

УДК 621.314(075.8)

## ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ МЕТОД В ЗАДАЧАХ ИССЛЕДОВАНИЯ ОБЪЕКТОВ С НЕЛИНЕЙНОСТЯМИ

Д. И. Родькин, Д. А. Мосюндз

Кременчугский национальный университет имени Михаила Остроградского  
ул. Первомайская, 20, г. Кременчуг, 39600, Украина. E-mail: darya\_mosyundz@mail.ru

Выполнен анализ устройств и систем, содержащих нелинейности, энергетическим методом. Показано, что данный подход применим для решения задач идентификации параметров как линейных, так и нелинейных объектов. В основе подхода лежит создание энергетических моделей источников питания и потребителей с использованием гармонического анализа напряжения, тока и мощности с разложением в ряды Фурье на периоде повторяемости процессов энергопреобразований или на его части. Изложены общие принципы построения систем идентификационных уравнений в форме уравнений баланса на частотах компонент составляющих мгновенной мощности источника питания, линейных и нелинейных элементов схемы замещения потребителя. Указана перспектива применения энергетического метода при оценке показателя качества преобразования энергии потребителей. Метод основан на использовании гармонического анализа сигналов напряжения, тока и мощности с разложением в ряды Фурье.

**Ключевые слова:** энергетический метод, исследование нелинейностей, энергетическая модель, уравнения энергобаланса, идентификационные уравнения.

## ЕНЕРГЕТИЧНИЙ МЕТОД У ЗАДАЧАХ ДОСЛІДЖЕННЯ ОБ'ЄКТІВ ІЗ НЕЛІНІЙНОСТЯМИ

Д. Й. Родькін, Д. А. Мосюндз

Кременчуцький національний університет імені Михайла Остроградського  
вул. Першотравнева, 20, м. Кременчук, 39600, Україна. E-mail: darya\_mosyundz@mail.ru

Виконано аналіз пристроїв і систем, що містять нелінійності, енергетичним методом. Показано, що даний підхід можна застосовувати для вирішення задач ідентифікації параметрів як лінійних, так і нелінійних об'єктів. З позиції теоретичних узагальнень у роботі розглянуто питання аналізу енергетичним методом пристроїв і систем, що містять нелінійності. Показано універсальність методу в задачах ідентифікації параметрів як лінійних, так і нелінійних об'єктів. В основу підходу покладено створення енергетичних моделей джерел живлення й споживачів із використанням гармонічного аналізу напруги, струму та потужності з розкладанням у ряди Фур'є на періоді повторюваності процесів енергоперетворень або на його частині. Викладено загальні принципи побудови систем ідентифікаційних рівнянь у формі рівнянь балансу на частотах компонент складових миттєвої потужності джерела живлення, лінійних і нелінійних елементів схеми заміщення споживача. Вказано перспективу застосування енергетичного методу при оцінці показника якості перетворення енергії споживачів.

**Ключові слова:** енергетичний метод, дослідження нелінійностей, енергетична модель, рівняння енергобалансу, ідентифікаційні рівняння.

**АКТУАЛЬНОСТЬ РАБОТЫ.** Анализ особенностей работы элементов и систем с нелинейностями по-прежнему находится в поле зрения исследователей в разнообразных направлениях научного поиска: систем автоматики, электромеханики и др. Этот интерес можно объяснить двумя факторами: влиянием элементов с нелинейными характеристиками на энергетическое и иное поведение объектов, а также сложностью происходящих процессов и трудностями, с которыми сталкивается исследователь при описании таких объектов [1–4].

Общее, что связывает объекты с разной природой физических процессов при наличии нелинейных элементов, – энергетические процессы, их математическая интерпретация и те возможности, которые появляются перед исследователем, если в основу анализа закладываются особенности энергопреобразований в несколько иной, чем принято считать, постановке. Теоретическая база для подобных исследований в настоящее время создана и получила название энергетического метода [2, 4, 5].

Сущность его базируется на теореме Телледжена, заключающейся в том, что в достаточно сложной

системе в статических и динамических режимах сумма мощностей и, прежде всего, мгновенных мощностей, поступающих от источников питания, равна сумме мгновенных мощностей элементов, входящих в структуру потребителя. Очевидно, что подобные равенства должны базироваться на уравнениях Кирхгофа и Ома, применимость которых определяется, в первую очередь, знанием структуры объекта и особенностями процессов, протекающих в элементах, входящих в систему. Возможности энергетического метода при исследовании объектов с нелинейностями изучены недостаточно как с позиции определения параметров нелинейностей, так и определения важных для практики показателей энергопроцессов [4–6].

Целью проведенных в работе исследований является обоснование применения энергетического метода для расчета параметров нелинейностей электрических цепей переменного тока, проверка его работоспособности на примере расчета параметров нелинейной индуктивности.

**МАТЕРИАЛ И РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЙ.** Нелинейные искажения токов, напряжений в основ-

ном обусловлены наличием нелинейных элементов в цепи преобразования мощности или проявлением нелинейных свойств объектов в результате старения материалов или аномальных условий эксплуатации. Прямое проявление нелинейностей в электрических машинах заключается в снижении перегрузочной и нагрузочной способности электрических машин, увеличении потерь, росте вибраций, приводит к повышенному износу и, как следствие, повышенным затратам.

В настоящее время заметно возрос интерес к проблеме качества преобразования энергии в разных звеньях энергетической цепи, но прежде всего эта заинтересованность наблюдается в задачах с электромеханическими преобразователями и системами – электрических двигателях и электротехнических комплексах. Этот вопрос непосредственно затрагивает общую картину энергопреобразований и связан с углубленным исследованием энергопроцессов. В общей постановке зависимость, характеризующая качество преобразования, выглядит так [5, 7, 8]:

$$K_n = \frac{\int_0^T P(t) dt}{\sqrt{\int_0^T P^2(t) dt}} = \frac{P_0}{\sqrt{P_0^2 + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{k=\infty} P_k^2}}, \quad (1)$$

где  $P_0$  – среднее значение мощности на интервале усреднения – активная мощность;  $P_k$  – знакопеременные составляющие мгновенной мощности, получаемые из произведения мгновенных значений напряжения и тока [1, 4, 6, 7]  $P_k(t) = \sum_{n=0}^N U(t) \sum_{m=0}^M I(t)$ .

Этот показатель существенно отличается от известного показателя качества электрической энергии, выражаемого через отношение активной мощности к полной, в качестве которой используется произведение действующих значений напряжения и тока. В рассматриваемом нами случае знаменатель приведенной зависимости – эффективная мощность анализируемых сигналов [3, 7, 8]. Показатель качества преобразования энергии в большей степени относится к потребителям энергетической системы, но не к показателям качества электроэнергии системы, как это трактует современный стандарт. Указанный показатель дает общую картину энергопроцесса, не давая при этом ответов на вопросы, из-за каких физических процессов появляются знакопеременные составляющие мгновенной мощности, определяющие механизм старения и разрушения конструктивных элементов, снижение энергетической эффективности и др. Эти вопросы могут быть успешно разрешены при наличии параметров электрооборудования, знания природы протекающих энергетических процессов, т.е. при их математическом описании. Снижение качественных показателей процессов преобразования энергии, как правило, проявляется в результате не должным образом сформированных управляющих воздействий, изме-

нения под влиянием различных факторов характеристик материалов, формирующих процессы преобразования энергии.

При известной картине энергопроцессов расчетным путем может быть определен показатель качества преобразования энергии. В случае, если известными являются токи и напряжения, при использовании энергетического метода могут быть определены элементы расчетной схемы устройства или системы [6, 9].

Из этого понятна сущность энергетического метода идентификации, который заключается в решении системы идентификационных уравнений – совокупности уравнений энергетического баланса между источником электропитания и потребителем, в структуре которого находится идентифицируемый нелинейный элемент. При этом условии в цепи даже при синусоидальном питании ток содержит гармонические составляющие. В зависимости от расчетной схемы, характера нелинейности мгновенная мощность представляет собой совокупность произведений гармонических функций, их степенные зависимости, сочетание того и другого. В результате получается система гармоник мощности в левой и правой частях – соответственно, источника питания и потребителя [6]. Достоинство такого описания в том, что число уравнений баланса в случае представления  $U(t)$  и  $I(t)$  гармоническими функциями существенно выше, чем в случае уравнений баланса напряжения. Так, в случае, если в цепи источника и потребителя имеют место гармоники напряжения и тока порядка 1, 3, 5, 7, то число идентификационных уравнений будет равно 18: четыре уравнения баланса для гармоник нулевой частоты, гармоники мощности частот 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14 (итого – семь), каждая из гармоник мощности, в свою очередь, состоит из косинусной и синусной компонент. Таким образом, общее число возможных уравнений баланса  $7 \times 2 + 4 = 18$ . Для сравнения укажем, что при использовании законов Кирхгофа имеем всего восемь равенств.

В случае, если питание осуществляется гармоническим напряжением, то при наличии нелинейного элемента возможны гармоники тока 1, 3, 5, 7 порядков. Количество уравнений энергобаланса и в этом случае также будет равно 18, т.к. каждой гармонике тока будет соответствовать вызывающая его эквивалентная гармоника ЭДС нелинейности с составляющими порядка 1, 3, 5, 7 [6].

Отмеченное выше можно рассматривать как классический случай проявления нелинейности в цепи переменного тока. Анализ этого вопроса возможен и в более сложном варианте использования аппарата Фурье, в частности, при разложении кривых напряжения и тока на произвольном промежутке, т.е. на части периода переменного напряжения [2, 6, 9]. Это не вносит существенно новое в вопрос анализа энергопроцесса, если не считать того, что появляется возможность расширить область использования энергетического метода на те случаи, где

гармонический состав компонент недостаточен для составления необходимого числа идентификационных уравнений. Такой случай возможен при решении задач с нелинейностями сложного характера.

При анализе энергопроцессов с параметрическими нелинейностями, изменяющимися в соответствии с некоторыми функциями времени, необходимо учитывать то, что период питающего напряжения и период разложения меняющейся части нелинейности в общем случае не совпадают. Это следует учитывать при определении как зависимости мощности во времени, так и ее составляющих.

Выполненные исследования по решению идентификационных задач на части периода питающего напряжения показали несущественное снижение точности результатов по сравнению с теми, которые получаются при использовании энергетического метода с разложением на полном периоде.

Вывод, который очевиден при использовании уравнений энергобаланса, заключается в том, что число идентификационных уравнений – равенств амплитуд синусных и косинусных компонент определенной частоты – будет существенно выше, чем в случае использования тех подходов, которые непосредственно соответствуют законам Ома и Кирхгофа. Это открывает более широкие возможности идентификации параметров нелинейностей из-за большего числа уравнений, чем в обычном варианте решения задачи. Это означает возможность анализа схем с большим числом контуров, при наличии более сложных нелинейностей и т.д.

На первом плане при использовании энергетического метода находится определение расчетной структуры системы (схемы замещения) с нелинейным элементом и составление уравнений мгновенной мощности, характеризующих энергопроцесс на каждом из элементов. По существу это построение энергетической модели исследуемого объекта [5, 6].

Важным моментом в формализации процессов для использования энергетического метода является описание компонент, образующих мощность для источника питания и каждого из элементов системы. При этом напряжение и ток на каждом из элементов и источнике питания представляется в форме тригонометрических рядов как для периодических процессов, так и непериодических, когда составляющие рядов Фурье получаются путем разложения тех или иных зависимостей процесса на заданном интервале в полном соответствии с теорией рядов Фурье. Тогда при известной структуре системы выражение для энергетической модели будет иметь вид:

$$\sum_{n=0}^{n=N} \dot{U}_{nu} \sum_{m=0}^{m=M} \dot{I}_{mu} = \sum_{j=1}^{j=A_j} \left( \sum_{i=1}^{i=B_i} \dot{U}_{ni} \sum_{i=1}^{i=B_i} \dot{I}_{mi} \right) \quad (2)$$

В левой части выражения представлено произведение временных зависимостей  $U(t)$  и  $I(t)$  источника. В исследованиях, связанных с идентификаци-

ей нелинейностей,  $U(t)$  – известный параметр, определяемый структурой и режимом работы источника питания,  $I(t)$  зависит как от гармонического состава напряжения питания, так и вида нелинейности. Параметры  $\dot{U}_{ni}$  и  $\dot{I}_{mi}$  – составляющие тока и напряжения на  $i$ -том элементе схемы замещения анализируемого объекта. Таким образом, гармонический сигнал тока не повторяет состав напряжения, а является достаточно сложной зависимостью, определяемой, прежде всего, структурой самой нелинейности. Достаточно сказать, что при типовой нелинейности каждая из гармоник напряжения порождает гармоники тока порядка  $m = np$ , причем  $p$  изменяется от нуля до бесконечности. В параметрических нелинейных системах гармонический состав тока определяется зависимостью  $m = n \pm \nu$ , где  $\nu$  – относительные частоты изменения параметров одного из звеньев, входящих в систему.

Правая часть зависимости (2) включает  $i$  составляющих – по одной для каждого из  $i$ -элементов. Каждый из них имеет по два параметра, определяющих мощность, один из которых, например, известен, в то время как напряжение следует выразить соответствующим путем, исходя из характеристик нелинейности и упомянутой зависимости для тока.

Методика расчета параметров нелинейной индуктивности описана на основе рассмотрения простейшей электрической цепи (рис. 1), содержащей источник питания переменного тока с напряжением  $U(t) = U_{1a} \cos(\Omega t)$ , сопротивление  $R$ , нелинейную индуктивность  $L(I)$ . Здесь  $U_{1a}$  – амплитудное значение первой гармоники напряжения;  $\Omega$  – угловая частота;  $t$  – время.

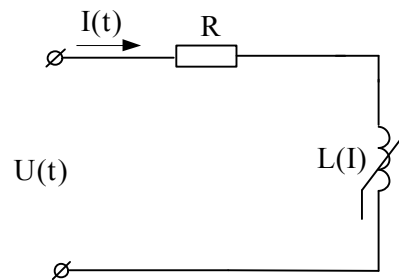


Рисунок 1 – Схема цепи с нелинейной индуктивностью

Гармонический анализ мощности предоставляет возможность получить систему уравнений энергетического баланса, составляя систему уравнений по каждой гармонике мощности. Решение этой системы, как будет показано ниже, позволяет определить искомые параметры нелинейности.

На рис. 2 представлены примерные кривые индукции  $B$  в сердечнике и индуктивности  $L$  катушки в зависимости от тока  $I$ , протекающего по виткам обмотки.

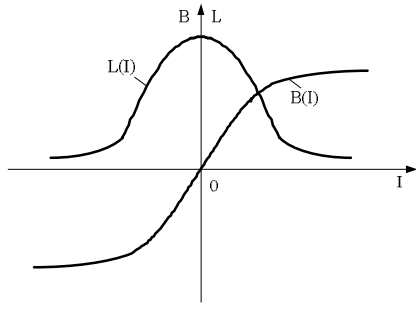


Рисунок 2 – Кривая намагничивания  $B(I)$  материала сердечника и индуктивности  $L(I)$  катушки

Если режим работы цепи охватывает зону насыщения сердечника, то зависимость  $B(I)$  можно представить как

$$B(i) = a_1 i + a_3 i^3 + a_5 i^5 + \dots + a_n i^n, \quad (3)$$

а зависимость индуктивности  $L$  от тока  $I$  при этом будет

$$L(I) = a_0 + a_1 I + a_2 I^2 + \dots + a_n I^n, \quad (4)$$

где  $a_1, a_3, a_5, \dots, a_n, a_0, a_2, a_4, \dots, a_n$  – коэффициенты аппроксимации;  $n$  – принятая максимальная степень аппроксимирующего полинома.

Как было показано авторами [10–12], такое представление является универсальным и наиболее точно описывает поведение данной кривой. В этом случае в основу расчетов положена типовая симметричная кривая намагничивания  $B(I)$  (рис. 2), для которой характерно изменение индуктивности с двойной частотой по сравнению с частотами компонент тока, определяющими процесс перемагничивания материала.

Эта зависимость (4) не позволяет получить нужный результат, т.к. для получения сигнала мгновенной мощности индуктивности она должна изменяться во времени:

$$\begin{aligned} P_L(t) &= \frac{d}{dt}(L(t)I(t))I(t) = \\ &= \frac{dL(t)}{dt}I(t)^2 + 2\frac{dI(t)}{dt}L(t)I(t). \end{aligned}$$

В нашем случае необходимо преобразовать  $L(I)$  в зависимость  $L(t)$  путем подстановки в (4)  $I(t)$ . При этом

$$L(t) = a_0 + a_1 I(t) + a_2 (I(t))^2 + \dots + a_n (I(t))^n. \quad (5)$$

Такое представление позволяет рассматривать индуктивность  $L$  как меняющуюся в зависимости от тока, времени, а также от обоих этих параметров одновременно.

В соответствии с принятыми допущениями следует, что напряжения и токи источника – функции, описываемые тригонометрическими рядами, а мощность – произведениями этих функций. Результатом является новый тригонометрический ряд, включающий постоянную составляющую и гармонические, порядок которых соответствует  $K = m \pm n$ , т.е.

условию, вытекающему из общих зависимостей для произведения двух тригонометрических функций напряжения и тока с порядком гармоник  $n$  и  $m$  соответственно.

Для произведения одночастотных компонент напряжения и тока ( $m = n$ ) получаются канонические составляющие мощности:

- постоянная составляющая  $P_{k0}$ ;
- знакопеременная косинусная составляющая  $P_{kac}$ ;
- знакопеременная синусная составляющая  $P_{kbc}$ .

При умножении разночастотных компонент напряжения и тока получаем неканонические составляющие ( $m \neq n$ ) – знакопеременную неканоническую синусную  $P_{kbs}$  и косинусную  $P_{kas}$ . Общее выражение для мгновенной мощности источника при этом

$$P(t)_{\Sigma u} = P_{k0\Sigma u} + P_{kac\Sigma u} + P_{kbc\Sigma u} + P_{kas\Sigma u} + P_{kbs\Sigma u}. \quad (6)$$

Здесь индексом суммы обозначены результирующие значения гармоник мощности, полученные указанным выше путем.

Общая форма записи для  $i$ -го элемента:

$$P(t)_{i\Sigma} = P_{k0\Sigma i} + P_{kac\Sigma i} + P_{kbc\Sigma i} + P_{kas\Sigma i} + P_{kbs\Sigma i}. \quad (7)$$

Для нелинейных элементов мощность выражается общей зависимостью  $P(t)_n = E(t)_n I(t)_n$ , где  $E(t)_n$  – зависимость ЭДС нелинейности, выражаемая для любой из рассматриваемых таким путем, который обеспечивает учет физических процессов, протекающих в нелинейном элементе.

При анализе энергопроцессов, связанных непосредственно с  $L(t)$ , справедлива схема замещения (рис. 3), в которой отдельно рассматривается постоянная  $L_0$  и переменная  $L'(t)$  составляющие индуктивности. На этой схеме  $L'(t)$  представлена эквивалентной ЭДС, характеризующей физическое проявление нелинейности, т.е. формирование гармоник, кратных гармоникам тока. Такая замена переменной составляющей эквивалентной ЭДС позволяет упростить расчет и объяснить механизм преобразования энергии на нелинейной индуктивности: активная мощность потребляется только в составе одночастотных компонент (т.е. только при равенстве частот напряжения и тока), а появление высокочастотных составляющих тока вызвано процессом преобразования энергии в нелинейном элементе.

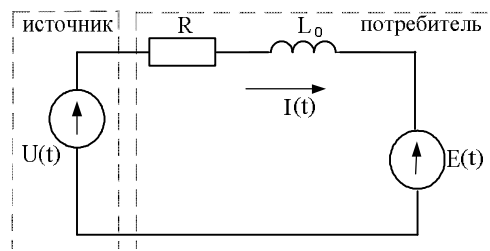


Рисунок 3 – Преобразованная схема замещения электрической цепи с нелинейностью

Так, выражения для ЭДС нелинейной индуктивности будет:

$$E_L(t) = d(L(t)I(t)) / dt. \quad (8)$$

Так как меняющаяся часть нелинейности представляет собой гармоническую функцию, то ЭДС нелинейности состоит минимум из произведения двух функций, дающих, в свою очередь, совокупность гармонических функций других частот, вследствие чего и окончательный результат (мгновенная мощность нелинейности) может быть представлен такой же зависимостью, как для источника питания или линейного элемента:

$$P(t)_{n\Sigma} = P_{k0n\Sigma} + P_{kacna} + P_{kbcnb} + P_{kasna} + P_{kbsnb}. \quad (9)$$

С учетом отмеченного выше и в соответствии с теоремой Телленджена, можно записать:

$$P(t)_{\Sigma u} = P(t)_{\Sigma i} + P(t)_{\Sigma n}. \quad (10)$$

Вследствие сказанного и приведенных зависимостей представляется возможным составление таких уравнений, где каждая из составляющих гармоник мощности, формирующих общую картину энергопроцесса, описывается уравнением баланса, где в левой части – уравнения для источника питания, а в правой – уравнения для линейных и нелинейных элементов:

$$P_{k0u\Sigma} = \sum_{i=1}^{i=N} P_{k0i\Sigma} + P_{k0n\Sigma}, \quad K_0 \text{ уравнений};$$

$$P_{kacu\Sigma} = \sum_{i=1}^{i=N} P_{kaci\Sigma} + P_{kacn\Sigma}, \quad K_{ca} \text{ уравнений};$$

$$P_{kbcu\Sigma} = \sum_{i=1}^{i=N} P_{kbc i\Sigma} + P_{kbcn\Sigma}, \quad K_{cb} \text{ уравнений};$$

$$P_{kasu\Sigma} = \sum_{i=1}^{i=N} P_{kasi\Sigma} + P_{kasn\Sigma}, \quad K_{sa} \text{ уравнений};$$

$$P_{kbsu\Sigma} = \sum_{i=1}^{i=N} P_{kbsi\Sigma} + P_{kbsn\Sigma}, \quad K_{sb} \text{ уравнений}.$$

Значения  $K_{ca} - K_{sb}$  зависят от гармонического состава напряжения и тока (ЭДС и тока нелинейности). Так, например, при  $n = 1, 3, 5$  и  $m = 1, 3, 5$   $K_0$  равно трем уравнениям баланса активной мощности. Количество знакопеременных составляющих уравнений определяется в ходе представления мгновенной мощности как произведение многочастотных составляющих напряжения и тока [8, 9].

Систему идентификационных уравнений составляем по балансу мощностей на каждом элементе. Выражения для функций мощности на элементах цепи:

источник питания

$$P(t) = U(t)I(t); \quad (11)$$

активное сопротивление

$$P_R(t) = RI^2(t); \quad (12)$$

постоянная составляющая индуктивности

$$P_L(t) = L_0 \frac{dI(t)}{dt} I(t); \quad (13)$$

переменная составляющая индуктивности

$$P_E(t) = E(t)I(t). \quad (14)$$

Систему уравнений для определения  $L_0$  и амплитудных значений составляющих ЭДС можно получить из выражения

$$U(t)I(t) = RI^2(t) + L_0 \frac{dI(t)}{dt} I(t) + E(t)I(t). \quad (15)$$

Согласно теореме Телленджена, представим все члены в данном уравнении в виде соответственно  $P_0, P_{ka} \cos(k\Omega t)$  и  $P_{kb} \sin(k\Omega t)$ , после чего сгруппируем коэффициенты у гармоник одинакового порядка справа и слева от знака равенства. Тогда, не выписывая всех промежуточных преобразований, получим систему уравнений энергобаланса для постоянной и амплитудных косинусных и синусных составляющих:

$$\begin{cases} P_0 = P_{0R} + P_{0L} + P_{0E}; \\ P_{1a} = P_{1aR} + P_{1aL} + P_{1aE}; \\ P_{1b} = P_{1bR} + P_{1bL} + P_{1bE}; \\ \dots \\ P_{ka} = P_{kaR} + P_{kaL} + P_{kaE}; \\ P_{kb} = P_{kbR} + P_{kbL} + P_{kbE}, \end{cases} \quad (16)$$

где  $P_0, P_{0R}, P_{0L}, P_{0E}$  – постоянные составляющие мгновенной мощности, а  $P_{ka}, P_{kb}, P_{kaR}, P_{kbR}, P_{kaL}, P_{kbL}, P_{kaE}, P_{kbE}$  – косинусные и синусные амплитудные составляющие  $k$ -ой гармоники функции мощности соответственно источника, активного сопротивления, постоянной составляющей индуктивности и ЭДС.

В результате решения (16) определим амплитудные составляющие зависимости  $E(t)$  и постоянную составляющую  $L_0$  индуктивности.

Переход к параметрам  $L'(t)$  осуществляется, исходя из равенства

$$E(t) = \frac{d}{dt}(L'(t)i(t)) = L'(t) \frac{dI(t)}{dt} + I(t) \frac{dL'(t)}{dt}. \quad (17)$$

Систему уравнений для определения величин  $L_{ka}, L_{kb}$  получим из выражения (17), используя разложение на гармоники каждой составляющей.

Следует отметить, что, используя энергетический метод для расчета параметров нелинейностей (в данном случае – нелинейной индуктивности), можно получить не только временную зависимость, но и зависимость от тока (или любого другого параметра).

Для определения коэффициентов аппроксимации в соответствии с энергетическим методом систему расчетных уравнений получим из выражения

$$P(t) = P_R(t) + P_L(t), \quad (18)$$

где  $P_L(t) = \left( L(I(t)) \frac{dI(t)}{dt} + I(t) \frac{L(I(t))}{dt} \right) I(t)$ , а  $L(t)$

представлена в форме (5).

В общем виде систему уравнений можно записать следующим образом:

$$\begin{cases} P_0 = P_{0R} + P_{0L}; \\ P_{1a} = P_{1aR} + P_{1aL}; \\ P_{1b} = P_{1bR} + P_{1bL}; \\ \text{-----} \\ P_{ka} = P_{kaR} + P_{kaL}; \\ P_{kb} = P_{kbR} + P_{kbL}. \end{cases} \quad (19)$$

В результате решения (19) получим коэффициенты аппроксимации для зависимости индуктивности от тока.

Зависимость  $L(I)$  можно получить, подставив значения  $a_0, a_2, a_n$  в выражение (4).

Система идентификационных уравнений, получаемая в соответствии со сказанным, – линейная, включающая в качестве неизвестных параметры индуктивностей, коэффициентов аппроксимации нелинейностей и др. Решение таких систем не представляет сложности и в материалах работы не рассматривается, т.к. достаточно полно изложено в [8].

**ВЫВОДЫ.** Нелинейности в цепях преобразования энергии являются источниками некачественностей, негативно влияющих на энергетические характеристики электромеханических систем, снижающих работоспособность и долговечность электрооборудования. Негативные стороны процессов, протекающих в нелинейностях, вызывают снижение показателя качества преобразования энергии – наиболее представительного показателя режима работы электрифицированного агрегата.

Заслуживающим внимания методом исследования электромеханических систем с нелинейностями является энергетический метод, представляющий развитие теоретической базы мгновенной мощности и применения ее на практике при идентификации параметров нелинейностей в структуре электромеханических систем и комплексов. Рассматриваемый метод позволяет наиболее полно оценивать показатели энергопроцессов наряду с возможностями определения параметров оборудования.

Энергетический метод базируется на уравнениях баланса гармонических составляющих мгновенной мощности источника питания, линейных и нелинейных элементов потребителя. Уравнения баланса, получаемые как произведение полигармонических сигналов напряжения и тока, позволяют получить систему идентификационных уравнений, в которой каждое из уравнений представляет собой равенство составляющих мгновенной мощности соответствующей частоты.

Ввиду того, что перемножаемые тригонометрические ряды зависимостей напряжения и тока содержат значительное число составляющих, имеется возможность составления системы идентификационных уравнений для идентификации параметров сложных нелинейных элементов электромеханических систем.

Показано, что энергетический метод, в отличие от существующих методов описания и определения нелинейных параметров электрических цепей переменного тока, позволяет получить достаточное количество уравнений при любом количестве неизвестных. Он не требует начальных приближений и позволяет учитывать физические особенности нелинейных элементов.

Решение задачи в несколько этапов, т.е. через замену переменной составляющей эквивалентными ЭДС, позволяет проанализировать процессы преобразования энергии в цепи, потерь мощности, ее рассеивания и генерации.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Akagi H., Watanabe M. Instantaneous Power Theory and Applications to Power Conditioning. – New York: Wiley, 2007. – 379 p.
2. Загирняк М.В., Родькин Д.И., Коренькова Т.В., Черный А.П. Направления развития теории мгновенной мощности и ее применение в задачах электромеханики // Міжнар. наук.-техн. конф. «Проблеми автоматизованого електроприводу. Теорія і практика». – Одеса, 17–22 вересня 2011. – С. 347–354.
3. Жемеров Г.Г., Крылов Д.С., Тугай Д.В. Система составляющих полной мощности и энергетических коэффициентов на основе р-q-г теории мощности // Технічна електродинаміка. Тематичний випуск «Проблеми сучасної електротехніки». – 2004. – Ч. 1. – С. 69–74.
4. Родькин Д.И. О несоответствии некоторых положений теории энергопроцессов теореме Теллеждана // Проблемы автоматизированного электропривода. Теория и практика. – Харьков: НТУ «ХПИ». – 2010. – № 28. – С. 71–79.
5. Загирняк М.В., Родькин Д.И., Коренькова Т.В. Оценка процессов энергопреобразования с использованием составляющих мгновенной мощности // Електромеханічні і енергозберігаючі системи: щоквартальний науково-виробничий журнал. – Кременчук, 2013. – Вип. 1/2013 (21). – С. 8–21.
6. Родькин Д.И., Ромашин Ю.В. Энергетический метод идентификации электромеханических устройств и систем // Известия высших учебных заведений и энергетических объединений СНГ. Энергетика. – Минск, 2011. – Вып. 3. – С. 10–20.
7. Родькин Д.И., Бялобржеский А.В., Ломонос А.И. Показатели энергопроцессов в сети с полигармоническими напряжениями и токами // Электротехника. – 2004. – № 6. – С. 37–42.
8. Родькин Д.И. О необходимости разделения понятий качества потребления и преобразования энергии // Вісник Кременчуцького державного політехнічного університету: наукові праці КДПУ. – Кременчук: КДПУ, 2003. – Вип. 2/2003 (19). – С. 143–148.
9. Загирняк М.В., Родькин Д.И., Ромашин Ю.В., Черный А.П. Энергетический метод идентификации параметров асинхронных двигателей: мо-

нографія. – Кременчук: ЧП Щербатых А.В., 2013. – 163 с.

10. Ромашихин Ю.В., Мосюндз Д.А., Руденко Н.А., Родькин Д.И. Эффективность численных методов решения систем нелинейных уравнений баланса составляющих мгновенной мощности // *Електромеханічні і енергозберігаючі системи: щоквартальний науково-виробничий журнал*. – Кременчук: КрНУ, 2012. – Вип. 2/2012 (18). – С. 27–34.

11. Андреев В.С. Теория нелинейных электрических цепей. – М.: Связь, 1972. – 326 с.

12. Скубов Д.Ю., Ходжаев К.Ш. Нелинейная электромеханика. – М.: Физматлит, 2003. – 360 с.

## POWER METHOD IN RESEARCH PROBLEMS OF OBJECTS WITH NONLINEARITIES

**D. Rodkin, D. Mosyundz**

Kremenchuk Mykhailo Ostrohradskyi National University

ul. Pervomayskaya, 20, Kremenchug, 39600, Ukraine. E-mail: darya\_mosyundz@mail.ru

Analysis of devices and systems which contain nonlinearities has been done by power method. It is shown that such approach can be applied to solve parameters identification problems as linear as nonlinear objects and systems. From the standpoint of theoretical generalizations analysis of the devices and systems containing nonlinearity by power method is considered in the paper. The universality of the method in the problems of parameter identification of both linear and nonlinear objects has been shown. The approach is the making of power source and consumer energy models using harmonic analysis of voltage, current and power signals with the expansion in Fourier series on the period of processes frequency of energy transformations or on its part. The general principles of construction of identification equation systems in the form of balance equations for instantaneous power components frequencies of supply, linear and non-linear elements of the consumer equivalent circuit is described. The application perspective of the energy method in the evaluation of the energy conversion quality of consumers has been mentioned.

**Key words:** power method, study of nonlinearities, energy model, energy balance equations, identification equations.

## REFERENCES

1. Akagi, H., Watanabe, E. and Aredes, M. (2007), *Instantaneous Power Theory and Applications to Power Conditioning*, Wiley, New York, USA.

2. Zagirnyak, M., Rodkin, D., Chorny, O. and Korenkova, T. (2011), “Direction of development of the theory of instantaneous power and its application in problems of electrical engineering”, *Intern. Scientific and Technical. conf. "Problemy avtomatizovanogo elektroprivoda. Teoriya i praktika"*, pp. 347–354. (in Russian)

3. Zhemerov, G.G., Krylov, D.S. and Tugay, D.V. (2004), “System of components full power and energy coefficient based on p-q-r-power theory”, *Technical Electrodynamics, Special Issue "Problems of modern electronics"*, pp. 69–74. (in Russian)

4. Rodkin, D. (2010), “On the inconsistency some theory of the energy processes to Telledzhen’s theorem”, *Problemy avtomatizovanogo elektroprivoda. Teoriya i praktika*, Vol. 28, pp. 127–135. (in Russian)

5. Zagirnyak, M., Rodkin, D. and Korenkova, T. (2013), “Assessment of energy processes conversion with the use of the instantaneous power components”, *Electromechanichni i energozberigajuchi systemy*, Vol. 1, no. 21, pp. 8–21. (in Russian)

6. Rodkin, D.Y. and Romashihin, Yu.V. (2011), “Energy method for the electromechanical devices and systems identification”, *Izvestiya vyshchih uchebnyh zavedeniy i energeticheskikh obyedineniy SNG. Energetika*, Vol. 3, pp. 10–20. (in Russian)

7. Rodkin, D.Y., Byalobrzheskiy, A.V. and Lomonos, A.I. (2004), “Energy processes indicators in the circuit with harmonic voltages and currents”, *Electrotehnika*, no. 6, pp. 37–42. (in Russian)

8. Rodkin, D.Y. (2003), “About division necessity the concepts of consumption quality and energy conversion”, *Visnyk KDPU: Naukovi pratsi KDPU*, Vol. 2, no. 19, pp. 143–148. (in Russian)

9. Zagirnyak, M., Rodkin, D., Romashihin, Yu. and Chorny, O. (2013), *Energeticheskii metod identifikatsii parametrov asinhronih dvigateley* [Energy method for induction motors parameter identification], PE Shcherbatykh A.V., Kremenchug. (in Russian)

10. Romashihin, Yu.V., Mosyundz, D.A., Rudenko, N.A. and Rodkin, D.Y. (2012), “Efficiency numerical methods for solving nonlinear equations systems of instantaneous power components balance”, *Electromechanichni i energozberigajuchi systemy*, Vol. 2, no. 18, pp. 27–34. (in Russian)

11. Andreev, V. (1972), *Teoriya nelineynykh elektricheskikh tsepey* [The theory of nonlinear circuits], Radio i svyaz, Moscow. (in Russian)

12. Skubov, D.Y. and Khodzhaev, K.S. (2003), *Nelineynaya elektromekhanika* [Nonlinear electromechanics], Fizmatlit, Moscow. (in Russian)

Стаття надійшла 21.08.2014.