REFERENCES

1. Leznov B.S. *Energy-savings and control drive in the pumpings and blast settings.* – M.: Energoatomizdat, 2006. – 360 p. [in Russian]
2. Petrosov V.A. *Stability of water-supply*. – Kharkov: Factor, 2007. – 355 p. [in Russian]
3. Gol'yanov A.A. Analysis of methods of finding out losses on pipelines // *Transport and storage of petroleum products.* – 2002. – № 11. – PP. 5–14. [in Russian]
4. Kutukov S.E. Problem of sensitisation, reliability and fast-acting of the systems of finding out losses in the pipelines of // *Oil and Gas Business*. – 2004. – T. 2. – PP. 29–45. [in Russian]
5. Spend A., Gruyff F. *Finding out leaks on an oil pipeline Rotterdam-Rain (Netherlands–FRG).* – Siemens, 1973. – Iss. 21. – № 15–16. – PP. 563–564.
6. Romashikhin Yu.V., Rod'kin D.I., Kalinov A.P. The power method of asynchronous drivers parameters authentication // *Bulletin KDPU.* – Iss. 3/2007 (44), part 2. – PP. 130–136. [in Russian]
7. Romashikhin Yu., Rod'kin D., Kalinov A. Efficiency of energydiagnostics alternating current drivers parameters method // *Electromechanics of alternating current: Labours international 14 NTK.* – Ekaterinburg: GOU VPO UGTU-UPI, 2007. – PP. 273–278. [in Russian]
8. Vishnevskiy K.P. *Transients in the pressure of water supply system.* – M.: Agropromizdat, 1986. – 135 p. [in Russian]
9. Charniy I.A. *Unset motion of the real liquid in pipes.* – M.: Nedra, 1975. – 296 p. [in Russian]
10. Lyamaev B.F., Nebol'sin G.P., Nelyubov V.A. *The Stationary and transitional processes in difficult gidrosystems. Methods of calculation on computer*. – L.: Mashinostroyenie, 1978. – 192 p. [in Russian]

Стаття надійшла 16.04.2012.
Рекомендовано до друку
к.т.н., доц. Кореньковою Т.В.

УДК 255:29.1, 621.3.016.2+621.317.38

АНАЛИЗ И СИНТЕЗ СПЕКТРОВ СИГНАЛОВ МГНОВЕННОЙ МОЩНОСТИ И НАПРЯЖЕНИЯ В НЕСИНУСОИДАЛЬНЫХ ЦЕПЯХ ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧ ЭЛЕКТРОМЕХАНИКИ

В. Н. Сидоренко
Кременчугский национальный университет имени Михаила Остроградского
ул. Первомайская, 20, г. Кременчуг, 39600, Украина. E-mail: vnsidorenko@gmail.com

Рассмотрен единый подход к анализу и синтезу сигналов мгновенной мощности и напряжения для несинусоидальных цепей, позволяющий, в отличие от ранее известных, наряду с количественной оценкой сделать качественный анализ механизма формирования их спектров. Подход актуален, в частности, при решении уравнений энергетического баланса в задачах идентификации параметров электрических машин с учетом их нелинейного характера. Полученные математические соотношения представлены в общепринятых терминах теории сигналов и матричной алгебры. На практике это дает возможность синтеза быстродействующих вычислительных процедур и является важным при проектировании систем реального времени, что актуально в задачах управления качеством преобразования энергии.

Ключевые слова: мгновенная мощность, гармонический анализ, свертка, обратная свертка.

АНАЛІЗ І СИНТЕЗ СПЕКТРІВ СИГНАЛІВ МИТТЄВОЇ ПОТУЖНОСТІ І НАПРУГИ В НЕСИНУСОЇДАЛЬНИХ ЛАНЦЮГАХ ПРИ ВИРІШЕНІ ЗАДАЧ ЕЛЕКТРОМЕХАНІКИ

В. М. Сидоренко
Кременчуцький національний університет імені Михайла Остроградського
вул. Першотравнева, 20, м. Кременчук, 39600, Україна. E-mail: vnsidorenko@gmail.com

Розглянуто єдиний підхід щодо аналізу і синтезу сигналів миттєвої потужності й напруги для несинусоїдальних кіл, який дозволяє, на відміну від раніше відомих, поряд з кількісною оцінкою виконати якісний аналіз механізму формування їх спектрів. Підхід є актуальним, зокрема, при розв'язанні рівнянь енергетичного балансу в задачах ідентифікації параметрів електричних машин з урахуванням їх нелінійного характеру. Отримані математичні співвідношення наведено у загальноприйнятих термінах теорії сигналів і матричної алгебри. На практиці це дає можливість синтезу швидкодіючих обчислювальних процедур і є важливим при проектуванні систем реального часу, що актуально в задачах управління якістю перетворення енергії.

Ключові слова: миттєва потужність, гармонічний аналіз, згортка, зворотна згортка.

АКТУАЛЬНОСТЬ РАБОТЫ. Анализ энергетических процессов в силовых цепях электрических приводов (ЭП) [1–3] лежит в основе систем их мониторинга [4, 5], где первичным источником информации выступают сигналы мгновенных значений тока, напряжения и мощности. При этом ряд подходов к анализу энергопроцессов, протекающих в ЭП [6, 7], требует знания не только оценок величин параметров гармонических составляющих сигнала мощности, но и оценки механизма их формирования в виде функций от амплитуд сигналов тока и напряжения (прямая задача). Аналогичная задача возникает в рамках концепции учета потребляемой электрической энергии в несинусоидальных цепях, предлагаемой в [8], для корректного расчета активной и реактивной составляющей мощности.

С другой стороны, в рамках концепции управления качеством преобразования энергии на основе анализа мгновенной мощности, введенной авторами [9], возникает задача синтеза сигнала питающего напряжения при заданной форме сигналов мгновенной мощности и тока в силовой цепи электропривода (обратная задача).

Математические аспекты расчета составляющих мгновенной мощности рассмотрены, в частности, в работах [10, 11]. Авторами [12, 13] также ранее рассмотрен подход к решению прямой задачи на основе конволюции спектров тока и напряжения. Однако на данный момент актуальным является разработка единого подхода к решению как прямой, так и обратной задачи.

Целью данной работы является упрощение анализа и синтеза спектров сигналов напряжения и мгновенной мощности в несинусоидальных цепях в задачах электромеханики за счет разработки единого подхода к расчету их параметров в общепринятых терминах теории сигналов и матричной алгебры.

МАТЕРИАЛ И РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЙ. Пусть $u(t)$, $i(t)$ – сигналы питающего напряжения, например, в силовой цепи электропривода, $t \in [0,T]$, где T – период сигнала. Тогда сигнал мгновенной мощности запишется как $p(t)=i(t)u(t)$. С учетом периодической природы $p(t)$ может быть представлен в виде ряда Фурье

$$p(t)=\frac{P_0^a}{2}+\sum_{k=1}^{N}(P_k^a\cos k\omega t+P_k^b\sin k\omega t) \qquad (1)$$

или в его комплексной форме

$$p(t)=\sum_{k=-N}^{N}P_k e^{jk\omega t}, \qquad (2)$$

где N – номер последней значимой гармоники в сигнале, а

$$P=\begin{bmatrix}P_{-N}^a\\ \vdots\\ P_{-k}^a\\ \vdots\\ P_{-1}^a\\ P_0^a\\ P_1^a\\ \vdots\\ P_k^a\\ \vdots\\ P_N^a\end{bmatrix}-j\frac{1}{2}\begin{bmatrix}-P_{-N}^b\\ \vdots\\ -P_{-k}^b\\ \vdots\\ -P_{-1}^b\\ 0\\ P_1^b\\ \vdots\\ P_k^b\\ \vdots\\ P_N^b\end{bmatrix}=\frac{1}{2}P^a-j\frac{1}{2}P^b. \qquad (3)$$

Спектры сигналов $u(t)$, $i(t)$ представляются аналогично. Как было отмечено выше, решение прямой задачи предполагает оценку механизма формирования спектра мгновенной мощности в виде соответствующих функциональных соотношений: $P_k^a=f(I_k^a,U_k^a,I_k^b,U_k^b)$; $P_k^b=f(I_k^a,U_k^a,I_k^b,U_k^b)$ или $P_k=f(I_k,U_k)$.

Для решения задачи достаточно воспользоваться известной из теории сигналов теоремой о свертке, суть которой состоит в том, что спектр произведения двух сигналов выступает свертка их спектров: $P=I*U$. Тогда, с учетом нечетной симметрии и дискретного характера спектров, комплексный вариант решения задачи можно записать в виде следующего скалярного соотношения:

$$P_k=\sum_{\substack{i=0\\ k-i\ge 0}}^{N}I_kU_{k-i}^{*}+\sum_{\substack{i=0\\ k-i<0}}^{N}I_kU_{k-i}. \qquad (4)$$

Вещественное решение в терминах косинусных и синусных компонент сформулируем и докажем в виде следующей теоремы.

Теорема 1. Амплитуды косинусных и синусных составляющих гармоник сигнала мгновенной мощности выражаются соответственно в виде следующих билинейных форм:

$$P_k^a=\frac{1}{2}[\sum_{\substack{i=0\\ k-i\ge 0}}^{N}I_i^aU_{k-i}^a+\sum_{\substack{i=0\\ k-i<0}}^{N}I_i^aU_{i-k}^a-\sum_{\substack{i=0\\ k-i\ge 0}}^{N}I_i^bU_{k-i}^b+\sum_{\substack{i=0\\ k-i<0}}^{N}I_i^bU_{i-k}^b],k=\overline{0,2N}; \qquad (5)$$

$$P_k^b=\frac{1}{2}[\sum_{\substack{i=0\\ k-i\ge 0}}^{N}I_i^bU_{k-i}^a+\sum_{\substack{i=0\\ k-i<0}}^{N}I_i^bU_{i-k}^a+\sum_{\substack{i=0\\ k-i\ge 0}}^{N}I_i^aU_{k-i}^b-\sum_{\substack{ik=0\\ k-i<0}}^{N}I_i^aU_{i-k}^b],k=\overline{1,2N}. \qquad (6)$$

Доказательство. С учетом билинейности свертки

$$P=I*U=\frac{1}{2}\left(I^a-jI^b\right)*\frac{1}{2}\left(U^a-jU^b\right)=$$
$$=\underbrace{\frac{1}{4}\left(I^a*U^a-I^b*U^b\right)}_{\mathrm{Re}(P)}-j\underbrace{\frac{1}{4}\left(I^a*U^b+I^b*U^a\right)}_{\mathrm{Im}(P)},$$

$\Rightarrow$

$$P^a=2\,\mathrm{Re}\{P\}=\frac{1}{2}\left(I^a*U^a-I^b*U^b\right); \qquad (7)$$

$$P^b=-2\,\mathrm{Im}\{P\}=\frac{1}{2}\left(I^a*U^b+I^b*U^a\right). \qquad (8)$$

Расписав (7) и (8) аналогично (4), получим (5) и (6) соответственно, что и требовалось доказать.

Для компактности представления и простоты использования, в частности, при решении обратной задачи, (5) и (6) целесообразно представить в матричной форме.

Пусть $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix}$ – единичная матрица размерности $N \times N$, а $J = \begin{pmatrix} 0 & \dots & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ \vdots & \iddots & \vdots & \vdots \\ 1 & \dots & 0 & 0 \end{pmatrix}$ – матрица отражения той же размерности. Введем матрицу сдвига размерности $N \times N$ по аналогии с [15, 16]:

$$H = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix}.$$

Теорема 2 (матричный комплексный вариант). Комплексная амплитуда k-ой гармоники сигнала мгновенной мощности выражается следующим соотношением:

$$P_k = I^T H^k JU,\ k = \overline{0,2N}. \qquad (9)$$

Доказательство. Заметим, что $H^0 = E$, а $H^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix}$ и т.д.,

т.е. при возведении матрицы H в степень n единичная диагональ смещается на n позиций вправо и вверх. Заметим также, что $JU = \left(U_N \dots U_k \dots U_1 \dots 0 \dots -U_{-1} \dots -U_{-k} \dots -U_{-N}\right)^T$. Тогда нулевая гармоника мощности может быть представлена как

$$P_0 = \frac{1}{4}\begin{bmatrix} I_{-N}^a + jI_{-N}^b \\ \vdots \\ I_{-k}^a + jI_{-k}^b \\ \vdots \\ I_{-1}^a + jI_{-1}^b \\ I_0^a \\ I_1^a - jI_1^b \\ \vdots \\ I_k^a - jI_k^b \\ \vdots \\ I_N^a - jI_N^b \end{bmatrix}^T \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix} \times$$

$$\times \begin{pmatrix} 0 & \dots & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ \vdots & \iddots & \vdots & \vdots \\ 1 & \dots & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} U_{-N}^a + jU_{-N}^b \\ \vdots \\ U_{-k}^a + jU_{-k}^b \\ \vdots \\ U_{-1}^a + jU_{-1}^b \\ U_0^a \\ U_1^a - jU_1^b \\ \vdots \\ U_k^a - jU_k^b \\ \vdots \\ U_N^a - jU_N^b \end{bmatrix}$$ или, коротко,

как $P_0 = I^T EJU = I^T H^0 JU$. Вторая гармоника – как

$$P_2 = \frac{1}{4}\begin{bmatrix} I_{-N}^a + jI_{-N}^b \\ \vdots \\ I_{-k}^a + jI_{-k}^b \\ \vdots \\ I_{-1}^a + jI_{-1}^b \\ I_0^a \\ I_1^a - jI_1^b \\ \vdots \\ I_k^a - jI_k^b \\ \vdots \\ I_N^a - jI_N^b \end{bmatrix}^T \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix} \times$$

$$\times \begin{pmatrix} 0 & \dots & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ \vdots & \iddots & \vdots & \vdots \\ 1 & \dots & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} U_{-N}^a + jU_{-N}^b \\ \vdots \\ U_{-k}^a + jU_{-k}^b \\ \vdots \\ U_{-1}^a + jU_{-1}^b \\ U_0^a \\ U_1^a - jU_1^b \\ \vdots \\ U_k^a - jU_k^b \\ \vdots \\ U_N^a - jU_N^b \end{bmatrix}$$ или

как $P_2 = I^T H^2 JU$ и т.д. Методом математической индукции для k-ой гармоники получим:

$$P_k = I^T H^k JU;\ k = \overline{0,2N}, \qquad (10)$$

что и требовалось доказать.

Соотношение (10) порождает блочный вектор-столбец размерности и скалярной размерности $2N \times 1$:

$$\underline{P} = I * U = \begin{bmatrix} I^T JU \\ I^T H^1 JU \\ I^T H^2 JU \\ \vdots \\ I^T H^k JU \\ \vdots \\ I^T H^{2N} JU \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_0 \\ P_1 \\ P_2 \\ \vdots \\ P_k \\ \vdots \\ P_{2N} \end{bmatrix}. \qquad (11)$$

Теорема 3 (матричный вещественный вариант). Амплитуды косинусной и синусной составляющей k-ой гармоники сигнала мгновенной мощности выражаются, соответственно, следующими соотношениями:

$$P_k^a = \frac{1}{2}\left(I^{a^T} H^k JU^a - I^{b^T} H^k JU^b\right),\ k = \overline{0{,}2N}\ ; \qquad (12)$$

$$P_k^b = \frac{1}{2}\left(I^{a^T} H^k JU^b + I^{b^T} H^k JU^a\right),\ k = \overline{1{,}2N}\ , \qquad (13)$$

где N – номер последней гармоники в сигналах тока и напряжения.

Теорема доказывается аналогично предыдущей методом математической индукции, основываясь на соотношениях (5) и (6). Соотношения (12), (13) порождают блочные вектор-столбцы размерности и скалярной размерности $2N \times 1$:

$$\underline{P^a} = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} I^{a^T} JU^a - I^{b^T} JU^b \\ I^{a^T} HJU^a - I^{b^T} HJU^b \\ I^{a^T} H^2 JU^a - I^{b^T} H^2 JU^b \\ \vdots \\ I^{a^T} H^k JU^a - I^{b^T} H^k JU^b \\ \vdots \\ I^{a^T} H^{2N} JU^a - I^{b^T} H^{2N} JU^b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_0^a \\ P_1^a \\ P_2^a \\ \vdots \\ P_k^a \\ \vdots \\ P_{2N}^a \end{bmatrix}; \qquad (14)$$

$$\underline{P^b} = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 0 \\ I^{a^T} JU^b + I^{b^T} JU^a \\ I^{a^T} H^2 JU^b + I^{b^T} H^2 JU^a \\ \vdots \\ I^{a^T} H^k JU^b + I^{b^T} H^k JU^a \\ \vdots \\ I^{a^T} H^{2N} JU^b + I^{b^T} H^{2N} JU^a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ P_1^b \\ P_2^b \\ \vdots \\ P_k^b \\ \vdots \\ P_{2N}^b \end{bmatrix}. \qquad (15)$$

Для демонстрации практического приложения теорем 2 и 3 выполним расчет амплитудных значений составляющих сигнала мгновенной мощности для модели простейшего линейного контура с параметрами $R = 0{,}462$ Ом, $L = 0{,}088$ Гн для случая двух гармоник в сигнале напряжения:

$$u(t) = U_1^a \cos\omega t + U_1^b \sin\omega t + U_3^a \cos 3\omega t + U_3^b \sin 3\omega t\ ,$$

где $U_3^a = U_3^b = \frac{1}{3}U_1^a = \frac{1}{3}U_1^b = \dfrac{220\sqrt{2}}{3}$ В.

Исходя из условий задачи и в соответствии с (3),

$$U = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} U_{-3}^a + jU_{-3}^b \\ 0 \\ U_{-1}^a + jU_{-1}^b \\ 0 \\ U_1^a - jU_1^b \\ 0 \\ U_3^a - jU_3^b \end{pmatrix} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} U_{-3}^a \\ 0 \\ U_{-1}^a \\ 0 \\ U_1^a \\ 0 \\ U_3^a \end{pmatrix} - j\frac{1}{2}\begin{pmatrix} -U_{-3}^b \\ 0 \\ -U_{-1}^b \\ 0 \\ U_1^b \\ 0 \\ U_3^b \end{pmatrix}. \qquad (16)$$

Вектор комплексных амплитуд тока I запишется аналогично. Тогда, подставляя (16) и аналогичное выражение для тока соответственно в (14) и (15) и проведя вычисления, получим:

$$\underline{P^a} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} I^{a^T} JU^a - I^{b^T} JU^b \\ I^{a^T} HJU^a - I^{b^T} HJU^b \\ I^{a^T} H^2 JU^a - I^{b^T} H^2 JU^b \\ I^{a^T} H^3 JU^a - I^{b^T} H^3 JU^b \\ I^{a^T} H^4 JU^a - I^{b^T} H^4 JU^b \\ I^{a^T} H^5 JU^a - I^{b^T} H^5 JU^b \\ I^{a^T} H^6 JU^a - I^{b^T} H^6 JU^b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P_0^a \\ P_1^a \\ P_2^a \\ P_3^a \\ P_4^a \\ P_5^a \\ P_6^a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I_1^a U_1^a + I_1^b U_1^b + I_3^a U_3^a + I_3^b U_3^b \\ 0 \\ \frac{1}{2}\left(I_1^a U_1^a - I_1^b U_1^b + I_3^a U_1^a + I_3^b U_1^b + I_1^a U_3^a + I_1^b U_3^b\right) \\ 0 \\ \frac{1}{2}\left(I_1^a U_3^a - I_1^b U_3^b + I_3^a U_1^a - I_3^b U_1^b\right) \\ 0 \\ \frac{1}{2}\left(I_3^a U_3^a - I_3^b U_3^b\right) \end{pmatrix}; \qquad (17)$$

$$\underline{P^b} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 0 \\ I^{a^T} JU^b + I^{b^T} JU^a \\ I^{a^T} H^2 JU^b + I^{b^T} H^2 JU^a \\ I^{a^T} H^3 JU^a - I^{b^T} H^3 JU^b \\ II^{a^T} H^4 JU^b + I^{b^T} H^4 JU^a \\ I^{a^T} H^5 JU^b + I^{b^T} H^5 JU^a \\ I^{a^T} H^6 JU^b + I^{b^T} H^6 JU^a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ P_1^b \\ P_2^b \\ P_3^b \\ P_4^b \\ P_5^b \\ P_6^b \end{pmatrix} = -\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{2}\left(I_1^b U_1^a + I_1^a U_1^b + I_3^b U_1^a - I_3^a U_1^b - I_1^b U_3^a + I_1^a U_3^b\right) \\ 0 \\ \frac{1}{2}\left(I_1^b U_3^a + I_1^a U_3^b + I_3^b U_1^a + I_3^a U_1^b\right) \\ 0 \\ \frac{1}{2}\left(I_3^b U_3^a + I_3^a U_3^b\right) \end{pmatrix}. \qquad (18)$$

Билинейные формы (17) и (18) позволяют выполнить анализ механизма формирования гармонических составляющих сигнала мгновенной мощности как функций амплитудных составляющих сигналов тока и напряжения. Последнее необходимо, в частности, при решении систем уравнений энергетического баланса в задачах идентификации параметров схемы замещения электрической машины [3, 4]. При подстановке численных значений амплитуд в (17), (18) можно получить их численные значения, как и с помощью обратного к (2) преобразования:

$$P=\begin{pmatrix} P_0 \\ P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ P_4 \\ P_5 \\ P_6 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 59,566 \\ 0 \\ -1,738\cdot 10^3+j359,038 \\ 0 \\ -777-j10,944 \\ 0 \\ -64,789-j0,381 \end{pmatrix}.$$

Формальная постановка задачи синтеза сигнала питающего напряжения, форма которого определяется сигналами $p(t)$ и $i(t)$ в силовой цепи электропривода (обратная задача), может быть записана следующим образом. Пусть $i(t)$, $p(t)$ и их спектры I, P заданы (в терминах (3)). Требуется выполнить синтез сигнала напряжения $u(t)$ и найти его спектр U:

$$u(t)=\frac{p(t)}{i(t)}\leftrightarrow U_k,\ i(t)\neq 0,\ k=\overline{0,N}. \qquad (19)$$

Классический подход к решению задачи предполагает реализацию обратной свертки (деконволюции) спектров I, P. Применив к обеим частям (19) оператор преобразования Фурье $F[...]$ и задействовав в правой части оператор обратного преобразования Фурье $F^{-1}[...]$, получим [15]:

$$U_k=F\left[\frac{F^{-1}[P_k]}{F^{-1}[I_k]}\right],\ k=0,\pm 1,...,\pm N. \qquad (20)$$

На практике $F[...]$, $F^{-1}[...]$ реализуются с помощью алгоритма быстрого преобразования Фурье, что эффективно с вычислительной точки зрения. Однако выражение (20) слабо пригодно для анализа.

Обозначим для компактности $I_{-k}=\dfrac{I_k^a+jI_k^b}{2}$ и $I_k^*=\dfrac{I_k^a-jI_k^b}{2}$), $k=\overline{0,N}$.

Теорема 4 (комплексный вариант). Вектор комплексных амплитуд гармоник сигнала напряжения однозначно выражается с помощью следующего соотношения:

$$U=I_\Delta^{-1}P, \qquad (21)$$

где а I_Δ – ганкелева треугольная матрица размерности $2N\times 2N$ комплексных амплитуд сигнала тока при условии, что $\det(I_\Delta)\neq 0$.

$$I_\Delta=\begin{pmatrix}
I_N^* & \dots & I_k^* & \dots & I_1^* & I_0 & I_{-1} & \dots & I_{-k} & \dots & I_{-N} \\
\vdots & I_k^* & \dots & I_1^* & I_0 & I_{-1} & \dots & I_{-k} & \dots & I_{-N} & 0 \\
I_k^* & \dots & I_1^* & I_0 & I_{-1} & \dots & I_{-k} & \dots & I-_N & 0 & 0 \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
I_1^* & I_0 & I_{-1} & \dots & I_{-k} & \dots & I-_N & 0 & 0 & 0 & 0 \\
I_0 & I_{-1} & \dots & I_k & \dots & I_{-N} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
I_{-1} & \dots & I_{-k} & \dots & I_{-N} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
I_{-k} & \vdots & I-_N & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
I_{-N} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0
\end{pmatrix},\ k=\overline{0,N}. \qquad (22)$$

Доказательство. Выражение $I^T H^k J$ в (10), где $k=\overline{0,N}$, есть блочный вектор-столбец $\begin{bmatrix} I^T J \\ I^T H^1 J \\ I^T H^2 J \\ \vdots \\ I^T H^k J \\ \vdots \\ I^T H^{2N} J \end{bmatrix}$ размерности $2N\times 1$, порождающий ганкелеву треугольную матрицу I_Δ размерности $2N\times 2N$. Тогда из (10) следует, что

$$I_\Delta U=P. \qquad (23)$$

(23) – это система линейных уравнений относительно U, которая имеет единственное решение при условии, что

$$\det(I_\Delta)\neq 0, \qquad (24)$$

что и требовалось доказать.

Следует отметить, что $I^T H^k$ порождает теплицеву матрицу и решение (23) можно свести к нахождению инвертированного вектора гармоник напряжения JU. Таким образом, решение обратной задачи сводится к обращению ганкелевой или теплицевой матриц, вычислительные аспекты которого хорошо изучены [13, 14]. При этом данный подход дает возможность детального анализа структуры решения задачи.

Используя условия предыдущего примера, запишем: $I = \begin{pmatrix} I_{-3} \\ 0 \\ I_{-1} \\ 0 \\ I_1^* \\ 0 \\ I_3^* \end{pmatrix}$; $U = \begin{pmatrix} U_{-3} \\ 0 \\ U_{-1} \\ 0 \\ U_1^* \\ 0 \\ U_3^* \end{pmatrix}$.

Т.к. $\det I_\Delta = 0{,}309 + j0{,}284 \neq 0$, то задача имеет решение, и оно единственно. Тогда, с подстановкой численных значений амплитуд, получим:

$$U = \begin{pmatrix} I_3^* & 0 & I_1^* & 0 & I_{-1} & 0 & I_{-3} \\ 0 & I_1^* & 0 & I_{-1} & 0 & I_{-3} & 0 \\ I_1^* & 0 & I_{-1} & 0 & I_{-3} & 0 & 0 \\ 0 & I_{-1} & 0 & I_{-3} & 0 & 0 & 0 \\ I_{-1} & 0 & I_{-3} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I_{-3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ I_{-3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} P_0 \\ 0 \\ P_2 \\ 0 \\ P_4 \\ 0 \\ P_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 51{,}854 + j51{,}854 \\ 0 \\ 155{,}563 + j155{,}563 \\ 0 \\ 155{,}563 - j155{,}563 \\ 0 \\ 51{,}854 - j51{,}854 \end{pmatrix}. \quad (25)$$

Следует отметить, что в общем случае решение (21) может иметь неизбежную, но несущественную с точки зрения электромеханического смысла задачи ошибку, вызванную операцией деления.

Таким образом, комплекс представленных теорем является математической основой единого подхода к анализу и синтезу сигналов мгновенной мощности и напряжения при решении задач электромеханики с привлечением аппарата мгновенной мощности в несинусоидальных цепях.

ВЫВОДЫ. Рассмотрен единый подход к анализу и синтезу сигналов мгновенной мощности и напряжения для несинусоидальных цепей, позволяющий наряду с количественной оценкой сделать качественный анализ механизма формирования их спектров. Последнее актуально, в частности, при решении уравнений энергетического баланса в задачах идентификации параметров ЭП, в том числе и нелинейного характера.

Полученные математические соотношения представлены в общепринятых терминах теории сигналов и матричной алгебры, дающих на практике возможность синтеза эффективных, с точки зрения быстродействия, вычислительных процедур, что является важным при проектировании систем реального времени и актуальным в задачах управления качеством преобразования энергии.

ЛИТЕРАТУРА

1. Родькин Д.И., Здор И.Е. Современные методы определения параметров асинхронных двигателей после их ремонта // Научные труды КГПИ. – Кременчуг, 1998. – Вып. 1. – С. 100–106.

2. Диагностика параметров двигателя постоянного тока при испытаниях / Д.И. Родькин, А.А. Хараджян, С.В. Михайлов // Проблемы создания новых машин и технологий: труды КГПИ. – 1998. – Вып. 1. – С. 106–117.

3. Метод энергодиагностики машин постоянного тока / Д.И. Родькин, Т.В. Величко, Ю.А. Бахметьев // Научные труды КГПИ. – Кременчуг, 1998. – Вып. 1. – С. 94–100.

4. Барвинок Д.В. Построение цифровых измерительных комплексов для исследования электромеханических систем // Научные труды КГПИ. – Кременчуг, 1999. – Вып. 1. – С. 132–135.

5. Комплексы для экспресс-диагностики двигателей переменного тока / Д.И. Родькин, А.П. Калинов, Д.В. Барвинок и др. // Сборник научных трудов НГУ. – Днепропетровск: РИ НГУ, 2003. – Т. 2. – № 17. – С. 110–121.

6. Диагностика параметров двигателя постоянного тока при испытаниях / Д.И. Родькин, А.А. Хараджян, С.В. Михайлов // Проблемы создания новых машин и технологии: труды КГПИ. – 1998. – Вып. 1. – С. 106–117.

7. Исследование степени насыщения стали асинхронных двигателей / Д.И. Родькин, А.П. Черный, В.А. Мартыненко и др. // Вісник КДПУ. – Кременчук, 2003. – Вып. 1. – С. 68–75.

8. Родькин Д.И. Новая система показателей качества использования электрической энергии. – Днепропетровск: Научный вестник НГУ, 2004. – № 43. – С. 20–26.

9. Мониторинг параметров электрических двигателей электромеханических систем: монография. / А.П. Черный, Д.И. Родькин, А.П. Калинов, О.С. Воробейчик. – Кременчуг: ЧП Щербатых А.В., 2008. – 244 с.

10. Мощность переменного тока / А.Ф. Крогерис, К.К. Рашевиц, Э.П. Трейманис, Я.К. Шинка. – Рига: Физ.-энерг. ин-т Латв. АН, 1993. – 294 с.

11. Instantaneous power theory and applications to power conditioning / Hirofumi Akagi, Edson Hirokazu Watanabe, Mauricio Aredes. – USA: Wiley-Interscience a John Wiley & Sons, Inc., Publication, 2007. – 389 с.

12. Автоматизація розрахунку складових миттєвої потужності / В.Н. Сидоренко, Д.Г. Мамчур, Д.Й. Родькін, О.П. Чорний // Вісник Кременчуцького державного політехнічного університету. – Кременчук: КДПУ, 2004. – Вип. 6/2004 (29). – С. 18–24.

13. Визначення складових миттєвої потужності електричних сигналів / В.М. Сидоренко, Д.Г. Мамчур, Д.Й. Родькін, О.П. Чорний // Електроінформ. – Львів, 2005. – № 1. – С. 12–14.

14. Свідоцтво про реєстрацію авторського права на службовий твір № 8436 від 24.09.03 / Сидоренко В.М., Родькін Д.Й., Чорний О.П., Мамчур Д.Г. / Службовий твір "Програмний продукт "Комп'ютерна програма розрахунку символьних виразів складових сигналу миттєвої потужності електричних сигналів".

15. Марпл С.Л. Цифровой спектральный анализ и его приложения. – М.: Мир, 1990. – 584 с.

16. Гантмахер Ф.Р. Теория матриц. – М.: Наука, 1967. – 576 с.

SPECTRAL ANALISYS AND SINTESIS OF VOLTAGE AND INSTANTANEOUS POWER SIGNALS IN NONSINE CIRCUITS ON THE ELEKTROMECHANIKAL PROBLEM SOLVING

V. Sidorenko
Kremenchuk Mykhailo Ostrohradskyi National University
ul. Pervomayskaya, 20, Kremenchug, 39600, Ukraine. E-mail: vnsidorenko@gmail.com

The unified approach to the analysis and synthesis of instantaneous power signals and voltage for non-sinusoidal circuits is examined. This approach, as opposed to previously known, allows to make a qualitative analysis of a formation mechanism of such circuits spectrums along with a quantative analysis. This approach is actual, in particular, for equation solving of energetic balance in tasks of parametric identification of electric machines on a base of its nonlinearity. Obtained mathematical equations are presented in generally accepted terms of signals theory and matrix algebra. In practice, this allows to create high-speed computational procedures and is important for designing of real-time systems, that is actual in control tasks of energy transformation quality.

Key words: instantaneous power, harmonic analysis, convolution, deconvolution.

REFERENCES

1. Characterization up-to-date techniques of asynchronous motors after its repair / D.Y. Rodkin, Y.Ye. Zdor // *Transaction KSPI.* – Kremenchug, 1998. – № 1. – PP. 100–106. [in Russian]

2. Parameters diagnostics of direct current motor when its testing / D.Y. Rodkin, A.A. Haradjan, S.V. Mikhaylov // *Problems of creation of new machines and technologies: Transaction KSPI.* – Kremenchug, 1998. – № 1. – PP. 106–117. [in Russian]

3. Energy diagnostic's method of DC machines / D.Y. Rodkin, T.V. Velichko, Yu.A. Bahmetyev // *Scientific transaction KSPI.* – Kremenchug, 1998. – № 1 – PP. 94–100. [in Russian]

4. Barvinok D.V. Measuring system construction for investigation of electromechanical system // *Transaction KSPI.* – Kremenchug, 1999. – № 1. – PP. 132–135. [in Russian]

5. Systems for rapid diagnostics of alternating current motors / D.Y. Rodkin, A.P. Kalinov, D.V. Barvinok and oth. // *Scientific transaction NSU.* – Dnepropetrovsk: RI NSU, 2003. – Vol. 2. – № 17. – PP. 110–121. [in Russian]

6. Parameter's diagnostics of direct current motor when it's testing / D.Y. Rodkin, A.A. Haradjan, S.V. Mikhaylov // *Problems of creation of new machines and technologies: Scientific transaction KSPI.* – 1998. – № 1. – PP. 106–117. [in Russian]

7. Investigation of steel saturation of induction motors / D.Y. Rodkin, A.P. Chorniy, V.A. Martinenko and oth // *Bulletin of KSPU.* – Kremenchug, 2003. – № 1. – PP. 68–75. [in Russian]

8. Rodkin D.Y. New system of quality indexes of electrical energy usage // *Scientific bulletin of NSU* – Dnepropetrovsk, 2004. – № 43. – PP. 20–26. [in Russian]

9. *Parameters monitoring of electrical engine of electromechanical system:* monograph / A.P. Chorniy, D.Y. Rodkin, A.P. Kalinov, O.S. Vorobeichik. – Kremenchug: PE Tcherbatyh A.V., 2008. – 244 p. [in Russian]

10. *Alternating current power* / A.F. Krogeris, K.K. Rasheviz, E.P. Treymanis, Ya.K. Shinka. – Riga: Phis. Energ. Institute of Academy of Sciences of Lithuania, 1993. – 294 p. [in Russian]

11. *Instantaneous power theory and applications to power conditioning* / Hirofumi Akagi, Edson Hirokazu Watanabe, Mauricio Aredes. – USA: Wiley-Interscience a John Wiley & Sons, Inc., Publication, 2007. – 389 p.

12. Automation of instantaneous power constituent solving / V.M. Sidorenko, D.G. Mamchur, D.Y. Rodkin, O.P. Chornyi // *Bulletin KSPU.* – Kremenchuk: KSPU, 2004. – № 6/2004 (29). – PP. 18–24. [in Ukrainian]

13. Assessment of instantaneous power constituent of electric signals / V.M. Sidorenko, D.G. Mamchur, D.Y. Rodkin, O.P. Chornyi // *Elektroinform.* – Lviv, 2005. – № 1. – PP. 12–14. [in Ukrainian]

14. Copyright registry certificate about office work № 8436 from 24.09.03 / Sidorenko V.M., Rod'kin D.Y., Chornyi O.P., Mamchur D.G. / *Office work "Computer program for solving of character expression of instantaneous power signals constituent of electric signals".* [in Ukrainian]

15. Marple S.L. *Digital spectral analysis and its application*. – M.: Mir, 1990. – 584 p. [in Russian]

16. Gantmaher F.R. *Theory of matrices.* – M.: Nauka, 1967. – 576 p. [in Russian]

Стаття надійшла 16.04.2012.
Рекомендовано до друку
д.т.н., проф. Загірняком М.В.