

УДК 255:29.1

**ПРИРОДА АНОМАЛЬНОГО РОСТА ПОТЕРЬ В ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКОЙ СТАЛИ
В РЕЖИМЕ ГЛУБОКОГО НАСЫЩЕНИЯ**

В. В. Ченчевой, Д. И. Родькин, В. О. Огарь

Кременчугский национальный университет имени Михаила Остроградского
ул. Первомайская, 20, г. Кременчуг, 39600, Украина. E-mail: vladchen.86@gmail.com

Предпринята попытка объяснить причины формирования аномально высоких значений потерь в стали в режиме глубокого насыщения. Разработана математическая модель формирования потерь в стали, которая отличается учетом временного запаздывания индуктивности от тока намагничивания. Модель представлена в виде блок-схемы, связывающей ток обмотки, ее индуктивность и потери в стали, и является важной в понимании процессов динамического перемагничивания электротехнической стали. Получено выражение для определения потерь в стали на основании нелинейной динамики доменных структур и их неравномерного движения на различных циклах перемагничивания. Полученная зависимость для определения потерь в стали асинхронной машины обеспечивает высокую сходимость расчетных и экспериментальных данных, что необходимо при разработке систем асинхронных электроприводов и асинхронных генераторов с релейным регулятором емкостного тока в цепи возбуждения.

Ключевые слова: потери в стали, ферромагнетик, доменные структуры, гистерезис.

**ПРИРОДА АНОМАЛЬНОГО ЗРОСТАННЯ ВТРАТ В ЕЛЕКТРОТЕХНІЧНІЙ СТАЛІ
В РЕЖИМІ ГЛИБОКОГО НАСИЧЕННЯ**

В. В. Ченчевой, Д. Й. Родькін, В. О. Огарь

Кременчуцький національний університет імені Михайла Остроградського
вул. Першотравнева, 20, м. Кременчук, 39600, Україна. E-mail: vladchen.86@gmail.com

Зроблено спробу пояснити причини формування аномально високих значень втрат у сталі в режимі глибокого насичення. Розроблено математичну модель формування втрат у сталі, яка відрізняється врахуванням тимчасового запізнювання індуктивності намагнічування від струму намагнічування. Модель надана у вигляді блок-схеми, що пов'язує струм обмотки, її індуктивність і втрати в сталі, та є важливою в розумінні процесів динамічного перемагничування електротехнічної сталі. Отримано вираз для визначення втрат у сталі на підставі нелінійної динаміки доменних структур та їх нерівномірного руху на різних циклах перемагничування. Отримана залежність для визначення втрат у сталі асинхронної машини забезпечує високу збіжність розрахункових і експериментальних даних, що необхідно при розробці систем асинхронних електроприводів і асинхронних генераторів з релейним регулятором ємнісного струму в ланцюзі порушення.

Ключові слова: втрати в сталі, ферромагнетик, доменні структури, гістерезис.

АКТУАЛЬНОСТЬ РАБОТЫ. Потери в сердечнике из магнитного материала происходят тогда, когда материал подвергают воздействию изменяющегося во времени магнитного поля. Физическая природа этих потерь до сих пор не совсем понятна. Упрощенное объяснение этого сложного механизма заключается в следующем. Энергия используется для осуществления "движения магнитной доменной структуры (ДС)", когда домены растут и вращаются под действием внешнего магнитного поля. Когда внешнее поле меняет свое направление, происходит переориентация движения ДС согласно новым параметрам магнитного поля. Энергия, связанная с движением ДС, необратима и проявляется в виде тепла в магнитном материале. Скорость, с которой внешнее поле изменяется, имеет значительное влияние на величину потерь, и потери, как правило, пропорциональны некоторой функции изменения магнитного поля. Структура магнитного материала, в том числе его электропроводность, также имеет существенное влияние на величину потерь. В литературе по электрическим машинам и аппаратам эти потери обычно называют потерями в стали.

Классические работы по определению потерь в стали основаны на уравнении Штейнмеца [1–3], со-

гласно которому зависимость потерь в стали от амплитуды индукции описывается степенной функцией:

$$P = cf^\alpha B^\beta, \quad (1)$$

где f – частота внешнего магнитного поля, B – величина магнитной индукции поля.

Показатели α , β и, соответственно, множитель c существенно зависят как от свойств ферромагнитного материала, так и от условий его перемагничивания. Причем значение показателя степени β близко к двум, т.е. зависимость (1) имеет характер изменения, близкий к квадратичному.

Зависимость (1) получена более века назад, широко используется в исследованиях и на практике, причем применим такой подход к оценке потерь только при небольшой степени насыщения, т.е. преимущественно на линейной части характеристики намагничивания.

Широкое применение такой метод определения потерь нашел при определении потерь в стали асинхронных электродвигателей и трансформаторов. Так, для расчета характеристик асинхронного двигателя (АД) на основе схемы замещения установленное режима потери в стали определяются как [4]:

$$\Delta P_c = \frac{E_s^2}{r_m} = \frac{E_s^2 50 F^2}{r_m} = \Delta P_{c50} F^2; \quad (2)$$

$$r_m = \frac{E_s^2 50}{\Delta P_{c50}},$$

где $F = \frac{f_s}{50}$ – относительная частота питания;

E_s – ЭДС контура намагничивания; r_m – активное сопротивление контура намагничивания; ΔP_{c50} – потери в стали АД, рассчитанные для номинального режима

Сопротивление r_m резистора, включаемого в схему замещения параллельно индуктивному сопротивлению взаимной индуктивности, определяется по опытной кривой потерь в стали при стандартной частоте 50 Гц.

Выражение (1) применимо только в предположении, что сталь ненасыщенна. Как показали исследования авторов [4–6], в случае, когда наблюдается режим глубокого насыщения магнитопровода, есть большое несоответствие между расчетными и экспериментальными результатами. Глубокое насыщение соответствует участку «за коленом» кривой намагничивания.

Характерным примером экспериментального определения потерь в стали и, прежде всего, при глубоком насыщении являются исследования, выполненные проф. Петровым Л.П. В работе [4] указано, что рост насыщения приводит к резкому возрастанию потерь, которые становятся соизмеримыми с мощностью двигателя. Учет потерь в стали как величины, пропорциональной квадрату магнитной индукции, создает значительную погрешность, поскольку такая взаимосвязь справедлива только для ненасыщенного магнитопровода. Например, для двигателя А02–31–4 мощностью 2,2 кВт потери в стали при номинальном потоке составляют 40 Вт. Если не учитывать насыщение, то при увеличении потока в 1,5 раза потери должны возрасти в 2,25 раза и составить 90 Вт. В действительности при таком потоке они составляют 850 Вт.

Выводы, сделанные в [4], многократно подтвердились экспериментальными исследованиями, дополнительно говорящими в пользу необходимости поиска доступных методов анализа потерь в стали в режиме глубокого насыщения. Иллюстрацией являются результаты экспериментальных исследований [5], приведенные на рис. 1.

Значительная разница в результатах эксперимента и расчета по общепринятой методике говорит, прежде всего, о важности поднимаемого вопроса.

Для учета потерь в стали в режиме глубокого насыщения общепринятый подход, основанный на уравнении Штейнмеца, ряд исследователей, по существу, модифицируют [7]. При этом гистерезисные потери и потери от вихревых токов представляют в виде зависимостей

$$\Delta P_h = K_h(B) f B^2; \quad (2)$$

$$\Delta P_e = K_e(B) f^2 B^2, \quad (3)$$

где $K_h(B)$, $K_e(B)$ – коэффициенты гистерезисных потерь и потерь от вихревых токов соответственно, значения которых варьируются в зависимости от частоты и индукции магнитного потока.

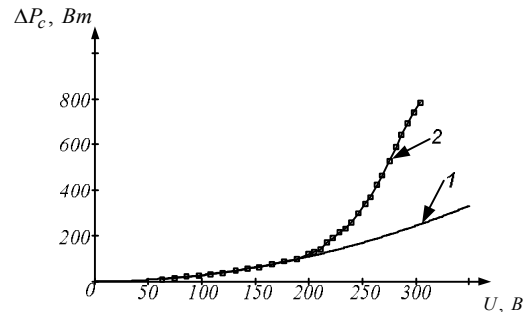


Рисунок 1 – Квадратичная зависимость потерь в стали от напряжения (1) и экспериментальная кривая (2)

Коэффициенты K_h и K_e представляются полиномиальными зависимостями от индукции B :

$$K_h(B) = K_{h3} B^3 + K_{h2} B^2 + K_{h1} B + K_{h0}; \quad (4)$$

$$K_e(B) = K_{e3} B^3 + K_{e2} B^2 + K_{e1} B + K_{e0}. \quad (5)$$

В выражениях (2)–(5) значения коэффициентов K_h , K_e , а также индукции нуждаются в экспериментальном определении, что, естественно, является сложной, затруднительной процедурой. Примечательно, что авторы работы напрямую указывают на сложность зависимостей K_h и K_e от индукции.

При перемагничивании стали несинусоидальным током составляющие мощности потерь определяются как

$$\Delta P_{c\Sigma} = \sum_{n=1}^{n=N} \Delta P_{hn} + \sum_{n=1}^{n=N} \Delta P_{en}, \quad (6)$$

где $\Delta P_{hn} = K_{hn}(B_n) f^2 n^2 B_n^2$; $\Delta P_{en} = K_{en}(B_n) f n B_n^2$; n – порядок гармоник индукции.

Очевидна сложность такого подхода при оценке потерь, и это является причиной ограниченности применения метода в инженерной практике.

Анализ источников показывает на стремление исследователей найти другие подходы к решению задачи, что говорит однозначно как о незаконченности поисков, так и стремлении повысить точность результатов анализа. В работе [8] сделана попытка учесть наличие гармоник индукции, при этом потери определяются суммой

$$\Delta P_c = K_{ec} \sum_{n=1}^{n=\infty} B_n^2 (fn)^2, \quad (7)$$

где K_{ec} – коэффициент, определяемый на основании параметров материала ферромагнетика с допол-

нением поправочного коэффициента, определяемого достаточно сложным путем с использованием гиперболических функций. В исследовательской работе [9] потери в стали определяются с учетом того, что их уровень зависит не только от приращения и величины индукции, но и от скорости ее изменения в степени 2 и 1,5.

В работе [10] показано, что при росте амплитуды индукции вплоть до глубокого насыщения значения β для ферромагнетика увеличивались и становились больше двух, т.е. наблюдалось проявление эффекта роста потерь.

Выявление причин, приводящих к значительному росту потерь с увеличением магнитной индукции B , в указанных работах не проводилось, между тем ясно, что их выяснение имеет не только научный, но также и значительный практический интерес. Это особенно актуально при анализе процессов в асинхронных машинах, работающих в режиме глубокого насыщения, в частности, в электроприводах с преобразователями частоты при расчете пускового момента, формируемого в процессе пуска, при расчете тормозного момента асинхронного двигателя, работающего в режиме конденсаторного торможения. Учет потерь в стали важен при проектировании генераторных установок на базе асинхронной машины, в частности, при расчете максимальной мощности, реализуемой генератором.

Появившиеся в 50–60 годах теоретические работы позволили установить взаимосвязь между параметрами полосовой доменной структуры (скоростью смещения границ, размерами доменов) и величиной магнитных потерь образцов Fe–Si сплавов. Эти работы инициировали появление многочисленных экспериментов, связанных с проверкой указанных теоретических положений.

Как известно, под термином “магнитные потери” понимают ту часть энергии магнитного поля, которая затрачивается на нагревание ферромагнетика при его циклическом перемагничивании и рассеивается в виде тепла в окружающем пространстве. В настоящее время, в значительной мере по традиции, полные магнитные потери P принято подразделять на гистерезисные P_h и вихретоковые P_e составляющие:

$$P = P_h + P_e. \quad (8)$$

Гистерезисные потери в мягких магнитных материалах связываются, главным образом, с необратимостью смещения доменных границ, обусловленной различными структурными несовершенствами кристаллической решетки образцов (пустоты, включения, неоднородные напряжения и т.д.) [11, 12]. Вихретоковые потери обусловлены появлением при сравнительно быстром изменении магнитного потока паразитных вихревых токов, которые приводят, помимо нагрева образца, к уменьшению эффективности проницаемости материала и другим особенностям процессов перемагничивания [13, 14]. Теряемая энергия гистерезисных потерь чаще всего определяется по площади квазистатической петли гистерезиса S . За один цикл перемагничивания величина

потерь равна [14]

$$P_h = \frac{1}{4\pi} \oint B dH = \frac{S}{4\pi}, \quad (9)$$

а за f циклов в секунду мощность удельных потерь на гистерезис равна

$$P_h = \frac{Sf}{4\pi\gamma}, \quad (10)$$

где S – площадь статического цикла гистерезиса, H – напряженность магнитного поля, γ – удельная плотность материала.

Следует отметить, что вопрос о непосредственном механизме формирования гистерезисных потерь в настоящее время окончательно не решен. В литературе по этому поводу высказывается несколько точек зрения. Так, например, в работах [14–16] возникновение потерь на гистерезис связывается с неоднородностью скорости смещения доменных границ (ДГ), приводящей к возникновению вихревых токов. В связи с этим считается сомнительным представление о гистерезисных потерях как самостоятельной части полных потерь и деление последних на упомянутые выше составляющие, поскольку они имеют один и тот же механизм рассеяния энергии. В работе [17] указано на возможность рассеяния энергии намагничивающего поля за счет магнитострикционного трения, возникающего в движущихся ДГ. Авторы работы [18], исходя из расчетов, проведенных на основе общих принципов термодинамики необратимых процессов, показали, что учет взаимодействия между магнитной подсистемой и решеткой ферромагнетика приводит к рассеянию некоторой части энергии (гистерезисные потери) даже в материале с “идеальной” кристаллической решеткой при бесконечно медленном ее перемагничивании.

Из краткого перечня рассмотренных работ, касающихся механизма возникновения потерь на гистерезис, следует, что данный вопрос в настоящее время далеко не решен. Вихретоковые потери, в отличие от гистерезисных, не поддаются прямому измерению, и определяются обычно по разности полных и гистерезисных потерь. Кроме того, они могут быть непосредственно вычислены из уравнений классической электродинамики, причем особенно простое решение задачи может быть получено в предположении постоянства магнитной проницаемости по объему ферромагнетика. В этом случае мощность удельных (рассчитанных на единицу массы вещества) вихретоковых потерь в материале с удельным электрическим сопротивлением материала ρ и толщиной листа d (при синусоидальном изменении индукции) равна [19]:

$$P_e = \frac{\pi (dfB_m)^2}{2\gamma\rho c^2}, \quad (11)$$

где B_m – амплитудное значение индукции, f – частота изменения индукции; c – скорость света. Рассчитанные при таких предположениях потери получили название “классических” вихретоковых потерь.

Видно, что величина потерь растет квадратично с частотой и амплитудой индукции и, напротив, снижается (также квадратично) с уменьшением толщины материала.

Как уже отмечалось выше, мощность измеренных полных магнитных потерь всегда больше суммы потерь на гистерезис, рассчитанных по выражению (2), и потерь на вихревые токи, вычисленных из последнего выражения (5). Для преодоления этого противоречия были введены в рассмотрение так называемые "дополнительные" потери неизвестной природы – P_a , равные

$$P_a = P - (P_h + P_e). \quad (12)$$

Величина мощности "дополнительных" потерь в лучших марках анизотропной электротехнической стали составляет более 50 % величины полных магнитных потерь [20, 21]. Этим обстоятельством объясняется наличие очень большого числа исследований, направленных на выяснение природы "дополнительных" потерь и путей их снижения в текстурованных электротехнических сталях.

Целью данной работы является объяснение механизма формирования аномально высоких значений потерь в стали в режиме глубокого насыщения и разработка способа их определения.

МАТЕРИАЛ И РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЙ.

Многие электротехнические устройства (силовые трансформаторы, электрические машины, трансформаторы тока, дроссели и т.д.) содержат шихтованные магнитопроводы, которые набираются из пластин электротехнической стали. При работе этих устройств значительная часть энергии рассеивается в их магнитных системах. По имеющимся оценкам [22], в магнитопроводах электрических машин и аппаратов теряется более 6 % всей производимой в стране энергии. Потери в стали в силовых трансформаторах мощностью 16000–40000 кВА на напряжения 110–500 кВ составляют в среднем 26,5 % суммарных потерь. Уменьшения потерь можно добиться за счет улучшения характеристик используемой стали, но это приводит к удорожанию изделия из-за более высокой цены материала. Другой возможный путь – это совершенствование конструкций магнитопроводов электротехнических устройств в результате оптимизационных расчетов с помощью математических моделей, с высокой точностью описывающих электромагнитные процессы.

При современном развитии теоретической электротехники в области расчета электромагнитных полей дальнейшее совершенствование математических моделей электротехнических устройств возможно за счет более точного учета всех основных свойств материалов. В частности, при расчете поля в магнитопроводах, изготовленных из изотропной электротехнической стали в результате учета нелинейности, гистерезиса, вихревых токов и магнитной вязкости. Кроме этого, в связи со сложностью исследуемых систем, совершенствование моделей возможно также за счет разработки методов анализа

поля, обеспечивающих снижение размерности численных дискретных моделей при сохранении необходимой точности.

Процессы перемагничивания электротехнической стали в шихтованных магнитопроводах электроэнергетических устройств детально исследовались в работах [23–31]. Анализ полученных результатов показал, что в магнитопроводах электротехнических устройств, изготовленных из листовой электротехнической стали, даже при синусоидальном питающем напряжении часто возникают сложные режимы локального перемагничивания, при которых индукция оказывается несинусоидальной. Такая ситуация наблюдается, например, в многорамных магнитопроводах силовых трансформаторов [22–24]. Исследования, проведенные в работе [30], позволяют утверждать, что несинусоидальность индукции является одной из причин увеличения потерь. Анализ распределения поля в магнитных системах трехфазных трансформаторов и электрических машин [25–31] показывает, что в их отдельных частях имеют место наиболее сложные режимы пространственного перемагничивания стали, при которых векторы индукции и напряженности меняются не только по величине, но и по направлению. В результате распределение поля и потерь по объему магнитных систем оказывается существенно неоднородным и, например, в зоне Т-соединения трехфазного трансформатора потери в 2,4 раза превышают средние потери в стержнях [29].

При динамическом перемагничивании ферромагнетика, в том числе на промышленной частоте, на характеристики стали существенное влияние оказывают вихревые токи и магнитная вязкость, которые также должны учитываться.

В настоящее время для моделирования гистерезиса привлекается разнообразный математический аппарат. Простейшие модели гистерезиса Релея, Кондорского, Дюгема [10] сводятся к аппроксимации петель гистерезиса и обеспечивают приемлемую точность только при малых индукциях [36]. Другие модели такого типа описаны в работах [37–39].

Универсальные модели гистерезиса должны обеспечивать возможность описания характеристик стали в произвольных режимах ее перемагничивания.

В магнитопроводах реальных электротехнических устройств наиболее часто наблюдается динамическое перемагничивание стали. Кроме основных свойств стали (нелинейности и гистерезиса), проявляющихся при квазистатическом перемагничивании, существенное влияние на ее характеристики в динамических режимах оказывают вихревые токи и магнитная вязкость. Теоретические основы исследования динамического перемагничивания ферромагнетиков, основанные на методе эквивалентных синусоид, изложены в фундаментальной монографии Л.Р. Неймана [40]. В настоящее время имеется большое число публикаций, посвященных моделированию однонаправленного динамического перемагничивания электротехнической стали при задан-

ном изменении во времени магнитного потока или напряженности на поверхности листа. Такая постановка задачи является традиционной [20], а ее решение при постоянной магнитной проницаемости материала может быть найдено аналитически [20, 41, 42]. Также просто рассчитывается поле в предположении, что характеристики стали описываются прямоугольной петлей гистерезиса [43].

При задании характеристик стали кривой намагничивания поле в листе описывается системой нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных. Варианты численного решения такой задачи приводятся в работе [40]. Однако ни такое приближение, ни более точное [44], при котором свойства стали задаются статической петлей гистерезиса, не позволяют получить хорошего совпадения с экспериментальными данными. В частности, найденные в результате расчета потери в стали оказываются меньше измеренных на образцах. В работе [45] наличие дополнительных потерь объясняют явлением магнитной вязкости, проявляющимся в виде временного запаздывания изменения намагниченности при изменении магнитного поля в режимах динамического перемагничивания. Отметим, что в зависимости от режимов перемагничивания различают два типа магнитной вязкости. Первый тип вызывается, в основном, вихревыми микротоками, которые возникают при изменении поля, связанном с перемагничиванием доменов, и наиболее заметен при изменении напряженности поля в интервале значений, близких к коэрцитивной силе. Второй тип магнитной вязкости вызван наличием примесей, которые задерживают изменение ДС при перемагничивании. В этой ситуации возникает необходимость корректировки статических характеристик стали при расчете динамического перемагничивания с использованием той или иной модели, описывающей магнитную вязкость.

Учет гистерезиса при расчете пространственно-временного распределения поля существенно усложняет численные модели. Последнее объясняется неоднозначной гистерезисной зависимостью, связывающей векторы индукции и напряженности магнитного поля. В результате при традиционном использовании алгоритмов, сводящихся к расчету поля на последовательных временных слоях, возникает необходимость выбора ветви многозначной функции, описывающей гистерезис, которая определяется неизвестным решением на следующем временном шаге. Поэтому задача учета векторного гистерезиса при расчете пространственно-временного распределения поля в магнитопроводах по-прежнему остается актуальной.

Задачи анализа плоскопараллельного электромагнитного поля в ограниченных и неограниченных кусочно-однородных ферромагнитных областях возникают при расчете интегральных параметров электрических машин с «открытыми» магнитными системами (линейные асинхронные двигатели, односторонние линейные индукторные двигатели и т.д.), а также при расчете потоков рассеяния в окрестностях угловых и

узловых зон магнитопроводов трансформаторов.

Для анализа процессов, происходящих в ферромагнитном материале, необходимо знание зависимостей мгновенной мощности в индуктивных элементах. Выражения для мощности должны адекватно отражать реальные физические процессы, связывающие ток обмотки, ее индуктивность и потери в стали.

Общие зависимости, описывающие ЭДС контура и мгновенную мощность на индуктивности, имеют вид [46–48]

$$E(t) = \left[\frac{d}{dt} \{L(t)I(t)\} \right]; \quad (13)$$

$$P(t) = E(t)I(t).$$

На практике известными являются не зависимость индуктивности от времени, а зависимости потокосцепления $\Psi(I)$ от тока, ЭДС от тока намагничивания, т.е. те зависимости, которые достаточно просто определить $L(I)$, а затем и $L(t)$ может быть получено из зависимости

$$L(I) = \frac{d}{dI} \Psi(I). \quad (14)$$

Следует учитывать, что $\Psi(I)$ можно описать полиномом:

$$\Psi(I) = a_1 I + a_3 I^3 + a_5 I^5 + \dots + a_{i+2} I^{i+2}. \quad (15)$$

После преобразований зависимость $L(I)$ будет иметь вид

$$L(I) = a_1 + 3a_3 I^2 + 5a_5 I^4 + \dots + (i+2)a_{i+2} I^{i+1}. \quad (16)$$

Если учесть, что $I(t)$ – периодическая зависимость, то она может быть представлена соответствующим тригонометрическим рядом, а то обстоятельство, что в (16) только четные степени, можно сделать вывод о том, что во временной зависимости индуктивности $L(t)$, получаемой путем подстановки в (16) вместо I зависимости $I(t)$, будут присутствовать только гармоники с четными частотами (2, 4, 6, 8...), а также постоянная составляющая. Четные степени указывают на то, что при насыщении ($I(t) \neq 0$) постоянная составляющая индуктивности будет изменяться за счет парциальных компонент, появляющихся при частотных преобразованиях гармонических составляющих тока в соответствующих степенях.

К сказанному следует добавить важное замечание, касающееся того, что получаемая зависимость не учитывает отмеченного ранее факта отставания потока (индуктивности) от тока намагничивания вследствие свойств доменной структуры ферромагнетиков при изменяющемся во времени намагничивании. Это свойство можно учесть за счет соответствующего угла сдвига каждой из гармоник тока намагничивания, входящих в периодическую зави-

симось $I(t)$. Тогда выражение для индуктивности во времени получим путем подстановки в выражение $L(I)$ скорректированной зависимости по фазовому углу в сторону опережения гармоник тока намагничивания. По существу это означает, что для учета запаздывания в процессе формирования потока можно представить ток намагничивания опережающим. Тогда

$$L'(I) = a_1 + 3a_3 (I'(t))^2 + 5a_5 (I'(t))^4 + \dots + (i+2)a_{i+2} (I'(t))^{i+1}. \quad (17)$$

При этом полагаем, что

$$I(t) = \sum_{m=1}^{m=\infty} I_m \cos(m\Omega t + \varphi_m), \quad \text{в то время как}$$

$$I'(t) = \sum_{m=1}^{m=\infty} I_m \cos(m\Omega t + \varphi_m - \psi_m). \quad (18)$$

Здесь m – номер гармоники тока намагничивания при разложении его в тригонометрический ряд; φ_m – фазовый сдвиг гармоники, получаемый при формировании тригонометрического ряда; ψ_m – угол фазовой коррекции для учета запаздывания процесса формирования потока при переменном перемагничивании.

Рассматриваемый процесс иллюстрирован диаграммами (рис. 2).

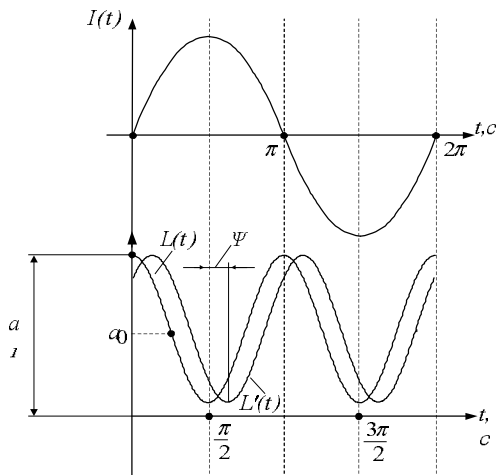


Рисунок 2 – Зависимости тока и индуктивности с учетом процесса запаздывания при переменном перемагничивании

Достаточно громоздкий математический аппарат определения отмеченных выше параметров здесь не приводится. При анализе вопроса уместно указать, что угол запаздывания потока относительно тока ψ_m является функцией многих параметров, характеристик электротехнической стали и др. Его значение в конечном итоге находится в пределах нескольких градусов, вследствие чего можно считать $\cos\psi_m = 1,0$ и $\sin\psi_m = \psi_m$. Так как для каждой гармоники тока ψ_m имеет свое значение, то при оценке

потерь в стали при известном ψ_1 для первой гармоники можно считать справедливым равенство $\psi_m = m\psi_1$, что вполне соответствует теоретическим положениям тригонометрических рядов; при достаточно приближенных расчетах, с учетом не более трех гармоник тока намагничивания, можно допустить равенство $\psi_l = \psi_m$.

В связи с этим ЭДС контура намагничивания можно определить с использованием следующей зависимости:

$$E(t) = \left[\frac{d}{dt} \{ \dot{L}(t) I(t) \} \right] = \frac{dL(t)}{dt} I(t) + \frac{dI(t)}{dt} \dot{L}(t), \quad (19)$$

где $L(t)$ – зависимость индуктивности во времени при протекании тока по обмотке $I(t)$; $E(t)$ – ЭДС обмотки, формирующаяся в результате действия изменяющейся во времени индуктивности.

Мощность потерь в стали определится зависимостью

$$P(t) = E(t)I(t) = \frac{dL(t)}{dt} I^2(t) + \frac{dI(t)}{dt} I(t)L'(t). \quad (20)$$

Полученные выражения представляются важными в понимании энергопроцессов, протекающих в насыщаемой стали. Потери при изменении индуктивности, что соответствует первой составляющей в (20), эквивалентны гистерезисным потерям в стали, а потери, пропорциональные скорости изменения тока, – потерям в короткозамкнутых элементарных контурах (потерям от вихревых токов).

С целью детализации и уяснения отдельных положений, касающихся предлагаемого метода, на рис. 3 представлена блок-схема формирования потерь в стали с учетом временного запаздывания потока от тока намагничивания.

Входным сигналом для схемы является сигнал тока, полученный экспериментально или путем моделирования.

С позиции анализа физических процессов правильно запаздывание представить в форме нелинейности НБ1, параметры которой необходимо определять дополнительно, в частности, как это отмечено выше, посредством определения потерь при ненасыщенной стали и естественного предположения при этом равенства нулю высших гармонических тока намагничивания.

В блоках перемножения Б1, Б3, МБ1, Б5–Б7, Б10–Б12, Б2, Б4, Б8, Б9, Б13, Б14 осуществляется функция умножения амплитуды m -ой гармоники тока на тригонометрическую функцию (косинус) в выражении (18), которая, в свою очередь, осуществляется в блоках НБ2–НБ7. В блоках перемножения Б15–Б17 осуществляется функция умножения производных тока и индуктивности на соответствующие функции в выражениях (19) и (20) для определения ЭДС контура намагничивания и мощности потерь в стали.

Для нахождения характеристики намагничивания стали сердечника решим задачу определения зависимости $L(I)$ на основании анализа приближенной схемы замещения без учета потерь в стали.

Для катушки с активным сопротивлением $R = 5,1$ Ом и индуктивностью в ненасыщенном со-

стоянии $a_0 = 0,231$ Гн построены характеристики намагничивания: динамические петли гистерезиса и кривые намагничивания. Положим, что заданная характеристика $L(I)$ имеет вид, представленный на рис. 4.

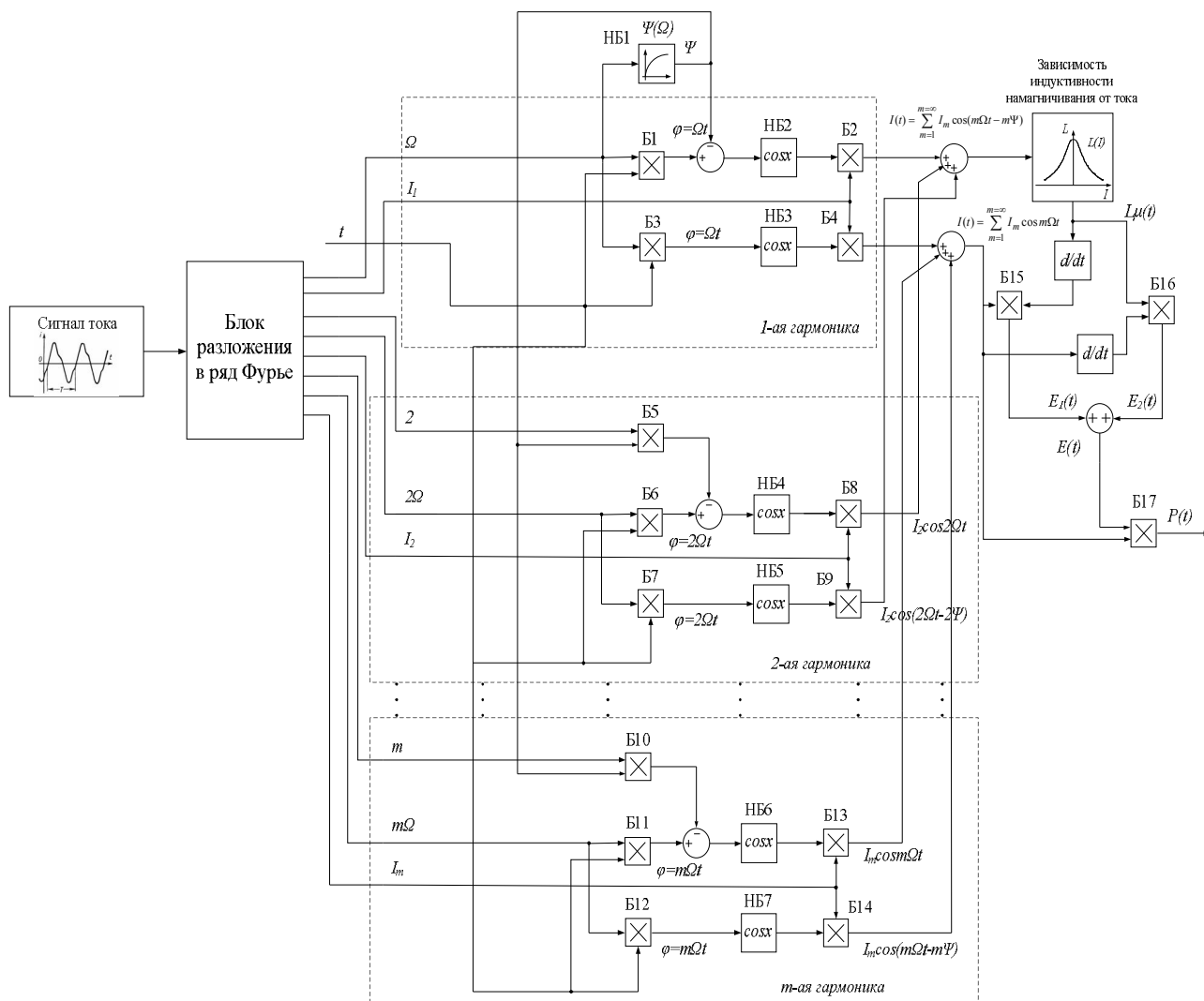


Рисунок 3 – Блок-схема формирования потерь в индуктивности с насыщением

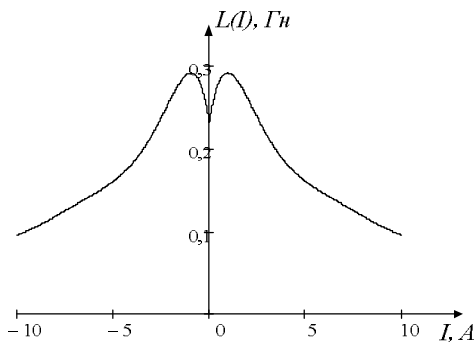


Рисунок 4 – Заданная нелинейная зависимость индуктивности от тока

Зависимость $L(I)$ представлена степенным полиномом вида:

$$L(I) = a_0 + a_1 I^2(t) + a_2 I^4(t) + a_3 I^6(t) + a_4 I^8(t) + a_5 I^{10}(t), \quad (21)$$

где $a_0 - a_5$ – коэффициенты, равные: $a_0 = 0,231$; $a_1 = -9,5 \cdot 10^{-4}$; $a_2 = 1,4 \cdot 10^{-5}$; $a_3 = 6,6 \cdot 10^{-7}$; $a_4 = -7,1 \cdot 10^{-9}$; $a_5 = 2,5 \cdot 10^{-11}$.

Статическая и динамическая кривая намагничивания, рассчитанные, соответственно, по выражению

ям (4) и (5) при перемагничивании ферромагнетика, представлены на рис. 5.

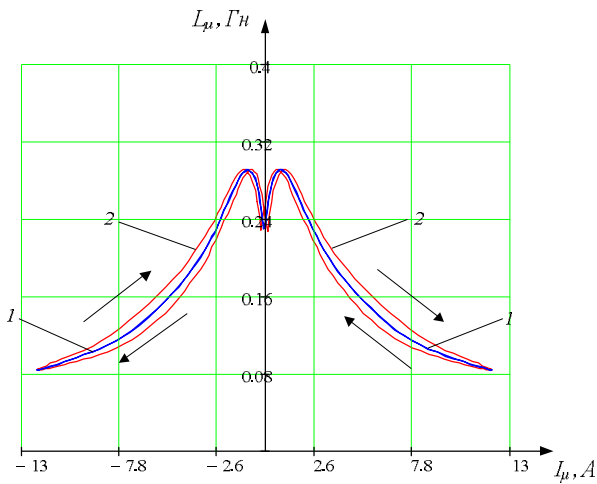


Рисунок 5 – Кривые намагничивания:
1 – статическая; 2 – динамическая

Интерес вызывает форма петель гистерезиса, полученная с помощью блок-схемы (рис. 6, 7). Как видно из полученных результатов, временное запаздывание потока от тока намагничивания – это косвенное подтверждение изменения скорости намагничивания в режиме насыщения.

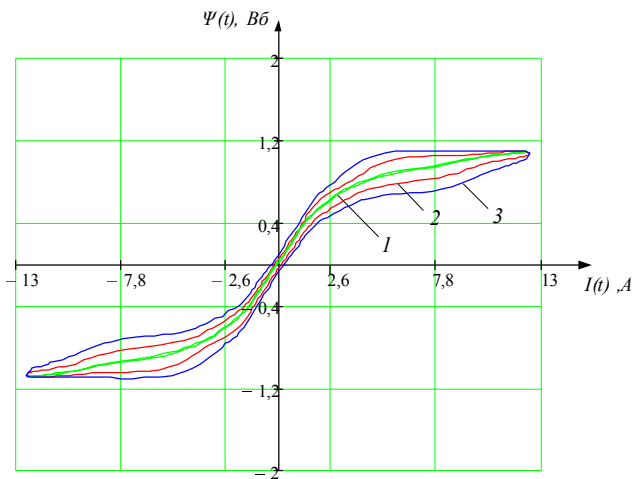


Рисунок 6 –Петля гистерезиса при различных значениях угла сдвига потока (индуктивности) от тока намагничивания (для первой гармоники) при напряжении питания 300 В: 1 – $\psi_1 = 0,005$ рад;
2 – $\psi_1 = 0,05$ рад; 3 – $\psi_1 = 0,1$ рад

В работе [49] получены аналогичные динамические петли гистерезиса на образцах пленки феррит-граната. Благодаря совершенству кристаллической структуры и разнообразию физических свойств, ферриты-гранаты являются объектом проверки тео-

ретических концепций магнетизма. Исследования монокристаллических пленок ферритов-гранатов ведутся, начиная с 1970-х годов. Внимание исследователей в области динамики доменных структур в одноосных ферромагнетиках, какими в большинстве случаев можно считать пленки ферритов-гранатов, было сосредоточено на исследовании следующих магнитных явлений: нелинейной динамики ДС, механизмов импульсного перемагничивания, механизмов формирования доменных структур.

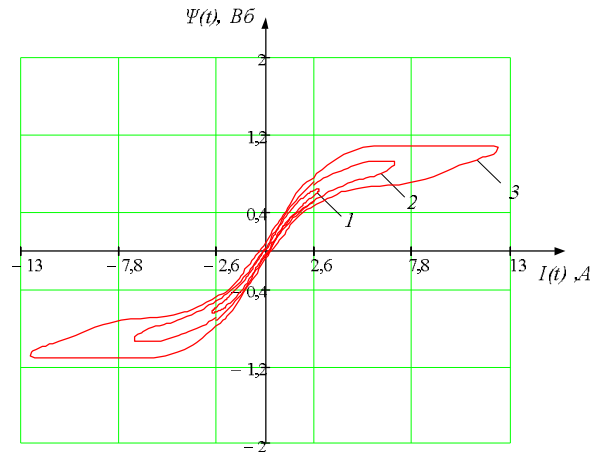


Рисунок 7 – Петля гистерезиса при различных значениях напряжения питания при угле сдвига потока (индуктивности) от тока намагничивания (для первой гармоники) $\psi_1 = 0,1$ рад:
1 – 100 В; 2 – 200 В; 3 – 300 В

При увеличении амплитуды поля петли гистерезиса видоизменяются, происходит незначительное раскрытие петли на ее концах. Это связано с коллапсированием части доменов при намагничивании и зарождении части доменов при размагничивании образца. Таким образом, добавляется еще один механизм перемагничивания – зарождение и коллапсирование доменов.

Для понимания данного явления нужно рассмотреть классические представления о намагничивании ферромагнетика. Характерной особенностью ферромагнетика является нелинейная зависимость намагниченности от напряженности внешнего магнитного поля [50]. Кривую намагничивания можно разделить на участки, соответствующие различным механизмам перемагничивания (рис. 8). Область I – область обратимых процессов намагничивания. При возрастании и убывании напряженности магнитного поля изменение намагниченности прямо пропорционально изменению напряженности поля. Изменение намагниченности в этой области обусловлено упругим смещением границ между магнитными областями, но если процессы смещения границ исключены, то – поворотом вектора намагниченности на небольшой угол.

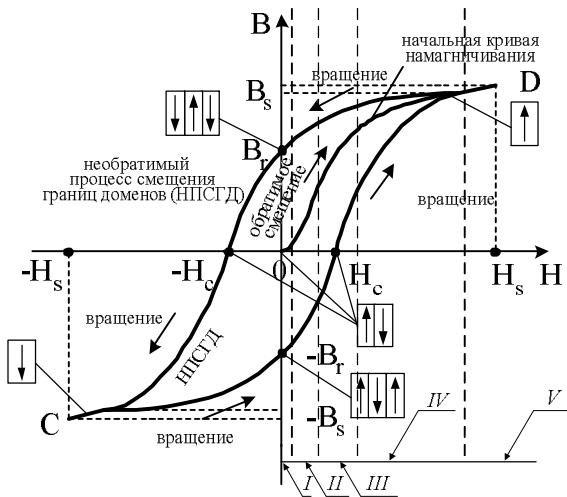


Рисунок 8 – Типичная петля магнитного гистерезиса и кривая намагниченности ферромагнетика

Область II (область Релея) – обратимое и необратимое смещение ДС.

Область III – область максимальной крутизны кривой намагничивания характеризуется наиболее интенсивным протеканием процесса необратимого смещения ДС.

В области IV процессы смещения ДС уже в основном закончены и намагничивание осуществляется путем процесса вращения вектора намагниченности в отдельных доменах.

Область V – область парапроцесса (истинного намагничивания), здесь процессы технического намагничивания уже завершены.

При переходе к быстроизменяющимся магнитным полям или к импульсному перемагничиванию поведение ферромагнетиков будет описываться не статической, а динамической петлей гистерезиса.

Ферромагнитные металлы все без исключения обладают магнитным гистерезисом, даже если изменения поля будут бесконечно медленные (квазистатические). Кроме того, с увеличением скорости изменений поля запаздывание магнитной индукции еще больше возрастает и обуславливается не только «статическим» гистерезисом, но также и конечностью скорости изменения поля H внутри ферромагнетика. Это добавочное возрастание запаздывания принято называть магнитной вязкостью или последствием. Физическая природа этого явления до конца не выявлена, но его связывают с инерцией носителей магнитного потока и среды, испытывающей механическую магнитоstrictionную деформацию.

Площадь петли гистерезиса всегда определяет суммарные потери энергии за полный цикл перемагничивания. В случае динамической петли ее площадь определяет потери, как вследствие гистерезисных явлений, так и вследствие вихревых токов и магнитной вязкости.

Если в статическом режиме перемагничивания магнитный материал характеризуется зависимостью

$B=f(H)$, то в динамическом режиме связь между B и H нельзя выразить столь простой функцией; как показали экспериментальные исследования, форма петли гистерезиса обусловлена формой зависимости магнитного поля от времени – $H=f(t)$.

Для примера на рис. 9 приведены петли гистерезиса при различных скоростях изменения напряженности магнитного поля $H=f(t)$. Скорость изменения магнитного поля (dH/dt) в точке 1 равно какой-то величине a_1 , в точке 2 – a_2 , при этом $a_2 > a_1$, что обусловлено явлением магнитной вязкости.

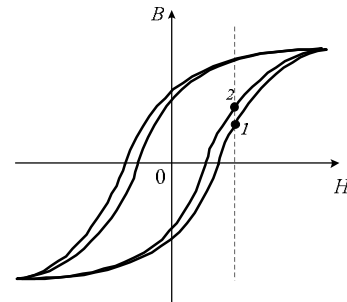


Рисунок 9 – Петли гистерезиса при различных скоростях изменения поля:

$$1 - \frac{dH}{dt} = a_1; 2 - \frac{dH}{dt} = a_2; a_1 > a_2$$

Рассмотрим подробно поведение ДС на отдельных циклах перемагничивания при формировании петли гистерезиса при высоких значениях магнитной индукции. При изменении магнитного поля прослеживается картина постепенного зарождения ДС, смещения и последующего исчезновения, т.е. при повышенных значениях B_m число ДС в течение полного цикла перемагничивания не остается постоянным, непрерывно меняется. Исходя из этого, увеличение амплитуды индукции приводит к усилению нерегулярностей смещения ДС. Заметно увеличивается также и неоднородность скоростей смещения ДС. Отличия в скоростях движения ДС на одном и том же цикле перемагничивания достигали порядка 70 % [51]. Такое поведение ДС в области высокой индукции в значительной мере связано с ростом зародышей перемагничивания, т.е. с процессами формирования ДС.

Перемагничивание при высоких индукциях начинается с роста зародышей. По мере изменения магнитного поля зародыши перемагничивания начинают увеличиваться в длину, после чего наблюдается смещение 180-градусных ДС, а затем, при изменении знака намагничивающего поля, происходит уничтожение доменов, вектор намагниченности которых направлен противоположно приложенному полю. Далее, в течение значительной части периода перемагничивания, картина ДС остается практически неизменной: число зародышей, их размеры не изменяются. При дальнейшем изменении величины, а затем и направления поля характер поведения ДС следующий: виден рост зародышей в длину, смеще-

ние ДС и затем вновь уничтожение областей с вектором намагниченности, противоположным направленному внешнему полю.

Поскольку процесс перемагничивания ферромагнетика при высоких значениях B_m тесно связан с ростом и уменьшением зародышей перемагничивания, то и поведение последних должно отразиться на изменении формы петли гистерезиса.

Такое поведение ДС позволяет объяснить причины искажения формы петли гистерезиса при высоких значениях магнитной индукции (режим глубокого насыщения).

При этом основным механизмом перемагничивания, определяющим форму петли гистерезиса, является динамика движения ДС.

Нарушение формы петли гистерезиса проявляется, прежде всего, в появлении вблизи $B_{cp}=B_m$ горизонтального участка с $\frac{dB}{dt} \rightarrow 0$, длительность которого увеличивается по мере роста B_m (участок 1, рис. 10). Эти участки следует связывать с неизменностью вида ДС. Действительно, ДС вблизи $B_{cp}=B_m$, как было показано в работах [51, 52], не испытывает видимых изменений в течение длительного времени, скорость смещения ДС низкая. В данном случае происходит изменение динамики ДС при повороте магнитного поля. Показано, что в случае, если движение ДС определяется размагничивающим полем, скорость ДС снова уменьшится и при дальнейшем увеличении поля такое возрастание–убывание будет повторяться.

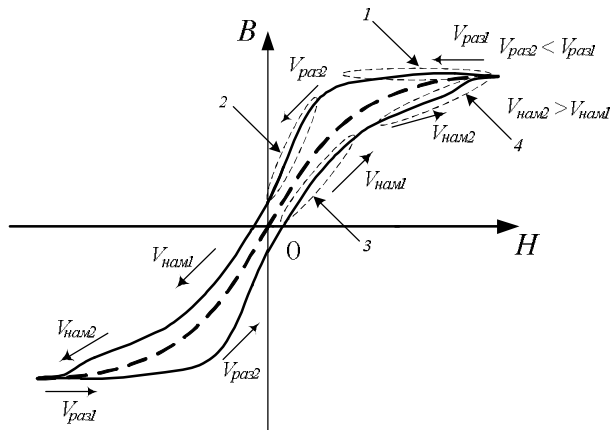


Рисунок 10 – Петля гистерезиса при неравномерности динамики движения доменных структур:

- $V_{нам1}$ и $V_{нам2}$ – скорости движения ДС соответственно, для ненасыщенного и насыщенного участка при намагничивании ферромагнетика;
- $V_{раз1}$ и $V_{раз2}$ – скорости движения ДС соответственно, для насыщенного и ненасыщенного участка при размагничивании ферромагнетика

В работе [52] экспериментально показано, что установившаяся скорость перемагничивания ферромагнетика, как и время зарождения границ, зависит и от величины перемагничивающего поля, и от его направления.

Вследствие этого и изменение индукции на этом этапе перемагничивания будет близким к нулю. Поскольку время "замороженного" состояния зародышей перемагничивания растет с увеличением B_m , то и длительность участка с $\frac{dB}{dt} \rightarrow 0$ будет также уве-

личиваться. Затем вблизи динамической коэрцитивной силы образца ($B_{cp}=0$), где происходит прорастание зародышей и идет процесс смещения 180-градусных ДС, скорость изменения индукции будет наибольшей, т.е. $\frac{dB}{dt}$ должно расти наиболее

круто (участок 2, рис. 10). Поскольку по мере увеличения индукции возрастает как скорость роста зародышей перемагничивания, так и скорость смещения

180-градусных ДС, то понятно увеличение степени роста $\frac{dB}{dt}$ (участок 3, рис. 10), наблюдаемое в окрестности динамической коэрцитивной силы ($V_{раз2} \gg V_{раз1}$). При этом в области малых значений магнитной индукции скорость смещения ДС изменяется линейно, а при дальнейшем увеличении резко возрастает ($V_{нам2} \gg V_{нам1}$).

Так, в работе [53] определен характер изменения усредненной скорости смещения ДС – \bar{v}_{mi} от величины амплитуды в области насыщения. Такая зависимость при частоте $f=60$ Гц приведена на рис. 11.

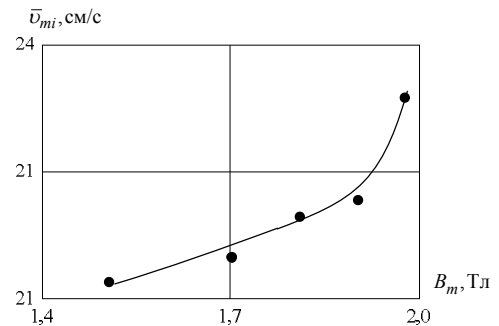


Рисунок 11 – Зависимость скорости смещения ДС от амплитуды индукции ($f=60$ Гц)

Видно, что $\bar{v}_{mi} = f(B_m)$ имеет неодинаковую степень роста с увеличением индукции: до $B_m=1,8-1,9$ Тл она линейна, а далее (при $B_m > 1,9$ Тл) становится более крутой.

Вследствие того, что скорость в режиме насыщения значительно выше, чем на начальном цикле перемагничивания, то и переход в режим насыщения становится интенсивнее. Данное поведение ДС определяет форму изгиба петли гистерезиса на намагничивающем участке (участок 4, рис. 10).

Совокупность данных: рост скорости границ при увеличении значения магнитной индукции, а также существенное снижение при изменении направления поля – дает основание предполагать, что суще-

ствует связь между движением ДС и формой петель гистерезиса. Расширение петель гистерезиса увеличивается по мере роста амплитуды поля из-за инерционных эффектов при движении ДС.

Доменные структуры (стенки) представляют собой границы между доменами, и их смещение не означает перемещения какой-либо части вещества. Тем не менее можно говорить об инерции такого смещения, на что впервые указал Дёринг [54]. С учетом инерции, закон смещения 180-градусных ДС в общем случае выражается следующим уравнением движения:

$$m \frac{d^2 s}{dt^2} + \beta \frac{ds}{dt} + as = 2M_s H, \quad (22)$$

где m – масса доменной стенки, приходящаяся на единицу площади; β – коэффициент, описывающий трение; M_s – намагниченность насыщения; a – коэффициент, описывающий возвращающую силу и равный второй производной энергии стенки по координате s . Величина $2M_s H$, стоящая в правой части (22), соответствует давлению, действующему на 180-градусную ДС.

Потери энергии в расчете на единицу площади ДС [52]

$$P_\omega = \frac{2\pi\lambda\mu_0\gamma}{v^2 A} v^2, \quad (23)$$

где γ – энергия ДС, приходящаяся на единицу площади; v – гиромангнитное соотношение; A – константа неоднородного обменного взаимодействия; μ_0 – магнитная проницаемость вакуума; λ – константа спин-орбитального взаимодействия.

Для стационарного движения ДС одномерная теория дает следующее соотношение между скоростью v и приложенным полем H [55]:

$$v = \mu H, \quad (24)$$

где подвижность ДС

$$\mu = \alpha^{-1} \gamma (A/K_u)^{1/2}, \quad (25)$$

где $K_u = H_k M_s / 2$ – константа одноосной анизотропии; α – безразмерный параметр затухания Гильберта [49].

При достижении внешним полем значения $H_W = 2\pi\alpha M_s$, называемого порогом Уокера, скорость ДС достигает максимального значения (уокеровского предела) [56]:

$$v_W = \gamma M_s (A/K_u)^{1/2} / 2. \quad (26)$$

Авторы [55] предложили учесть изменение модуля вектора намагниченности в двигающейся стенке и для этого включили в уравнение (25) дополнительное релаксационное слагаемое. Неоднородность модуля M была объяснена тем, что магнитные моменты соседних атомов в стенке не коллинеарны и обменное взаимодействие между ними ослаблено. В результате

при движении стенки кроме вклада в потери из-за взаимодействия, имеющегося и при однородной намагниченности, должен существовать дополнительный вклад, обусловленный возмущением модуля вектора намагниченности за счет изменения эффективного поля в стенке, с последующей релаксацией возмущения. В ферромагнетиках этот дополнительный вклад может оказаться значительным, и тогда выражение для подвижности должно иметь вид

$$\mu = (\alpha_{FMR} + \alpha_x)^{-1} \gamma (A/K_u)^{1/2}, \quad (27)$$

где параметр α_x учитывает дополнительный вклад в потери:

$$\alpha_x = \frac{16}{3\alpha_{FMR}} \left(\frac{\chi H_A}{M_s} \right), \quad (28)$$

где H_A – поле магнитной анизотропии; χ – магнитная восприимчивость в области парапроцесса.

Однако в данных выражениях скорость смещения ДС растет с увеличением поля линейно, что не позволяет использовать их в режиме глубокого насыщения. Подтверждение найдено в работе [57], где показано, что предложенный механизм не дает правильного объяснения дополнительного вклада в потери энергии, поскольку имеется не только количественное, но и качественное расхождение между результатами экспериментов и выводами теории относительно зависимости подвижности ДС от магнитного поля, приложенного к доменной структуре.

В приведенных рассуждениях основывались на приближении, согласно которому скорость ДС с ростом внешнего магнитного поля увеличивается линейно. Если скорость ДС определяется размагничивающим полем, возникающим внутри стенки благодаря распределению спинов, то тогда можно говорить не только о явлении ферромагнитного резонанса (ФМР), но и о потере энергии, связанной с затуханием вращения спинов (релаксационные потери). Потери энергии, вызванные затуханием, пропорциональны квадрату скорости поворота спинов, поэтому очевидно, что при смещении ДС потери, возникающие из-за поворота спинов внутри стенок, выше, чем при вращении намагниченности; большую величину имеют при этом и полные потери. При сравнении смещения ДС и вращения намагниченности рассматривались такие скорости поворота спинов, при которых изменение намагниченности за счет обоих механизмов было одинаковым. Если в этом случае приложить к магнетику переменное внешнее магнитное поле, то по только что выясненной причине смещение стенок быстро затухает и в высокочастотной области определяющим становится механизм вращения намагниченности.

Исходя из рис. 11, с учетом того, что намагниченность насыщения пропорциональна магнитной индукции $M_s \sim B_m$, представим скорость ДС функцией

$$v = a M_s^b, \quad (29)$$

где a и b – коэффициенты аппроксимации.

Магнитная восприимчивость, согласно теории ферромагнетизма Вейсса, имеет вид [58]:

$$\chi = \frac{dM}{dH} = \frac{M_s^2}{3k(T - \Theta)}, \quad (30)$$

где k – постоянная Больцмана; T – температура; Θ – точка Кюри.

При этом магнитная восприимчивость с учетом того, что в режиме глубокого насыщения $\frac{dB}{dH} \rightarrow 0$, определяется также следующим образом:

$$\chi = \frac{1}{4\pi} \left(1 - \frac{1}{dB/dH} \right) \cong -\frac{1}{4\pi} \left(\frac{1}{dB/dH} \right). \quad (31)$$

Подставив выражения (30) и (31) в (29), получим нелинейную зависимость скорости ДС от величины поля

$$v = a \left(\left(\frac{1}{dB/dH} \right) \frac{3k(\Theta - T)}{4\pi} \right)^{b/2}. \quad (32)$$

Тогда выражение для определения инерционных потерь примет вид

$$P_\omega = \frac{2\pi\lambda\mu_0\gamma a^2 \left(\frac{3k(\Theta - T)}{4\pi} / (dB/dH) \right)^b}{v^2 A}. \quad (33)$$

Взаимосвязь между изменением магнитных потерь и скорости изменения магнитного поля будет такой:

$$P = \frac{\zeta}{(dB/dH)^b}, \quad (34)$$

где $\zeta = \frac{2\pi\lambda\mu_0\gamma a^2 \left(\frac{3k(T - \Theta)}{4\pi} \right)^b}{v^2 A}$ – коэффициент, зависящий от параметров ферромагнитного материала.

В электрических цепях напряженность магнитного поля пропорциональна току намагничивания, а ЭДС и потокосцепление – пропорциональны величине магнитной индукции, которая для ферромагнитных материалов практически пропорциональна намагничиванию.

Учитывая значительный рост потерь при увеличении степени насыщения, была выдвинута гипотеза, что изменения потери в стали обратно пропорциональны изменению $\frac{dE(I)}{dI}$.

Выражение (34) является подтверждением вывода, сделанного автором настоящей работы о том, что значительный рост потерь в стали при увеличении степени насыщения обратно пропорциональный $\frac{dE(I)}{dI}$.

$$\Delta P_c(I) = \frac{\xi}{\left(\frac{dE(I)}{dI} \right)^b}, \quad (35)$$

где ξ – коэффициент, зависящий от характеристик стали, b – показатель степени ($b > 1$).

Сделанный вывод в обобщенной форме подтверждает ранее отмеченные теоретические особенности процессов, происходящих в ферромагнетике.

Проанализируем процессы, происходящие при перемагничивании ферромагнетика с энергетической позиции (рис. 12).

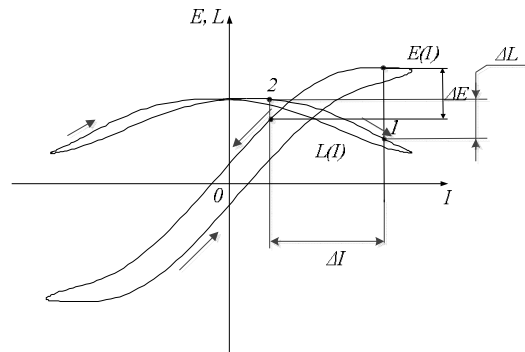


Рисунок 12 – Динамическая кривая намагничивания $L(I)$ и петля гистерезиса $E(I)$

При приращении функции $\Delta E(\Delta L)$ от ΔI происходит движение из точки 1 с магнитной энергией $W_1 = \frac{1}{2} L_1(i_1)^2$ в точку 2 с запасенной магнитной энергией $W_2 = \frac{1}{2} L_2(i_2)^2$, в результате чего происходит выделение энергии:

$$\Delta W = W_2 - W_1 = \frac{1}{2} L_2(i_2)^2 - \frac{1}{2} L_1(i_1)^2. \quad (36)$$

Данная энергия пропорциональна потерям в стали, т.е. перемещение из одной точки кривой намагничивания в другую сопровождается потерями энергии, пропорциональными изменениям индуктивности и тока:

$$\Delta W \sim f(\Delta L, \Delta I). \quad (37)$$

Анализируя рис. 13, видно, что кривая изменения $\frac{dE}{dI}$ имеет достаточно схожий характер с изменением кривой индуктивности намагничивания, вследствие чего можно заключить, что

$$L(I) = \zeta \frac{dE(I)}{dI}, \quad (9)$$

где ζ – коэффициент пропорциональности.

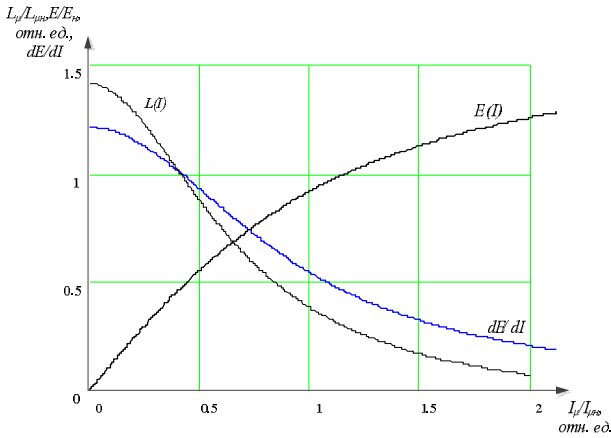


Рисунок 13 – Кривая намагничивания асинхронного двигателя (универсальная) (а) и зависимость производной ЭДС от тока намагничивания (б)

На основании анализа экспериментальных кривых потерь были определены значения коэффициентов ξ и b : $\xi = 0,004 - 0,005$, $b = 2$. Тогда выражение (35) приобретает вид:

$$\Delta P_c(I) = \xi \left/ \left(\frac{dE(I)}{dI} \right)^2 \right. \quad (39)$$

Для достоверности подтверждения данного предположения использовались экспериментальные характеристики, полученные разными исследователями.

На рис. 14 представлены экспериментальная кривая намагничивания (2) для двигателя АО2-31-2, полученная проф. Петровым Л.П. (2), и аппроксимирующая кривая (1) $E(I) = a \arctg(bI)$.

На рис. 14,б также показано сравнение экспериментальной характеристики и характеристики, полученной с помощью аналитического выражения

$$\Delta P_c = \xi \left/ \left(\frac{dE(I)}{dI} \right)^2 \right.$$

На рис. 15 представлены универсальная кривая намагничивания (а), аппроксимированная с помощью функции $E(I) = a \arctg(bI)$, и кривая потерь в стали (б), полученная авторами для асинхронного двигателя MF-114 с номинальными данными $P_H = 1,4 \text{ кВт}$; $n_H = 885 \text{ об/мин}$; $I_H = 9,2 \text{ А}$ и параметрами схемы замещения $R_1 = 5,107 \text{ Ом}$; $R_2 = 1,424 \text{ Ом}$, $L_1 = 0,016 \text{ Ом}$. На рис. 14,б показано сравнение экспериментальной характеристики и характеристики, полученной с помощью аналитического выражения

$$\Delta P_c = \xi \left/ \left(\frac{dE(I)}{dI} \right)^2 \right.$$

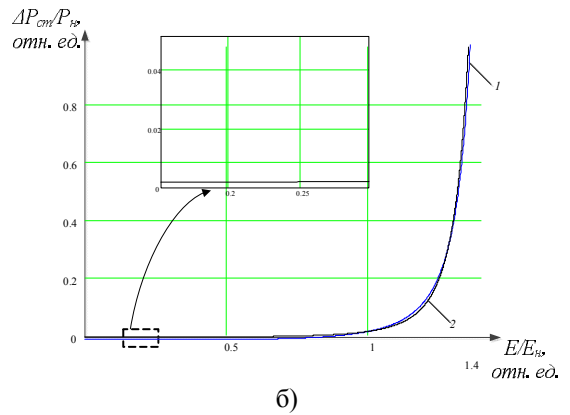
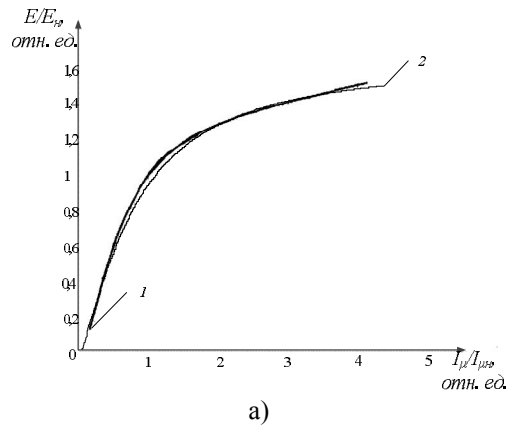


Рисунок 14 – Сравнение кривых намагничивания и потерь стали асинхронного двигателя 1 – экспериментальные кривые; 2 – расчетные

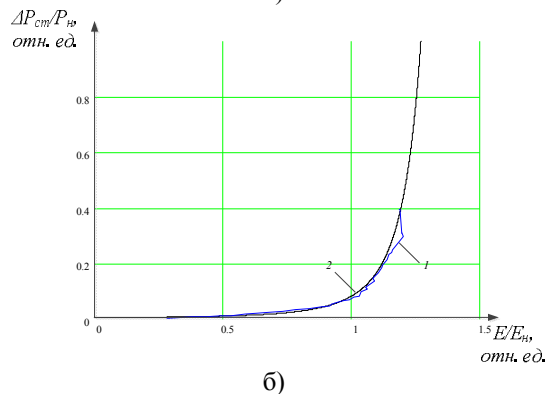
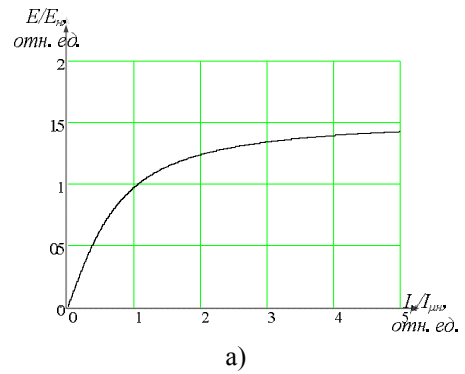


Рисунок 15 – Сравнение кривых потерь стали асинхронного двигателя: 1 – экспериментальные кривые; 2 – расчетные

Как видно из рис. 15,б, в режиме насыщения наблюдается совпадение экспериментальной и расчетной кривых.

С помощью программы компьютерной математики было рассчитано, что для коэффициента пропорциональности $\xi = 0,004$ дисперсия адекватности $\sigma^2 = 0,023$, коэффициент корреляции $R = 0,999$.

Однако, как видно из (39) на ненасыщенном участке потери на расчетной кривой соответствуют константе ($\frac{dE(I)}{dI} = const \rightarrow \Delta P_c(I) = const$), что не является действительностью. В связи с этим для учета изменения потерь двигателя в ненасыщенном состоянии магнитной системы выражение (39) преобразуется таким путем:

$$\Delta P_c(I) = \frac{\xi'}{\left(\frac{dE(I)}{dI}\right)^2} (E(I))^2. \quad (40)$$

Значение коэффициента (для двигателей серии АО2) находится в пределах $\xi' = 0,002 - 0,003$.

Как видно, предложенный способ определения потерь в стали позволяет с высокой точностью описывать потери, возникающие в режиме глубокого насыщения для различных типов двигателей. Совпадение экспериментальной кривой с кривой, полученной на основании предложенного математического выражения, позволяет считать, что данный способ является приемлемым и его можно использовать при анализе энергетических режимов, где уточненный учет потерь необходим.

ВЫВОДЫ. Анализ источников показал, что в асинхронном электроприводе в режиме глубокого насыщения происходит значительный рост потерь в стали, величина которых может достигать 50 % от мощности самого двигателя. До сих пор не понятны причины появления этих потерь, получивших название “аномальных”. Выявление природы “аномальных” потерь представляет как практический, так и научный интерес.

В работе показано, что применение традиционных методов определения потерь в стали, основанных на уравнении Штейнмеца и его модификаций, дают значительную погрешность в режиме сильного насыщения. Уравнение Штейнмеца применимо для начального прямолинейного (ненасыщенного) участка кривой намагничивания. Кроме этого, выражения для определения потерь в стали при сильном намагничивании, определяемые из уравнения Штейнмеца, не отражают физические процессы, происходящие в ферромагнитном материале.

Анализ литературных источников дает основание предполагать, что существует связь между движением доменных структур и формой петель гистерезиса; расширение петель гистерезиса на концах, увеличивающееся по мере роста амплитуды поля, связано с инерционными эффектами при движении ДС. Это позволило объяснить не только конкретные

причины наблюдаемого немоного изменения магнитных потерь от амплитуды индукции, но и указать конкретные механизмы формирования аномально высоких значений магнитных потерь.

Резкое увеличение потерь в стали по мере приближения к режиму глубокого насыщения обусловлено процессами формирования и исчезновения доменов (рост зародышей перемагничивания), а также усиливающейся с ростом индукции неоднородностью скоростей смещения доменных структур для прямого и обратного поля, что также свидетельствует о различии энергии границ при перемагничивании в направлении восходящей и нисходящей ветвей петли гистерезиса.

В ходе исследований разработана математическая модель формирования гистерезисных потерь с учетом временного запаздывания потока от тока намагничивания. Модель дает возможность исследования потерь в стали и петель гистерезиса в периодических режимах перемагничивания. Полученная модель учитывает такие явления, как нелинейность, гистерезис и магнитная вязкость ферромагнитного материала. Построенные с ее помощью петли гистерезиса позволили выявить специфические особенности процесса перемагничивания ферромагнетика в режиме глубокого насыщения. Показано, что потери в стали существенно зависят от гармонического состава тока и угла сдвига между потоком и током намагничивания.

Обоснована и предложена зависимость для определения потерь в стали на основании нелинейной динамики доменных структур и их неравномерного движения на различных циклах перемагничивания. Полученное аналитическое выражение для определения потерь в стали асинхронной машины показало высокую сходимость расчетных и экспериментальных данных и может быть использовано при разработке систем асинхронного электропривода, работающего в режиме глубокого насыщения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Steinmetz C. On the law of hysteresis // Proceedings of the IEEE. – 1984. – Vol. 72, № 2. – PP. 197–221.
2. Amar M., Protat F. A simple method for the estimation of power losses in silicon iron sheets under alternating pulse voltage excitation // IEEE Transactions on Magnetics – 1994. – Vol. 30. – PP. 842–944.
3. Bertotti G., Fiorillo F., Pasquale M. Measurement and prediction of dynamic loop shapes and power losses in soft magnetic materials // IEEE Transactions on Magnetics. – 1993. – Vol. 29. – PP. 3496–3498.
4. Петров Л.П. Управление пуском и торможением асинхронных двигателей. – М.: Энергоиздат, 1981. – 184 с.
5. Огарь В.А., Родькин Д.И., Калинов А.П. Обоснование аналитической оценки потерь в насыщаемой стали асинхронного двигателя // Вісник Кременчуцького державного політехнічного університету. – Кременчук: КДПУ, 2007. – Вип. 4/2007

(45), част. 1. – С. 98–103.

6. Cheng Y., Pillay P. An improved formula for lamination core loss calculations in machines operating with high frequency and high flux density excitation, Conf. Rec. IEEE-IAS Annu. Meeting, 13–18 October 2002. – Vol. 2. – PP. 759–766.

7. Herranz Gracia M., Langeand E., Hameyer K. Numerical Calculation of Iron Losses in Electrical Machines with a modified Post-Processing Formula // Proc. of 16th COMPUMAG. – Aachen, 2007. – PP. 128–133.

8. Lotten T., Pillay M.P., Singampalli N.A. Lamination core loss measurements in machines operating with PWM or non-sinusoidal excitation, Proc. Electr. Machines Drives Conf., 1–4 June 2003. – Vol. 2. – PP. 743–746.

9. Ruifang Liu, Chris Mi, Wenzhong Gao. Modeling of Eddy Current Losses of Electrical Machines and Transformers Operated by Pulsewidth-Modulated Inverters // IEEE Transactions on Magnetics. – 2008. – Vol. 44. – №. 8. – PP. 345–349.

10. Родькин Д.И., Ченчевой В.В., Огарь В.О. Об определении потерь в стали асинхронного двигателя при глубоком ее насыщении // Електромеханічні і енергозберігаючі системи. – Кременчук: КрНУ, 2013. – Вип. 2/2013 (22). – С. 75–85.

11. Вонсовский С.В. Магнетизм. – М.: Наука, 1971. – 1032 с.

12. Kittel C. Physical theory of ferromagnetic domains // Rev. Mod. Phys. – 1949. – Vol. 21. – PP. 541–584.

13. Kersten M. Theorie der ferromagnetischen Hysterese und Koerzitifkraft. – Leipzig, 1944. – 287 p.

14. Беккер Дж. Связь между структурой ферромагнитных материалов и их магнитными свойствами // Магнитные свойства металлов и сплавов. – М.: ИИЛ, 1961. – С. 99–129.

15. Mazetti P., Ferro A., Montatenti G., Soardo G.P. Loss contributions from correlations among irreversible movements of Bloch walls // IEEE Transactions on Magnetics. – 1977. – Vol. 13. – PP. 1514–1516.

16. Overshott K.J. The use of domain observations in understanding and improving the magnetic properties of transform sheets // IEEE Transactions on Magnetics. – 1976. – Vol. 12. – PP. 840–845.

17. Дунаев Ф.И. О потерях энергии при перемагничивании ферромагнетиков // Физика металлов и металловедение. – М.: Наука, 1970. – Т. 29. – С. 937–946.

18. Дорофеева Е.А. К теории магнитного гистерезиса // Физика металлов и металловедение. – М.: Наука, 1977. – Т. 43. – С. 21–25.

19. Дорофеева Е.А., Макаров В.П. К теории магнитного гистерезиса. Особенности перемагничивания ферромагнитных монокристаллических пластин на промышленных частотах // Физика металлов и металловедение. – М.: Наука, 1978. – Т. 45. – С. 38–43.

20. Нейман Л.Р., Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники. – М.–Л.: Энергия, 1966. – 407 с.

21. Казаджан Л.Б. Магнитные свойства электротехнических сталей и сплавов. – М.: Наука и Технологии, 2000. – 224 с.

22. Молотилов Б.В., Миронов Я.В. Современные электротехнические стали // Электротехника. – М.: Знак, 1983. – № 6. – С. 33–37.

23. Nacata I., Ishihara Y., Nakato M. Analysis of magnetic characteristics of three phase core type transformer with triply-layer core // Elec. Eng. Jap. – 1974. – Vol. 91, №. 3. – PP. 17–28.

24. Шугайло А.И. Совершенствование конструкции магнитопроводов силовых трансформаторов // Электромеханика. – 1976. – № 4. – С. 53–56.

25. Nakata T. Analysis of flux distribution of three-limbed transformer cores // Elec. Eng. Jap. – 1971. – Vol. 95, № 3. – PP. 43–50.

26. Champi M., Negro A., Tartaglia M. Some results of magnetic field computation in a 3-phase 3-limbed transformer core // EnergiaElectrica. – 1981. – № 1. – PP. 38–48.

27. Moses A.J., Thomas B., Tompson J.E. Power loss and flux density distributions T-joint of three phase transformer core // IEEE Transactions on Magnetics. – 1972. – Vol. 8, № 41. – PP. 785–790.

28. Tomas B. Flux paths and flux transfer mechanism in the T-joint of three phase transformer cores // IEEE Transactions on Magnetics. – 1972. – Vol. 8, № 4. – PP. 785–790.

29. Moses A.J., Tomas B. The special variation of localized power loss in to practical transformer T-joints // IEEE Transactions on Magnetics. – 1973. – Vol. 9, № 4. – PP. 655–666.

30. Narita K., Yamaguchi T., Chida I. Distributions of rotating flux and iron loss in T-joint of the three-phase three-limbed model transformer cores // Elec. Eng. Jap. – 1973. – Vol. 95, № 5. – PP. 431–438.

31. Данилевич Я.Б., Кашарский Э.Т. Добавочные потери в электрических машинах. – М.–Л.: Госэнергоиздат, 1963. – 214 с.

32. Толмачев С.Т. Расчет квазистатических полей в гистерезисных средах // Электромеханика. – 1987. – № 1. – С. 57–60.

33. Бессонов Л.А. Электрические цепи со сталью. – М.–Л.: Высшая школа, 1948. – 369 с.

34. Пысин О.К. Аппроксимация статических кривых намагничивания простыми функциями // Электронная техника. Радиодетали и радиокомпоненты, 1982. – Вып. 2 (47). – С. 36–41.

35. Золотарев Н.А., Хрипков А.Н. Аппроксимация характеристик намагничивания кубическими сплайнами на ЦВМ // Электромеханика. – 1982. – № 1. – С. 16–19.

36. Кадочников А.И., Миронюк Н.Е. Область применения формул Релея и преобразований Кондоревского для описания петель гистерезиса электротехнических сталей // Электротехника. – 1982. –

№ 9. – С. 14–15.

37. Бладыко В.М. и др. Аппроксимация петель гистерезиса ферромагнитных материалов // Энергетика. – 1967. – № 9. – С. 95–98.

38. Nakata T., Takahashi N., Kawase Y. Finite element analysis of magnetic fields taking into account hysteresis characteristics // IEEE Transactions on Magnetics. – 1985. – Vol. 21, № 5. – PP. 1856–1858.

39. Болдов Б.А. и др. Аппроксимация симметричных петель гистерезиса в ферромагнитных материалах // Труды МЭИ. Сер. Электротехника. – 1975. – Вып. 233. – С. 81–83.

40. Нейман Р. Поверхностный эффект в ферромагнитных телах. – М.: Наука, 1972. – 736 с.

41. Анфиногенов О.Н., Беспалов В.Я., Мощинский Ю.А. Расчет электромагнитного поля в стальной пластине с учетом вихревых токов // Электричество. – 1983. – № 12. – С. 59–61.

42. Геркашин Я.В. Процесс и энергия намагничивания листового магнитопровода при прямоугольном напряжении // Электричество. – 1978. – № 6. – С. 80–84.

43. Абрамкин Ю.В., Иванов-Смоленский А.В. Перемагничивание ферромагнитной пластины в однородном несинусоидальном во времени магнитном поле // Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт. – 1980. – № 5. – С. 69–82.

44. Герасимович А.И. Исследование электромагнитных процессов в гистерезисных средах // Электричество. – 1993. – № 7. – С. 48–56.

45. Вдовин Ю.А. Способ описания динамических магнитных свойств электротехнической стали // Физика металлов и металловедение. – М.: Наука, 1973. – Т. 36. – Вып. 2. – С. 286–289.

46. Родькин Д.И. Мгновенная мощность индуктивности с насыщением // Электромашинобудування та електрообладнання. «Проблеми автоматизованого електропривода. Теорія і практика». – Одеса, 2006. – Вип. 66. – С. 282–285.

47. Родькин Д.И., Огарь В.О., Ромашихин Ю.В. О разделении на составляющие потерь в стали электрических машин // Сборник научных трудов Днепродзержинского государственного технического университета. – Днепродзержинск: ДГТУ, 2007. – С. 495–500.

48. Родькин Д.И., Мартыненко В.А., Барвинок Д.В., Гераскин А.С. Энергопроцессы в асинхронном двигателе с насыщенной сталью // Вісник Кременчуцького державного політехнічного університету. – Вип. 1/2002. – С. 174–180.

49. Кандаурова Г.С., Пашко А.Г., Осадченко В.Х. Влияние параметров гармонического магнитного поля на динамические петли гистерезиса и доменную структуру пленки феррита-граната // Физика твердого тела. – 2009. – Т. 51. – Вып. 5. – С. 911–915.

50. Кандаурова Г.С. Природа магнитного гистерезиса // Соросовский образовательный журнал. – 1997. – № 1. – С. 100–106.

51. Тикадзуми С. Физика ферромагнетизма. Магнитные характеристики и практическое применение. – М.: Мир, 1987. – 420 с.

52. Успенская Л.С. Ассиметричная кинетика перемагничивания тонких обменносвязанных пленок ферромагнетика // Физика твердого тела. – 2010. – Т. 52. – Вып. 11. – С. 2131–2137.

53. Тиунов В.Ф., Зайкова В.А., Шур Я.С. Динамическое поведение доменной структуры монокристаллов Fe-3%Si при высоких значениях максимальной индукции и электромагнитные потери // Физика металлов и металловедение. – М.: Наука, 1980. – Т. 49. – Вып. 4. – С. 766–775.

54. Деринг В. Инерция границ между ферромагнитными областями / Ферромагнитный резонанс. – М.: ИЛ, 1952. – 312 с.

55. Sionczewski J.C. Theory of domain wall motion in magnetic films and platelets // J. Appl. Phys. – 1973. – Vol. 44, № 2. – PP. 1759–1770.

56. Walker L.R., Eds T. Rado, H. Shul. In Magnetism. – N.Y.: Academic Press, 1963. – Vol. 3. – P. 405.

57. Волков В.В., Боков В.А. Динамика доменной стенки в ферромагнетиках // Физика твердого тела. – 2008. – Т. 50. – Вып. 2. – С. 193–221.

58. Боков В.А., Волков В.В., Петриченко Н.Л., Марышко М.О. Подвижность доменных границ в пленках гранатов с малыми потерями // Физика твердого тела. – 1997. – Т. 39. – Вып. 7. – С. 1253.

THE NATURE OF THE ABNORMAL GROWTH OF LOSSES IN ELECTRICAL STEEL IN DEEP OF THE SATURATION MODE

V. Chencheyov, D. Rodkin, V. Ogar

Kremenchuk Mykhailo Ostrohradskyi National University

ul. Pervomayskaya, 20, Kremenchug, 39600, Ukraine. E-mail: vladchen.86@gmail.com

An attempt is made to explain the reasons for the formation of abnormally high values of losses in the steel deep saturation mode. A mathematical model of the iron loss, which is different given the time lag magnetizing inductance of the magnetizing current. Model will be visible in the form of block diagrams linking winding current, inductance and its losses in the steel, and is important in understanding the processes of dynamic magnetization reversal electrical steel. An expression for the determination of iron loss on the basis of the nonlinear dynamics of domain structures and their non-uniform motion at different cycles of magnetization reversal. The dependence obtained for the determination of the iron loss of the asynchronous machine provides high convergence of calculated and experimental data, which is necessary for the development of asynchronous electric systems operating in deep saturation mode.

Key words: ferromagnetic domain structure, hysteresis, iron loss.

REFERENCES

1. Steinmetz, C. (1984), "On the law of hysteresis", *Proceedings of the IEEE*, Vol. 72, no. 2, pp. 197–221.
2. Amar, M. and Protat, F. (1994), "A simple method for the estimation of power losses in silicon iron sheets under alternating pulse voltage excitation", *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 30, pp. 842–944.
3. Bertotti, G., Fiorillo, F. and Pasquale, M. (1993), "Measurement and prediction of dynamic loop shapes and power losses in soft magnetic materials," *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 29, pp. 3496–3498.
4. Petrov, L.P. (1981), *Upravlenie puskom i tormozheniem asinhronnykh elektrodvigatiley* [Management start and braking of asynchronous motors], Energia, Moscow. (in Russian)
5. Ogar, V.A., Rodkin, D.I. and Kalinov, A.P. (2007), "Rationale evaluation of saturable losses in steel asynchronous engine", *Visnyk KDPU: Naukovi pratsi KDPU*, Vol. 4, no. 45, pp. 98–100. (in Russian)
6. Qhen, Y. and Pillay, P. (2002), "An improved formula for lamination core loss calculations in machines operating with high frequency and high flux density excitation", *37th IAS Annual Meeting Industry*, October 13–18, 2002, pp. 759–766.
7. Herranz Gracia, M., Langeand, E. and Hameyer, K. (2007), "Numerical Calculation of Iron Losses in Electrical Machines with a modified Post-Processing Formula", *Proc. of 16th COMPUMAG*, Aachen, pp. 128–133.
8. Lotten, T., Pillay, M.P. and Singampalli, N.A. (2003), "Lamination core loss measurements in machines operating with PWM or non-sinusoidal excitation," *Proc. Electr. Machines Drives Conf.*, June 1–4, 2003, Vol. 2, pp. 743–746.
9. Ruifang, Liu, Chris, Mi, and Wenzhong, Gao (2008), "Modeling of Eddy Current Losses of Electrical Machines and Transformers Operated by Pulsewidth-Modulated Inverters", *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 44, no. 8, pp. 345–349.
10. Rodkin, D.I., Chenchevoy, V.V. and Ogar, V.A. (2013), "Comments about the determination of the losses in steel asynchronous motor with deep saturation", *Elektromehanični i energozberigajuchi systemy*, Vol. 22, pp. 75–85. (in Russian)
11. Vonsovsky, S.V. (1971), *Magnetizm* [Magnetism], Nauka, Moscow. (in Russian)
12. Kittel, C. (1949), "Physical theory of ferromagnetic domains", *Rev. Mod. Phys.*, Vol. 21, pp. 541–584.
13. Kersten, M. (1944), "Maina theory of ferromagnetic hysteresis", Leipzig.
14. Bekker Dzh. (1961), *Svya zstruktury feromagnetnykh materialov s magnitnymi svoystvami* [The relationship between the structure of ferromagnetic materials and their magnetic properties], Magnetic properties of metals and alloys, Moscow. (in Russian)
15. Mazetti, P., Ferro, A., Montatenti, G. and Soardo, G.P. (1977), "Loss contributions from correlations among irreversible movements of Bloch walls", *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 13, pp. 1514–1516.
16. Overshott, K.J. (1976), "The use of domain observations in understanding and improving the magnetic properties of transform sheet", *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 12, pp. 840–845.
17. Dunaev, F.I. (1970), "Comment about energy losses reversal magnetization of ferromagnets", *Fizika metallov i metallovedenie*, Vol. 29, pp. 937–946. (in Russian)
18. Dorofeeva, E.A (1977), "Comment about the theory of magnetic hysteresis", *Fizika metallov i metallovedenie*, Vol. 43, pp. 21–25. (in Russian)
19. Dorofeeva, E.A. and Makarov, V.P. (1978), "Comment to the theory of magnetic hysteresis. Features reverse magnetization of ferromagnetic single crystal wafers at industrial frequency", *Fizika metallov i metallovedenie*, Vol. 45, pp. 38–43. (in Russian)
20. Neyman, L.R., and Demirchan, K.S. (1966), *Teoreticheskie osnovy elektrotehniki* [Theoretical fundamentals of electrical engineering], Energy, Moscow. (in Russian)
21. Kazadzdán, L.B. (2000), *Magnitnye svoistva elektrotehnicheskikh staley i splavov* [Magnetic properties of electrical steels and alloys], Nauka i tekhnology, Moscow. (in Russian)
22. Molotlyov, B.V. and Myronov, Y.V. (1983), "Modern electrical steels", *Elektrotehnika*, no. 6, pp. 33–37. (in Russian)
23. Nacata, I., Ishihara, Y. and Nakato, M. (1974), "Analysis of magnetic characteristics of three phase core type transformer with triply-layer core", *Elec. Eng. Jap.*, Vol. 91, no. 3, pp. 17–28.
24. Shugaylo, A.I. (1976), "Improving the design of magnetic power transformers", *Elektromekhanika*, no. 4, pp. 53–56. (in Russian)
25. Nakata, T. (1971), "Analysis of flux distribution of three-limbed transformer cores", *Elec. Eng. Jap.*, Vol. 95, no. 3, pp. 43–50.
26. Champi, M., Negro, A. and Tartaglia, M. (1982), "Some results of magnetic field computation in a 3-phase 3-limbed transformer core", *EnergiaElectrica*, no. 1, pp. 38–48.
27. Moses, A.J., Thomas, B. and Tompson, J.E. (1972), "Power loss and flux density distributions T-joint of three phase transformer core", *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 8, no. 41, pp. 785–790.
28. Tomas, B. (1972), "Flux paths and flux transfer mechanism in the T-joint of three phase transformer cores", *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 8, no. 4, pp. 785–790.
29. Moses, A.J. and Tomas, B. (1973), "The special variation of localized power loss in to practical transformer T-joints", *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 9, no. 4, pp. 655–666.
30. Narita, K., Yamaguchi, T. and Chida, I. (1973),

“Distributions of rotating flux and iron loss in T-joint of the three-phase three-limbed model transformer cores”, *Elec. Eng. Tap.*, Vol. 95, no. 5, pp. 431–438.

31. Danilevich, Ya.B. and Kasharsky, E.T. (1963), *Dobavochnye poteri elektricheskikh mashin* [Incremental losses in electric machines], Gosenergoizdat, Moscow. (in Russian)

32. Tolmachov, S.T. (1987), “Calculation of quasi-static fields in hysteresis environments”, *Elektromekhanika*, no. 1, pp. 57–60. (in Russian)

33. Bessonov, L.A. (1948), *Elektricheskie chepi so staliu* [Electrical circuit with steel], Vysshaya shkola, Moscow. (in Russian)

34. Pysin, O.K. (1982), “The static approximation of curves of magnetization simple functions”, *Elektronnaya tekhnika. Radiodetali i radiokomponenty*, Vol. 2, no. 47, pp. 36–41. (in Russian)

35. Zolotarev, N.A. and Khripnikov, A.N. (1982), “Approximation characteristics of magnetization of a cubic spline on the CVM”, *Elektromekhanika*, no. 1, pp. 16–19. (in Russian)

36. Kadochnikov, A.I. and Mironyuk, N.E. (1982), “The scope of application of the formulas and Rayleigh transformations Kondrovskaja to describe the hysteresis loops of electrical steels”, *Elektrotekhnika*, no. 9, pp. 14–15. (in Russian)

37. Bladuko, V.M. (1967), “Approximation of hysteresis loops of ferromagnetic materials”, *Energetika*, no. 9, pp. 95–98. (in Russian)

38. Nakata, T., Takahashi, N. and Kawase, Y. (1985), “Finite element analysis of magnetic fields taking into account hysteresis characteristics”, *IEEE Transactions on Magnetism*, Vol. 21, no. 5, pp. 1856–1858.

39. Boldov, V.A. (1975), “The symmetric approximation of hysteresis loops in ferromagnetic materials”, *Elektrotekhnika*, Vol. 233, pp. 81–83. (in Russian)

40. Neyman, R. (1972), *Poverhnosnyu effect v ferromagnitnykh telakh* [Surface effects in ferromagnetic bodies], Nauka, Moscow. (in Russian)

41. Anfinogenov, O.N., Bepalov, V.Ya. and Moshinskiy, Yu.A. (1983), “Calculation of electromagnetic field in a steel plate with consideration of eddy currents”, *Elektrichestvo*, no. 12, pp. 59–61. (in Russian)

42. Gerkashin, Yu.V. (1978), “Process and the energy of magnetization of the magnetic sheet with a rectangular voltage”, *Elektrichestvo*, no. 6, pp. 80–84. (in Russian)

43. Abramkin, Yu.V. and Ivanov-Smolensky, A.V. (1980), “Alternating magnetization of ferromagnetic plates in homogeneous nonsinusoidal in magnetic field”, *Energetika i transport*, no. 5, pp. 69–82. (in Russian)

44. Gerasimovich, A.I. (1993), “Investigation of electromagnetic processes in hysteresis environments”, *Elektrichestvo*, no. 7, pp. 48–56. (in Russian)

45. Vdovin, Yu.A. (1973), “A way of describing the dynamic magnetic properties of electrical steel” *Fizika metallov i metallovedenie*, Vol. 36, pp. 286–289. (in Russian)

46. Rodkin, D.I. (2006), “Instantaneous power inductor with saturation”, *Electrical machinery and electrical equipment. Problems of automated electric. Theory and Practice*, Vol. 66, pp. 282–285. (in Russian)

47. Rodkin, D.I., Ogar, V.O. and Romashihin, Yu.V. (2007), “Separation of components on the iron loss of electrical machines”, *Visnyk Dneprodzerzhinskogo Gosudarstvennogo Tekhnicheskogo Universiteta*, pp. 495–500. (in Russian)

48. Rodkin, D.I., Martynenko, V.A., Barvynok, D.V. and Geraskin, A.S. (2002), “energy processes in asynchronous motor with a saturated steel”, *Visnyk KDPU*, Vol. 1, pp. 174–180. (in Russian)

49. Kandaurova, G.S., Pashko, A.G. and Osadchenko, V.H. (2009), “Influence of parameters of a harmonic magnetic field on the dynamic of the hysteresis loop and the domain structure of the film ferrite-garnet”, *Fizika tverdogo tela*, Vol. 51, pp. 911–915. (in Russian)

50. Kandaurova, G.S. (1997), “The nature of the magnetic hysteresis”, *Sorosovskiy obrazovatelnyy zhurnal*, no. 1, pp. 100–106. (in Russian)

51. Tikadzyimi, S. (1987), *Fizika ferromagnetizma* [Physics of ferromagnetism], Mir, Moscow. (in Russian)

52. Uspenskaya, L.S. (2010), “Asymmetric kinetics of magnetization reversal thin exchange-coupled ferromagnetic films”, *Fizika tverdogo tela*, Vol. 52, pp. 2131–2137. (in Russian)

53. Tiynov, V.F., Zaykova, V.A. and Shur, Y.S. (1980), “Dynamic behavior of the domain structure of single crystals Fe-3%Si at high values of the maximum inductivity”, *Fizika metallov i metallovedenie*, Vol. 49, pp. 766–775. (in Russian)

54. Dering, V. (1952), “The inertia of the borders between the ferromagnetic areas”, *Ferromagnitnyy rezonans* [Ferromagnetic resonance], Moscow. (in Russian)

55. Sionczewski, J.C. (1973), “Theory of domain wall motion in magnetic films and platelets”, *J. Appl. Phys.*, Vol. 44, no. 2, pp. 1759–1770.

56. Walker, L.R., Rado, Eds T. and Shul, H. (1963), Academic Press, N.Y., Vol. 3, p. 405.

57. Volkov, V.V. and Bokov, V.A. (2008), “Dynamics of domain walls in ferromagnets”, *Fizika tverdogo tela*, Vol. 50, pp. 193–221. (in Russian)

58. Bokov, V.A., Volkov, V.V., Petrichenko, N.L. and Maryshko, M. (1997), “The mobility of domain boundaries in garnet films with small losses”, *Fizika tverdogo tela*, Vol. 39, no. 7, p. 1253. (in Russian)

Стаття надійшла 7.03.2014.