивания.

При параллельном включении сопротивления R_{μ} и с учетом того, что ток в эквивалентном контуре потерь существенно меньше тока намагничивания ($R_{\mu 0} \gg x_{\mu}$), потери в стали будут

$$\Delta P_c = \frac{U_{\mu(v)}^2}{R_{\mu(v)}} = \frac{U_{\mu(v)}^2}{R_{\mu 0} v^{\alpha}} \quad (8)$$

Сравнение полученных выражений из схем замещения показывает, что потери, получаемые расчетным путем, по-разному зависят от параметров α и V , что говорит о практической невозможности их использования при свободном выборе той или иной схемы замещения. Проще – схемы не отражают сути энергопроцессов в соответствующих контурах. Схема рис. 3,d представляет модернизированную схему рис. 3,a, но с насыщаемой индуктивностью, однако это не означает, что она является схемой замещения асинхронного двигателя с потерями в стали, т.к. для этого необходимо соблюдения определенных условий. В частности, если говорить о насыщаемой идеальной индуктивности без специ-

фических эффектов, характерных для ферромагнетиков, то, как и в схеме рис. 3,а, схема не предполагает наличия потерь в стали.

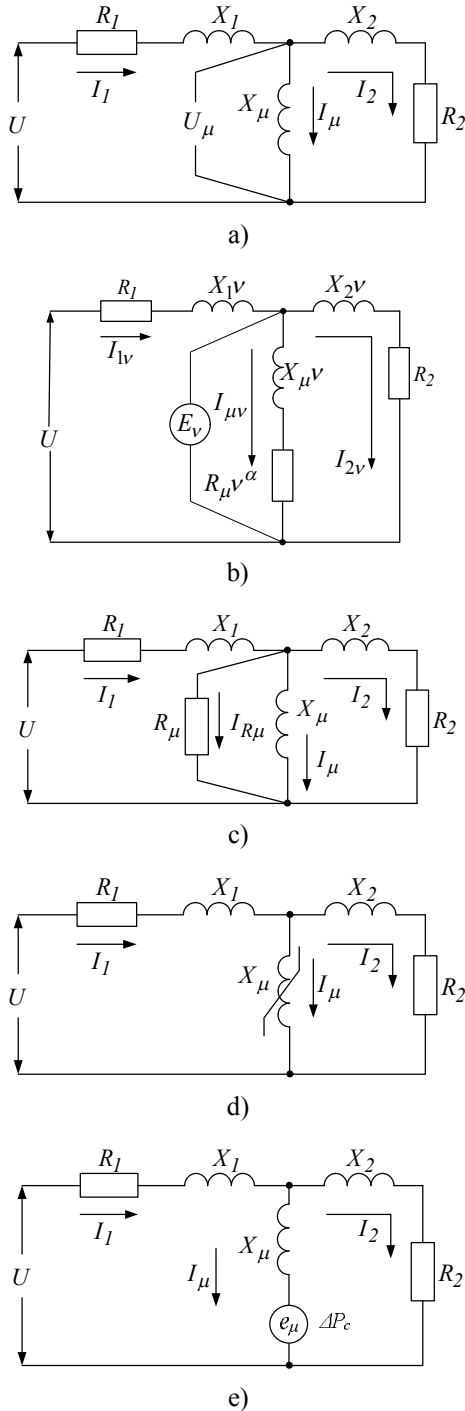


Рисунок 3 – Схемы замещения фазы асинхронного двигателя: а – с насыщаемой индуктивностью L_{μ} ; б – с сопротивлением R_{μ} контура намагничивания; в – с параллельным контуром; д – с насыщаемой индуктивностью x_{μ} без потерь в стали; е – схема с э.д.с. на переменной части индуктивности $L_{\mu}(I)$

На рис. 4 представлены диаграммы электромагнитных процессов в индуктивности. Формально можно утверждать, что в природе не существует идеальных индуктивностей с ферромагнитным сер-

дечником с насыщением и без потерь; они могут быть незначительными, пренебрежимо малыми. Явление насыщения протекает во временной области, и это объясняет наличие петли гистерезиса. Запаздывание этих процессов – основа потерь мощности при явлении перемагничивания. Эта картина представлена на рис. 4,с. Наличие запаздывания и потери приводят к деформации зависимостей $L(I)$; $\Psi(I)$.

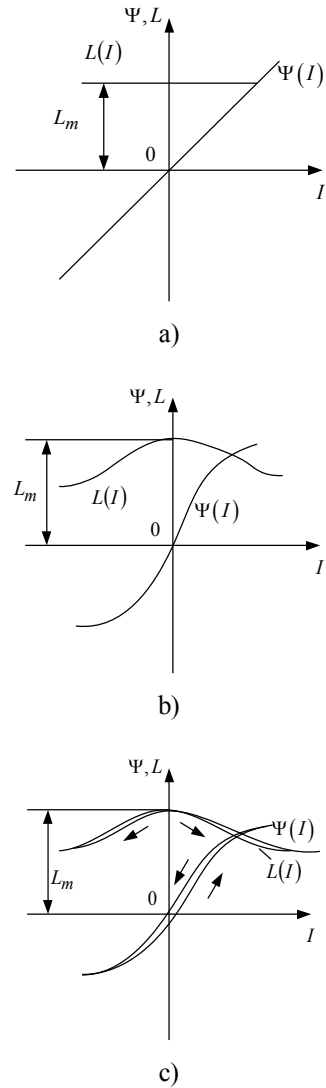


Рисунок 4 – Диаграмма изменения электромагнитных параметров цепи намагничивания: а – в индуктивности без насыщения; б – в индуктивности с насыщением и без потерь в стали; в – в индуктивности с насыщением и с потерями

Исследования, связанные с потерями в стали, можно условно разделить на экспериментальные; с использованием эмпирических зависимостей; методы эквивалентных схем замещения; метод нейронных сетей.

Общим недостатком всех вышеперечисленных методов определения потерь в стали является содержание большого количества неизвестных элементов, что делает их громоздкими и сложными при

использовании в практических целях (создании систем минимизации потерь, определении нагрузочной способности генерирующих систем).

Зависимость для потерь в стали, вытекающая из физических процессов в форме произведения частоты f и индукции B в соответствующих степенях была получена более века назад Штейнмецом [24]. Уместно отметить, что в основе рассуждений при получении уравнений, подобных (6), лежит представление контура, ответственного за формирование потерь, включающего ЭДС (зависимость от скорости изменения потока в магнитном сердечнике), подключенной последовательно с сопротивлением упомянутого контура

$$\Delta P_c = a \frac{e^2}{Z_\mu^2} R_\mu = b \omega^2 \frac{B^2}{Z_\mu^2} R_\mu = c f^2 B^2, \quad (9)$$

где R_μ – активное, Z_μ – полное сопротивление контура; a, b, c – постоянные коэффициенты.

В случае, если поток синусоидален и изменяется с круговой частотой $\omega_0 = 2\pi f$, а Z_μ и R_μ неизменные, то получается известное выражение в форме производной квадратов частоты и индукции. Ввиду того, что Z_μ и R_μ лишь в первом приближении можно считать постоянными (неизменна частота и степень насыщения стали), то с целью учета реальных условий эксперимента (частота изменяется как и насыщение стали), зависимость для потерь в стали была трансформирована в более привычную в настоящее время форму [9]:

$$\Delta P_c = c f^\alpha B^\beta. \quad (10)$$

Следует отметить, что коэффициенты α и β имеют достаточно широкие пределы изменения [24], что делает даже обычные инженерные расчеты достаточно приблизительными. Несмотря на этот недостаток, указанное выше выражение достаточно широко используется на практике.

Сомнения в том, что зависимости для потерь в стали неадекватно отражают физические процессы, появились достаточно давно в связи с детальным изучением цепей с ферромагнетиками и обнаружением при этом рядом явлений: появлением гармонических составляющих ЭДС при переменном перемагничивании, сложной зависимостью сопротивления R_μ от частоты, изменением индуктивности сердечника со сталью во времени и т.п. Следствием этого оказался рост публикаций в данном направлении с попытками уточнения зависимостей для потерь в стали таким образом, чтобы можно было учитывать указанные выше явления. Большинство работ при этом оказалось в русле уточнений уравнения Штейнмеца путем введения ряда коэффициентов, учитывающих как конкретные условия, так и соответствующие глубокому насыщению явления [24–28]. Определенной ясности в предмет исследования этот процесс не внес. Так, на рис. 5 показано сравнение кривых потерь в стали асинхронного двигателя, полученных экспериментально и с помощью

классических методов, основанных на эмпирическом уравнении Штейнмеца и его модификаций.

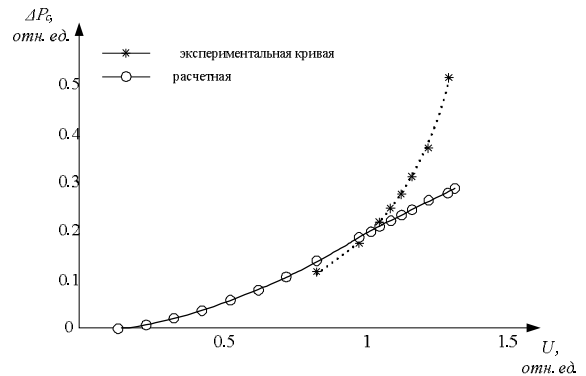


Рисунок 5 – Сравнение экспериментальной кривой потерь в стали и полученной с помощью классических методов

В связи с этим классический расчет потерь, основанный на допущении о постоянности индуктивности намагничивания, дает заниженную мощность потерь [24, 26], поэтому были предприняты многочисленные попытки «усовершенствования» классического расчета применительно к реальным условиям перемагничивания образцов. При этом хотя несколько и был снижен разрыв между экспериментально полученной и рассчитанной мощностью потерь, проблема значительного их роста не была снята.

МАТЕРИАЛ И РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЙ.

Анализ схемы замещения с учетом нелинейности кривой намагничивания является более правильным, т.к. учитывает насыщение асинхронного двигателя, что является важным. Как известно, работа двигателя, работающего в составе частотно-регулируемого электропривода или асинхронного генератора, как правило, происходит за коленом кривой намагничивания, т.е. на нелинейном участке. Учет насыщения может быть выполнен с использованием Т-образной схемы замещения (рис. 3,б), где $R_1, x_1, R_2, x_2, R_\mu, x_\mu$ – активные и индуктивные сопротивления контура статора, ротора и намагничивания, соответственно, при частоте питания 50 Гц.

Для анализируемой схемы замещения имеем:

$$I_{\mu(v)} = \frac{E_v}{\left(\sqrt{x_\mu^2 v^2 + R_\mu^2(v)}\right)} = \left(\frac{d\Phi}{dt}\right) \frac{1}{\left(\sqrt{x_\mu^2 v^2 + R_\mu^2(v)}\right)}. \quad (11)$$

Схема характерна тем, что потери в стали двигателя оценивают в форме произведения магнитного сопротивления R_μ на квадрат тока намагничивания:

$$\Delta P_c = I_{\mu(v)}^2 R_\mu(v) = \frac{\left(\frac{d\Phi}{dt}\right)^2 R_\mu(v)}{\left(\sqrt{x_\mu^2 v^2 + R_\mu^2(v)}\right)^2}. \quad (12)$$

Для схемы замещения в предположении $R_{\mu} = R_{\mu 0} v^{\alpha}$ и $R_{\mu 0} \ll x_{\mu}$ справедливо $x_{\mu}^2 v^2 + R_{\mu(v)}^2 \approx x_{\mu}^2 v^2$. С учетом того, что v – относительная частота перемагничивания, α – постоянный коэффициент, зависящий от состояния пакета стали,

$$\Delta P_c = \frac{\left(\frac{d\Phi}{dt}\right)^2 R_{\mu 0} v^{\alpha-2}}{x_{\mu}^2}. \quad (13)$$

Для синусоидальных сигналов коэффициент α изменяется в диапазоне 1,3...1,6. При питании асинхронного двигателя от источника полигармонического напряжения коэффициент α выбирается в пределах 1,4...1,8. Это связано с тем, что потери в стали возрастают за счет дополнительных потерь, обусловленных высшими гармониками.

Здесь подчеркнем, что указанные выше зависимости носят общий характер, получаемый с использованием средних значений мощности за период напряжения питания. Если в кривой индукции имеется ряд гармоник, то мощность потерь в стали на упомянутом интервале носит сложный характер, т.к. включает потери от гармоник, которые существенно зависят от частоты.

Так как магнитный поток изменяется по гармоническому закону и состоит из суммы гармонических составляющих

$$\begin{aligned} \Phi &= \Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 + \dots + \Phi_n = \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} \Phi_n = \sum_{n=1}^{\infty} \Phi_{mn} \cos n\Omega t, \end{aligned} \quad (14)$$

где Φ_{mn} – амплитудное (максимальное) значение магнитного потока, то зависимость производной потока с учетом свойств тригонометрических функций:

$$E_v = \frac{d\Phi}{dt} = \frac{d\left(\sum_{n=1}^{\infty} \Phi_n\right)}{dt} = \sum_{n=1}^{\infty} n\Omega \Phi_{mn} \sin n\Omega t. \quad (15)$$

Потери в стали для каждой гармоники можно представить в виде

$$\begin{aligned} \Delta P_c &= \left(\frac{E_1}{Z(v)_1}\right)^2 R_{\mu 1} + \left(\frac{E_2}{Z(v)_2}\right)^2 R_{\mu 2} + \\ &+ \dots + \left(\frac{E_n}{Z(v)_n}\right)^2 R_{\mu n} = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{E_n}{Z(v)_n}\right)^2 R_{\mu n}, \end{aligned} \quad (16)$$

где E_1, E_2, E_n – разночастотные составляющие ЭДС контура намагничивания; $Z(v)_1, Z(v)_2, Z_n(v)_n$ – полное сопротивление контура намагничивания при соответствующих частотах; $R_{\mu 1}, R_{\mu 2}, R_{\mu n}$ – активное сопротивление контура

намагничивания при соответствующих частотах.

С учетом полученного выражения, потери в стали приобретают вид

$$\begin{aligned} \Delta P_c &= \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{E_n}{Z(v)_n}\right)^2 R_{\mu n} = \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{d\left(\sum_{n=1}^{\infty} \Phi_n\right)/dt}{\left(\sqrt{x_{\mu n}^2 v_n^2}\right)}\right)^2 R_{\mu 0} v_n^{\alpha} = \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{\left(\sqrt{x_{\mu n}^2 v_n^2}\right)}\right)^2 (n\Omega \Phi_{mn} \sin n\Omega t)^2 R_{\mu 0} v_n^{\alpha} = \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{R_{\mu 0} v_n^{\alpha-2}}{x_{\mu n}^2} (n\Omega \Phi_{mn} \sin n\Omega t)^2\right). \end{aligned} \quad (17)$$

Как говорилось ранее, ошибочность существующих методов заключалась в неучете при расчётах потерь в стали процесса насыщения. Учитывая этот факт, индуктивное сопротивление носит нелинейный характер изменения. При решении уравнений учет меняющегося насыщения реализуется нелинейной зависимостью индуктивного сопротивления контура намагничивания от потокоцепления $x_{\mu} = f(\Phi)$. Для ее расчета используем кривую $\Phi = f(I)$, приведенную на рис. 6.

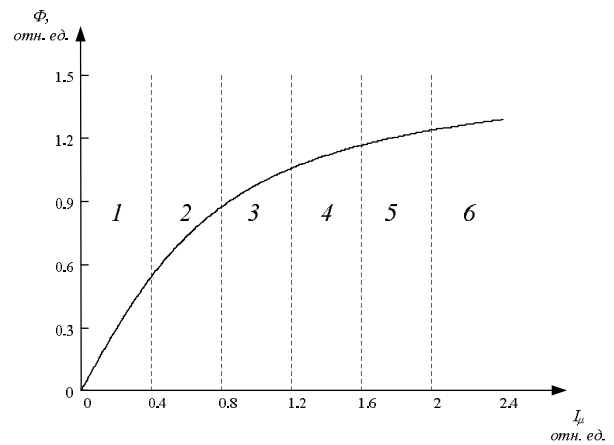


Рисунок 6 – Кривая намагничивания асинхронного двигателя

Кривая намагничивания асинхронного двигателя может быть аппроксимирована следующим образом [14]:

$$\Phi(I) = a \cdot \arctg(bI), \quad (18)$$

где $a = 0,9932814$, $b = 1,4963076$ – коэффициенты аппроксимации.

Таблиця 1 – Коэффициенты аппроксимации кривой намагничивания

	Интервалы на кривой намагничивания				
	2 I=0,4–0,8 А	3 I=0,8–1,2 А	4 I=1,2–1,6 А	5 I=1,6–2 А	6 I=2–2,4 А
<i>c</i>	0,96343812	1,0537975	1,0145985	0,8904879	0,73588187

После преобразований зависимость $L(I)$ будет иметь вид:

$$L(I) = \frac{d}{dI} \Phi(I) = \frac{ab}{1+(bI)^2}. \quad (19)$$

Эта функция имеет название Локона (Верзьера) Аньези [29].

В аналитических методах расчета магнитных цепей применяется аппроксимация для отдельных участков. Рассмотрим эту процедуру на примере аппроксимации универсальной кривой намагничивания асинхронного двигателя $\Phi=f(I)$ (рис. 6).

Анализ аппроксимационных зависимостей кривой намагничивания показал, что, начиная со второго участка, кривая описывается следующим выражением:

$$\Phi(I) = c_k^{(k-1)} \sqrt{I}, \quad (20)$$

где c_k – коэффициент аппроксимации для k -го участка кривой намагничивания.

Откуда

$$I(\Phi) = \left(\frac{\Phi}{c_k} \right)^{2(k-1)}. \quad (21)$$

Коэффициенты аппроксимации для каждого участка представлены в табл. 1.

Подставив выражение (22) в (19), получаем зависимость индуктивного сопротивления от потока для любой электротехнической стали асинхронного двигателя:

$$x_{\mu k} = \frac{1}{\left(a_k \Phi^{2(k-1)} + b_k \right)}, \quad (22)$$

где $a_k = \frac{\left(\frac{b}{c^{(k-1)}} \right)^2}{\omega_0 ab}$; $b_k = 1/(\omega_0 ab)$; $\omega_0 = 2\pi f$ – циклическая частота перемагничивания при частоте сети 50 Гц.

Учитывая то, что потокоцепление является периодической несинусоидальной функцией, тогда

$$x_{\mu k}(\Phi_n) = \frac{1}{\left(a_k \left(\sqrt{\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\Phi_{mn}^2}{2}} \right)^{2(k-1)} + b_k \right)}. \quad (23)$$

Выражение для потерь в стали примет вид

$$\begin{aligned} \Delta P_c &= \sum_{n=1}^{\infty} \left[\left(\frac{1}{\left(\sqrt{x_{\mu k n}^2 v_n^2} \right)} \right)^2 (n\Omega\Phi_n)^2 R_{\mu 0} v_n^{\alpha-2} \right] = \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{R_{\mu 0} v_n^{\alpha-2}}{x_{\mu n}^2 v_n^2} (n\Omega\Phi_{mn} \sin n\Omega t)^2 \right] = \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{R_{\mu 0} v_n^{\alpha-2}}{\left(a_k \left(\sqrt{\frac{\Phi_{mn}^2}{2}} \right)^{2(k-1)} + b_k \right)^2} \right] \times \\ &\quad \left[(n\Omega\Phi_{mn} \sin n\Omega t)^2 \right] = \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} \left[R_{\mu 0} v_n^{\alpha-2} \left(a_k \left(\sqrt{\frac{\Phi_{mn}^2}{2}} \right)^{2(k-1)} + b_k \right)^2 \right] \times \\ &\quad \left[(n\Omega\Phi_{mn} \sin n\Omega t)^2 \right] = \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} \left[R_{\mu 0} v_n^{\alpha-2} \left(\frac{\Phi_{mn}^2}{2} \right)^{(k-1)} + b_k \right] \times \\ &\quad \left[(n\Omega\Phi_{mn} \sin n\Omega t)^2 \right] \end{aligned} \quad (24)$$

Принимая во внимание то, что коэффициент a_k значительно больше коэффициента b_k ($b_k \rightarrow 0$), выражение можно представить в виде:

$$\begin{aligned} \Delta P_c &= \sum_{n=1}^{\infty} \left[a_{\mu}^2 R_{\mu 0} v_n^{\alpha-2} \left(\frac{\Phi_{mn}^{4(k-1)}}{4} \right) \right] \times \\ &\quad \left[(n\Omega)^2 (\Phi_{mn} \sin n\Omega t)^2 \right] = \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} \left[a_{\mu}^2 R_{\mu 0} v_n^{\alpha-2} \left(\frac{\Phi_{mn}^{4(k-1)}}{4} \right) \right] \times \\ &\quad \left[(n\Omega)^2 (\Phi_{mn} \sin n\Omega t)^2 \right] = \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} \left[a_{\mu}^2 R_{\mu 0} v_n^{\alpha-2} \left(\frac{\Phi_{mn}^{4(k-1)}}{4} \right) (n\Omega)^2 \times \right. \\ &\quad \left. \left(\frac{\Phi_{mn}^2}{2} + \frac{1}{2} \cos 2m\Omega t + \sum_{\substack{n=0 \\ k=0 \\ n \neq k}}^{\infty} \Phi_{km} \Phi_{mn} \sin k\Omega t \sin n\Omega t \right) \right] \end{aligned} \quad (25)$$

$$\begin{aligned} \Delta P_{st} &= \frac{1}{T} \int_0^T \Delta P_c = \\ &= \frac{1}{T} \int_0^T \sum_{n=1}^{\infty} \left[\left(a_{\mu}^2 R_{\mu 0} \left(\frac{\Phi_{mn}^{4(k-1)}}{4} \right) v_n^{\alpha-2} (n\Omega)^2 \times \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \left(\frac{\Phi_{mn}^2}{2} + \frac{1}{2} \cos 2m\Omega t + \sum_{\substack{n=0 \\ k=0 \\ n \neq k}}^{\infty} \Phi_{km} \Phi_{mn} \sin k\Omega t \sin n\Omega t \right) \right) \right] dt = \\ &= \frac{1}{8} a_{\mu}^2 R_{\mu 0} \sum_{n=1}^{\infty} (n\Omega)^2 v_n^{\alpha-2} (\Phi_{mn})^{4(k-1)+2}. \end{aligned} \quad (26)$$

Используя выражение действующего значения ЭДС при конкретной частоте

$$E_v = \frac{n\Omega \Phi_m}{\sqrt{2}}, \quad (27)$$

для практики получим практически пригодное выражение для определения потерь в стали:

$$\Delta P_{st} = \frac{1}{4\sqrt{2}} a_{\mu}^2 R_{\mu 0} \sum_{n=1}^{\infty} (n\Omega) v_n^{\alpha-2} E_v^{4(k-1)+2}.$$

Преобразуем данное выражение относительно тока:

$$\begin{aligned} E_v &= \left(\sqrt{x_{\mu}^2 v^2 + R_{\mu(v)}^2} \right) I_{\mu(v)} \approx x_{\mu} v I_{\mu(v)} = \\ &= \frac{\Omega ab}{1 + (bI_{\mu(v)})^2} I_{\mu(v)} v; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta P_{st} &= \frac{1}{4\sqrt{2}} a_{\mu}^2 R_{\mu 0} \times \\ &\times \sum_{n=1}^{\infty} (n\Omega) v_n^{\alpha-2} \left(\frac{\Omega ab}{1 + (bI_{\mu(v)})^2} I_{\mu(v)} v \right)^{4(k-1)+2}. \end{aligned}$$

ВЫВОДЫ. В работе показано, что применение традиционных методов определения потерь в стали, основанных на уравнении Штейнмеца, дают значительную погрешность в режиме сильного насыщения. Уравнение Штейнмеца применимо для начального прямолинейного (ненасыщенного) участка кривой намагничивания. В режиме насыщения потери увеличиваются с ростом гармоник индукции, с одной стороны, и уменьшения среднего значения индуктивности – с другой.

В работе представлен метод оценки потерь в стали в функции магнитного потока, ЭДС и тока, учитывающий высшие гармоники потока, появляющиеся из-за наличия нелинейного элемента в системе. Полученное выражение можно использовать при построении систем регулирования энергетических режимов асинхронного двигателя.

ЛИТЕРАТУРА

1. Петров Л.П. Управление пуском и торможением асинхронных двигателей. – М.: Энергоатомиздат, 1981. – 183 с.

2. Кадочников А.И., Корзунин Г.С. Обобщенный параметр доменной структуры магнитно-мягких материалов и его использование для количественного описания семейства динамических петель гистерезиса // Физика твердого тела. – 2000. – Т. 42. – № 11. – С. 2054–2059.

3. Гречухин В.Н. Математическое описание петли гистерезиса // Вестник ИГЭУ. – 2005. – Вып. 1. – С. 1–4.

4. Кандаурова Г.С. Природа магнитного гистерезиса // Соросов. образоват. журн. – 1997. – Т. 1. – С. 100–106.

5. Огарь В.А. К определению насыщения электротехнической стали асинхронных двигателей / Збірник наукових праць Кіровоградського національного технічного університету. – 2004. – Вып. 15. – С. 91–94.

6. Тимофеев И.А. Удельные потери в ферромагнетике // Современные проблемы науки и образования. – 2007. – № 6 – С. 136–142.

7. Канов Л.Н. Схемное моделирование нелинейных электрических цепей переменного тока // Вестн. СевГТУ. Сер. Информатика, электроника, связь. – Севастополь, 2002. – Вып. 41. – С. 151–155.

8. ГОСТ 7217-87. Машины электрические вращающиеся. Двигатели асинхронные. Методы испытаний. – 1987.

9. Костенко М.В. Электрические машины. – М.: Госэнергоиздат, 1944. – 815 с.

10. Бессонов Л.Л. Электрические цепи со сталью. – М.: Гостсхиздат, 1948. – 383 с.

11. Архангельский У.И. Аналитическое выражение кривой намагничивания электрических машин. – Электричество. – 1950. – № 3. – С. 33–37.

12. Бамдас А.М., Савиновский Ю.А., Ганцевская А.С. Определение оптимального степенного полинома для аппроксимации основной кривой намагничивания // Изв. вузов. Электротехника. – 1966. – № 12. – С. 23–28.

13. Кузнецова Л.Н. Аппроксимация основных кривых намагничивания электротехнических сталей // Тр. МЭИ. – 1976. – Вып. 287. – С. 53.–57.

14. Охаян Р.В. Аппроксимация кривой намагничивания стали квадратичной функцией // Электричество. – 1998. – № 4. – С. 70–75.

15. Родькин Д.И. Мгновенная мощность индуктивности с насыщением // Електромашинобудування та електрообладнання. «Проблеми автоматизованого електропривода. Теорія і практика». – Одеса, 2006. – Вып. 66. – С. 282–285.

16. Родькин Д.И., Огарь В.О., Ромашихин Ю.В. О разделении на составляющие потерь в стали электрических машин // Сборник научных трудов Днепропетровского государственного технического университета. – Днепропетровск: ДГТУ. – 2007. – С. 495–500.

17. Огарь В.А., Родькин Д.И., Калинов А.П. Обоснование аналитической оценки потерь в насыщаемой стали асинхронного двигателя // Вісник КДПУ: Наукові праці КДПУ. – Кременчук: КДПУ. 2007. – Вып. 4/2007 (45), част. 1. – С. 98–103.

18. Родькин Д.И., Мартыненко В.А., Барвинок Д.В., Гераскин А.С. Энергопроцессы в асинхронном двигателе с насыщенной сталью // Вісник КДПУ. – Вип. 1/2002. – С. 174–180.

19. Boglietti A., Cavagnino A., Ionel D.M., Popescu M., Staton D.A., A General model to predict the iron losses in inverter fed induction motors, Vaschetto S. IEEE Transactions on industry applications, Vol. 46, No. 5 pp. 9 (pp.1882–1890) ISSN:0093-9994.

20. M. Herranz Gracia, E. Langeand, K. Hameyer, “Numerical Calculation of Iron Losses in Electrical Machines with a modified Post-Processing Formula”, in: Proc. of 16th COMPUMAG, Aachen, 2007.

21. T. Lotten, M.P. Pillay, and N.A. Singampalli, “Lamination core loss measurements in machines operating with PWM or non-sinusoidal excitation,” in Proc. Electr. Machines Drives Conf., Jun. 1–4, 2003, vol. 2, pp. 743–746.

22. Ruifang Liu, Chris Mi, and Wenzhong Gao, “Modeling of Eddy Current Losses of Electrical Machines and Transformers Operated by Pulsewidth-Modulated Inverters,” IEEE Transactions on Magnetics, vol. 44, no. 8, Aug. 2008.

23. C. Steinmetz, “On the law of hysteresis (originally published in 1892),” Proceedings of the IEEE, vol. 72, no. 2, pp. 197–221, 1984.

24. J. Reinert, A. Brockmeyer, and R. D. Doncker, “Calculation of losses in ferro- and ferrimagnetic mate-

rials based on the modified Steinmetz equation,” IEEE Transactions on Industry Applications, vol. 37, no. 4, pp. 1055–1061, 2001.

25. A. Brockmeyer, “Dimensionierungswerkzeug für magnetische Bauelemente in Stromrichteranwendungen,” PhD Thesis, RWTH Aachen University, 1997.

26. J. Li, T. Abdallah, and C. Sullivan, “Improved calculation of core loss with nonsinusoidal waveforms,” in Industry Applications Conference, 2001. Thirty-Sixth IAS Annual Meeting. Conference Records, vol. 4, 2001, pp. 2203–2210.

27. K. Venkatachalam, C. Sullivan, T. Abdallah, and H. Tacca, “Accurate prediction of ferrite core loss with nonsinusoidal waveforms using only Steinmetz parameters,” in IEEE Workshop on Computers in Power Electronics, 2002, pp. 36–41.

28. Родькин Д.И., Калинов А.П., Ромашихин Ю.В. Оценка эффективности методов диагностики двигателей переменного тока // Вісник КДПУ: Наукові праці КДПУ. – Кременчук: КДПУ, 2006. – Вип. 3/2006 (38), част. 2. – С. 77–82.

29. Корн Г.А., Корн Т.М. Справочник по математике для научных работников и инженеров. – М.: Наука, 1978. – 277 с.

DETERMINATION OF LOSSES IN STEEL DEEP INDUCTION MOTOR WITH ITS SATURATED

D. Rodkin, V. Chenchevoy, V. Ogar

Kremenchuk Mykhailo Ostrohradskyi National University
ul. Pervomayskaya, 20, Kremenchug, 39600, Ukraine. E-mail: sliderstime@gmail.com

The existing methods for determining losses in the induction motor are suitable only for the initial linear (unsaturated) range of the magnetization curve have been shown. Using of those methods gives us a significant error in the saturation mode, or contains a large number of unknown elements, which makes them complex and difficult to use in practical purposes. A method, which is a further development of the well-known method for determining losses in the steel, but it in to account the magnetizing inductance that allow one to use in case of large saturation has been proposed. Expressions for determining the iron loss are represented in function of the magnetic flux, electromotive force and current, which makes them suitable for practical using.

Key words: induction motor, saturation, iron loss.

REFERENCES

1. Petrov, L.P. (1981), *Upravlenie puskom i tormozheniem asinkhronnykh dvigateley* [Controlling start and inhibition of induction motors], Energoatomizdat, Moscow, Russia. (in Russian)

2. Кадочников А.И., Корзунин Г.С. Обобщенный параметр доменной структуры магнитно-мягких материалов и его использование для количественного описания семейства динамических петель гистерезиса.

3. Grechukhin, V.N. (2005), “The mathematical description of the hysteresis loop”, *Vestnik IEGU*, Vol. 1, pp. 1–4. (in Russian)

4. Kandaurova, G.S. (1997), “The nature of magnetic hysteresis”, *Sorosov. obrazovat. Zhurnal*, Vol. 1, pp. 100–106. (in Russian)

5. Ogar, V.A. (2004), “By definition, the saturation induction motors electrical steel”, *Zbirnyk naukovykh prats Kirovogradskogo natsionalnogo tekhnichnogo universytetu*, Vol. 15, pp. 91–94. (in Russian)

6. Timofeev, I.A. (2007), “Specific losses in the ferromagnetic”, *Sovremennye problem nauki i obrazovaniia*, no. 6, pp. 136–142. (in Russian)

7. Kanov, L.N. (2002), “Circuit simulation of nonlinear circuits alternating current”, *Vestnik SevGTU*, Vol. 41, pp. 151–155. (in Russian)

8. GOST 7217–87 (1987), Rotating electrical machines. Induction motors. Test Methods.

9. Kostenko, M.V. (1944), *Elektricheskie mashiny* [Electric machines], Gosenergoizdat, Moscow, Russia. (in Russian)

10. Bessonov, L.L. (1948), *Elektricheskie tsepi so staliu* [Electrical circuits with steel], Gostskhzdat, Moscow, Russia. (in Russian)

11. Arkhangelskiy, U.I. (1950), “The analytical expression of the magnetization curve of electrical machines”, *Elektrichestvo*, no. 3, pp. 33–37. (in Russian)

12. Bamdas, A.M., Savinovskiy, Yu.A. and Gantsevskaya, A.S. (1966), “Determination of the opti-

mal degree of the polynomial approximation for the basic magnetization curve”, *Izvestiia vuzov, Elektrotehnika*, no. 12, pp. 23–28. (in Russian)

13. Kuznetsova, L.N. (1976), “Approximation of the basic magnetization curves of electrical steels”, *Trudy MEI*, Vol. 287, pp. 53–57. (in Russian)

14. Okhaian, R.V. (1998), “Approximation of the magnetization curve of a quadratic function of steel”, *Elektrichestvo*, no. 4, pp. 70–75. (in Russian)

15. Rodkin, D.I. (2006), “Instantaneous power inductor with saturation”, *Elektromashynobuduvannia ta elektroobladnannia, “Problemy avtomatyzovannogo elektropryvoda. Teoriia I praktyka”*, Vol. 66, pp. 282–285. (in Russian)

16. Rodkin, D.I., Ohar, V.O. and Romashykhin, Yu.V. (2007), “On separation of the components on the iron loss of electrical machines”, *Sbornik nauchnykh trudov Dneprodzerzhynskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta*, Vol. pp. 496–500. (in Russian)

17. Ohar, V.A., Rodkin, D.I. and Kalinov, A.P. (2007), “Justification analytical evaluation of losses in the saturated steel induction motor”. *Visnyk Kremenchutskogo derzhavnogo politekhnichnogo universytetu*, Vol. 4, no. 45, part 1, pp. 98–103. (in Russian)

18. Rodkin, D.I., Martynenko, V.A., Barvinok, D.V. and Geraskin, A.S. (2002), “Power process in asynchronous motor with a rich steel”, *Visnyk KDPU*, Vol. 1, pp. 174–180. (in Russian)

19. Boglietti, A., Cavagnino, A., Ionel, D.M., Popescu, M. and Staton D.A. (2010), “A General model to predict the iron losses in inverter fed induction motors”, *IEEE transactions on industry applications*, Vol. 46, no. 5 pp. 9 (pp.1882–1890).

20. Herranz Gracia, M., Langeand, E. and Hameyer, K. (2007), “Numerical Calculation of Iron Losses in Electrical Machines with a modified Post-Processing Formula”, in: Proc. of 16th COMPUMAG, Aachen.

21. Lotten, T., Pillay, M.P. and N.A. Singampalli, (2003), “Lamination core loss measurements in machines operating with PWM or non-sinusoidal excitation”, *Proc. Electr. Machines Drives Conf.*, Jun. 1–4, 2003, Vol. 2, pp. 743–746.

22. Ruifang Liu, Chris Mi and Wenzhong Gao (2008), “Modeling of Eddy Current Losses of Electrical Machines and Transformers Operated by Pulsewidth-Modulated Inverters”, *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 44, no. 8, pp. 2021–2028.

23. Steinmetz, C. (1984), “On the law of hysteresis (originally published in 1892)”, *Proceedings of the IEEE*, Vol. 72, no. 2, pp. 197–221.

24. Reinert, J., Brockmeyer, A. and Doncker, R. D. (2001), “Calculation of losses in ferro- and ferrimagnetic materials based on the modified Steinmetz equation”, *IEEE Transactions on Industry Applications*, Vol. 37, no. 4, pp. 1055–1061.

25. Brockmeyer, A. (1997), “Sizing tool for magnetic components in power converters applications”, *PhD Thesis*, RWTH Aachen University. pp. 301–305.

26. T. Abdallah, J. Li. and Sullivan, C. (2001), “Improved calculation of core loss with nonsinusoidal waveforms”, *Industry Applications Conference, Thirty-Sixth IAS Annual Meeting. Conference Records*, Vol. 4, pp. 2203–2210.

27. Venkatachalam, K., Sullivan, C., Abdallah, T. and Tacca, H. (2002), “Accurate prediction of ferrite core loss with nonsinusoidal waveforms using only Steinmetz parameters”, *IEEE Workshop on Computers in Power Electronics*, pp. 36–41.

28. Rodkin, D.I., Kalinov, A.P. and Romashykhin, Yu.V. (2006), “Evaluating the effectiveness of methods for diagnosis of AC motors”, *Visnyk Kremenchutskogo derzhavnogo politekhnichnogo universytetu*, Vol. 3, no. 38, part 2, pp. 77–82. (in Russian)

29. Korn, G.A. and Korn, T.M. (1978), *Spravochnik po matematike dlia nauchnykh rabotnikov I inzhenerov* [Mathematical Handbook for Scientists and Engineers], Nauka, Moscow, Russia. (in Russian)

Стаття надійшла 19.04.2013.