

УДК 621.436.332

**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ФОРМИРУЕМОГО ИСТОЧНИКА  
АВТОНОМНОГО ЭЛЕКТРОПИТАНИЯ НА БАЗЕ ДИЗЕЛЬ-ГЕНЕРАТОРА**

**Ю. В. Зачепа**

Кременчугский национальный университет имени Михаила Остроградского  
ул. Первомайская, 20, г. Кременчуг, 39600, Украина. E-mail: zip1981@ukr.net

Представлена математическая модель формируемого источника автономного электропитания на базе дизель-генераторной установки. Источником механической энергии является дизельный двигатель внутреннего сгорания с автоматическим регулятором частоты вращения, работающий по принципу Ползунова–Уатта. Преобразователем электрической энергии является асинхронный двигатель, работающий в генераторном режиме с конденсаторным самовозбуждением. Математические модели дизельного двигателя и асинхронной машины, работающей в генераторном режиме, представлены отдельными структурными блоками с функциональными взаимосвязями и соединены по принципу подчиненного регулирования. Такая форма представления математической модели формируемой системы автономного электропитания позволяет выполнять практически любые исследования для различных типов как дизельных двигателей, так и асинхронных машин, технологических способов их соединения, а также разнообразных потребителей электрической энергии, подключаемых к зажимам электрогенератора.

**Ключевые слова:** дизель-генератор, автономная система электропитания, двигатель внутреннего сгорания, асинхронный генератор.

**МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ФОРМОВАНОГО ДЖЕРЕЛА  
АВТОНОМНОГО ЕЛЕКТРОЖИВЛЕННЯ НА БАЗІ ДИЗЕЛЬ-ГЕНЕРАТОРА**

**Ю. В. Зачепа**

Кременчуцький національний університет імені Михайла Остроградського  
вул. Першотравнева, 20, м. Кременчук, 39600, Україна. E-mail: zip1981@ukr.net

Надано математичну модель формованого джерела автономного електроживлення на базі дизель-генераторної установки. Джерелом механічної енергії є дизельний двигун внутрішнього згорання з автоматичним регулятором частоти обертання, що працює за принципом Ползунова–Уатта. Перетворювачем електричної енергії є асинхронний двигун, що працює в генераторному режимі з конденсаторним самозбудженням. Математичні моделі дизельного двигуна й асинхронної машини, що працює в генераторному режимі, надані окремими структурними блоками з функціональними взаємозв'язками й сполучені за принципом підпорядкованого регулювання. Така форма подання математичної моделі формованої системи автономного електроживлення дозволяє виконувати практично будь-які дослідження для різних типів як дизельних двигунів, так і асинхронних машин, технологічних способів їх з'єднання, а також різноманітних споживачів електричної енергії, що підключаються до затискачів електрогенератора.

**Ключові слова:** дизель-генератор, автономна система електроживлення, двигун внутрішнього згорання, асинхронний генератор.

**АКТУАЛЬНОСТЬ РАБОТЫ.** Исключительная надежность в любых условиях эксплуатации, стабильные параметры вырабатываемого электрического тока, удобное управление, невысокая стоимость электроэнергии – по всем этим параметрам лучшим решением для устройства системы вторичного электроснабжения являются дизельные электростанции (ДЭ) [1]. Они могут использоваться для основного, резервного или аварийного энергоснабжения любых объектов, соответствуют современным стандартам электрооборудования и обладают такими важными для потребителя качествами, как

- высокая степень надежности;
- требуемое качество вырабатываемой электроэнергии;
- время непрерывной автономной работы не менее восьми часов;
- стоимость 1 кВт/ч электроэнергии практически равна тарифам энергосетевых компаний для предприятий;
- удобное управление (микропроцессорная сис-

тема, обеспечивающая стабильную работу и предотвращающая аварии);

- простота обслуживания, доступность расходных материалов и запасных частей.

ДЭ незаменимы там, где нет возможности подключиться к центральному энергоснабжению, например, в удаленных населенных пунктах, вахтовых поселках строителей, на месторождениях полезных ископаемых. Нужны они и на важных социальных и промышленных объектах – в больницах, школах, гостиницах, финансовых учреждениях, телекоммуникационных компаниях, на заводах и фабриках в качестве резервного источника электричества в случае аварий в основной сети. Однако далеко не все объекты народного хозяйства, в частности, государственные предприятия социальной направленности, имеют аварийные резервные электростанции вследствие относительно дорогого электромеханического оборудования, которое находится в состоянии горячего резерва, а используется достаточно редко [2]. Предприятия, имеющие станции резервного пита-

ния, как правило, занижают во много раз их мощность по сравнению с установленной мощностью самого предприятия и применяют лишь для бесперебойного питания особо важных и ответственных процессов и механизмов.

В то же время практически любое предприятие в составе штатного оборудования содержит энергосилое оборудование с электромеханической трансмиссией, включающее двигатель внутреннего сгорания (ДВС) и электрогенератор (ЭГ), автомобили или тракторы с дизельными или карбюраторными ДВС и парк электрических машин, которые могут выполнять роль ЭГ [3].

Таким образом, для питания потребителей при аварийных ситуациях на короткий срок можно вместо ДЭ применять формируемые источники автономного электропитания (ФИАЭ) на базе дизель-генераторной установки (ДГУ) с преобразователем электрической энергии в виде асинхронного двигателя с короткозамкнутым ротором, работающим в генераторном режиме с соответствующим управлением емкостным возбуждением – асинхронный генераторный комплекс (АГК).

Целью данного исследования является разработка математической модели формируемого источника автономного электропитания на базе дизель-генератора.

#### МАТЕРИАЛ И РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЙ

Вопросы создания и исследования режимов и условий работы ФИАЭ наиболее целесообразно решать на математических моделях. Существующие математические модели ДГУ [4–7] как объекта регулирования по ряду причин не удобны для решения поставленных задач, в частности, при подключении/отключении нагрузки, при параллельной работе с сетью и т.д., а их моделирование на доступных в инженерной практике вычислительных машинах затруднено из-за их высокой сложности. Поэтому разработка математической модели ФИАЭ на базе ДГУ является своевременной, актуальной и важной научно-технической проблемой.

##### 1. Математическая модель дизельного двигателя

Приводной двигатель в ФИАЭ – это источник механической энергии. Как показал анализ литературных источников, в ФИАЭ малой мощности в качестве источника механической энергии преобладает использование ДВС.

Современный дизельный двигатель внутреннего сгорания представляет собой совокупность взаимодействующих элементов, к числу которых относится потребитель, собственно двигатель, содержащий блок с камерами сгорания, цилиндропоршневыми группами и коленчатым валом. Входными координатами собственно двигателя являются цикловые подачи топлива  $g_t$ , воздуха  $G_D$  и нагрузка  $N$ , а выходными координатами –  $\omega_d$  (угловая скорость коленчатого вала  $\omega_n$ ) и  $G_g$  (подача газа в выпускной коллектор). Для топливной аппаратуры цикловая подача топлива  $g_t$  – выходная координата, а

положение  $h$  органа управления рейки – входная. Так как  $g_t$  золотниковых топливных насосов заметно зависит от угловой скорости  $\omega_n$  коленчатого вала, то  $\omega_n$  – вторая входная координата топливной аппаратуры [8].

Совокупность функциональных схем элементов дает возможность составить функциональную схему комбинированного двигателя в целом. На рис. 1 показана такая схема для дизеля без наддува.

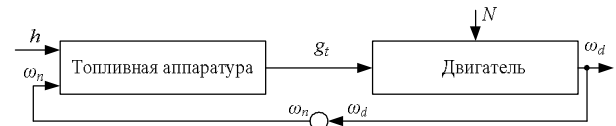


Рисунок 1 – Функциональная схема дизельного двигателя как регулируемого объекта

Режим работы двигателя характеризуется состоянием в процессе работы ряда параметров, к числу которых относятся:  $N_e$  – эффективная мощность;  $M$  – крутящий момент;  $\omega_d$  – угловая скорость коленчатого вала;  $g_e$  – эффективный удельный расход топлива;  $\eta_e$  – эффективный КПД и др.

Работа двигателя в установившемся режиме возможна только при выполнении условий статического равновесия. Так, например, постоянство во времени угловой скорости  $\omega_d$  при равновесном режиме возможно при выполнении условия [9]

$$M - M_c = 0, \quad (1)$$

где  $M$  – крутящий момент дизельного двигателя (ДД);  $M_c$  – момент сопротивления, создаваемый асинхронным генератором (АГ).

Значения параметров на возможных установившихся режимах работы двигателя строго ограничены прочностными, тепловыми и газодинамическими возможностями. Между параметрами работы двигателя в установившемся режиме существуют определенные функциональные зависимости, определяемые теорией рабочих процессов двигателя. Обобщенное выражение этих зависимостей

$$N_e = f(M; \omega_d; g_e; \dots). \quad (2)$$

Изменение во времени одного, нескольких или всех параметров, входящих в выражение (2), способствует появлению в процессе работы двигателя неустановившихся режимов.

В связи с этим применительно к неустановившимся режимам зависимость (2) приобретает вид

$$N_e = f(M; \omega_d; g_e; \dots; t). \quad (3)$$

Определенные (числовые) значения параметров имеют смысл лишь для конкретного выбранного мгновения времени  $t$ . При возникновении неустановившихся режимов нарушается условие (1) статического равновесия, в результате чего в двигателе оказывается избыточное или недостаточное количество

енергии. Избыточный крутящий момент в связи с нарушением условия (1) вызывает увеличение угловой скорости  $\omega_d$ , описываемое дифференциальным уравнением, составленным в соответствии с принципом Даламбера:

$$Jd\omega_d / dt = M - M_c, \quad (4)$$

где  $J$  – приведенный момент инерции двигателя и связанных с ним агрегатов.

Признаками установившегося режима является также условие  $d\omega/dt = 0$ . Динамические свойства ДД характеризуются уравнением (4).

Момент  $M_c$  потребителя зависит от угловой скорости  $\omega_d$  и параметров  $N$  потребителя (например, мощности АГ и параметров подключенной к его зажимам нагрузки, величины емкости возбуждения и т.п.), т.е.

$$M_c = f(\omega_d; N). \quad (5)$$

Крутящий момент комбинированного двигателя определяется цикловой подачей топлива  $g_t$  и полной его сгорания. Последнее зависит от количества воздуха, поступающего в камеру сгорания. Так как в данном случае дизельный двигатель без наддува, то систему впуска воздуха подбирают из условия подачи воздуха в цилиндры на номинальном режиме в количествах, достаточных для полного сгорания топлива, вследствие чего крутящий момент двигателя практически не зависит от давления во впускном коллекторе при всех режимах работы. Так как цикловая подача топлива определяется положением  $h$  органа управления (рейки, дроссельной заслонки) и угловой скоростью  $\omega_d$  коленчатого вала, то

$$M = f(h; \omega_d). \quad (6)$$

В общем случае функции (5) и (6) нелинейные, однако при малых значениях  $\Delta\omega$  такую характеристику можно аппроксимировать линейным участком путем разложения зависимостей в ряд Тейлора. Последующая линеаризация позволяет получить зависимости [8]:

$$\Delta M_c = (\partial M_c / \partial \omega_d) \Delta \omega_d + (\partial M_c / \partial N) \Delta N; \quad (7)$$

$$\Delta M = (\partial M / \partial h) \Delta h + (\partial M / \partial \omega_d) \Delta \omega_d. \quad (8)$$

Подставив выражения (7) и (8) в уравнение (4), получим

$$Jd\omega_d / dt + F_D \Delta \omega_d = (\partial M / \partial h) \Delta h - (\partial M_c / \partial N) \Delta N, \quad (9)$$

где  $F_D = \partial M_c / \partial \omega_d - \partial M / \partial \omega_d$  – фактор устойчивости, определяемый дисбалансом  $\Delta M$  крутящего момента двигателя и момента потребителя при данном отклонении  $\Delta \omega_d$  угловой скорости. При  $F_D > 0$  режим работы ДД устойчив, если  $F_D < 0$  – неустойчив.

Если в уравнении (9) использовать безразмерные относительные координаты

$$\varphi = \Delta \omega_d / \omega_{0d}; \quad \chi = \Delta h / h_0; \quad \alpha_D = \Delta N / N_0, \quad (10)$$

получим уравнение вида

$$T_D d\varphi / dt + k_D \varphi = \theta_h \chi - \theta_N \alpha_D, \quad (11)$$

где  $T_D$  – постоянная времени двигателя;  $k_D$  – безразмерный коэффициент самовыравнивания;  $\theta_h$  – безразмерный коэффициент;  $\theta_N$  – безразмерный коэффициент.

Уравнение (11) в операторной записи имеет вид:

$$(T_D p + k_D) \varphi = \theta_h \chi - \theta_N \alpha_D. \quad (12)$$

Операторная запись дифференциального уравнения дает возможность получить передаточные функции элемента, характеризующие воздействия на него той или иной входной координаты. В этом случае уравнение (12) запишется в виде

$$\varphi = W^\chi(p) \chi - W^{\alpha_D}(p) \alpha_D, \quad (13)$$

где передаточная функция по ходу рейки

$$W^\chi(p) = \theta_h / (T_D p + k_D); \quad (14)$$

передаточная функция по нагрузке

$$W^{\alpha_D}(p) = \theta_N / (T_D p + k_D). \quad (15)$$

## 2. Математическая модель всережимного регулятора

Дифференциальное уравнение двигателя (11) показывает, что на  $\chi$  (орган управления двигателем) можно воздействовать с помощью автоматического регулятора частоты вращения дизеля (РЧД), измеряющего различные параметры, характеризующие неустановившиеся режимы его работы. Можно измерить изменение самого регулируемого параметра, т.е.  $\varphi$ , и в зависимости от его значения воздействовать на  $\chi$ . Такой принцип регулирования получил наименование принципа Ползунова–Уатта [8].

Автоматические регуляторы непрямого действия содержат следующие элементы: чувствительный элемент, усилительный и вспомогательные элементы. При всех нагрузках необходимо обеспечить точное поддержание заданного режима, значит, следует использовать изодромный регулятор с гибкой обратной связью. Функциональная схема изодромного регулятора показана на рис. 2.

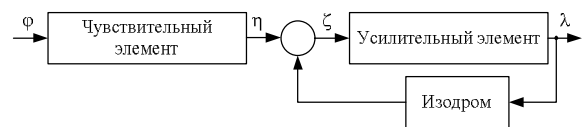


Рисунок 2 – Функциональная схема регулятора непрямого действия с изодромной обратной связью

### 2.1. Сервомотор

Уравнение движения поршня сервомотора устанавливает связь между перемещениями управляющего золотника  $\xi$  и поршня сервомотора  $\lambda$ :

$$T_c d\lambda / dt = \xi, \quad (16)$$

где  $T_c$  – постоянная времени серводвигателя, характеризующая его инерционность (пропорционально

рабочей площади поршня).

В операторной форме записи уравнение (16) принимает вид

$$T_c p \lambda = \xi. \quad (17)$$

Это уравнение называется линеаризованным уравнением сервомотора [8]: каждому смещению золотника  $\xi$  соответствует скорость перемещения поршня сервомотора  $\lambda$ , а, следовательно, и рейки топливного насоса.

Передаточная функция серводвигателя

$$W^\xi(p) = 1/T_c p. \quad (18)$$

Как видно из уравнения (18), серводвигатель не может обеспечить устойчивую работу регулятора, т.к. при малейшем смещении золотника из среднего положения поршень серводвигателя перемещается в одно из своих крайних положений до упора. Поэтому серводвигатели в регуляторах дополняются стабилизирующими обратными связями.

### 2.2. Механическая связь: муфта и золотник

Связь между перемещениями муфты  $\eta$  и золотника  $\xi$  имеет вид

$$\xi = i_1 \eta, \quad (19)$$

где  $i_1$  – передаточное отношение рычажного механизма от муфты к золотнику.

Если муфта непосредственно связана с золотником, то  $i_1 = 1$ .

### 2.3. Механическая связь: сервомотор и рейка

Связь между перемещениями штока сервомотора  $\lambda$  и рейкой топливного насоса  $\chi$  имеет вид:

$$\lambda = -i_2 \chi, \quad (20)$$

где  $i_2$  – передаточное отношение между перемещениями рейки и штоком сервомотора.

Знак “–” означает, что при положительном смещении поршня сервомотора (соответствует увеличению частоты вращения при сбросе нагрузки) рейка переместится в сторону уменьшения подачи топлива.

### 2.4. Изодром

Связь между перемещением золотника  $\xi$  и перемещением буксы  $\psi$  имеет вид:

$$c^{-1} d\psi / dt (v + F_B^2 k^{-1}) + \psi = F_B F_{iz} k^{-1} c^{-1} \lambda d\lambda / dt, \quad (21)$$

где  $c$  – жесткость пружины изодрома;  $v$  – коэффициент вязкого трения;  $F_B$  – площадь пояса буксы;  $F_{iz}$  – площадь задающего поршня изодрома;  $k$  – коэффициент пропорциональности.

В операторной форме записи уравнение (21) принимает вид

$$(T_{iz} p + 1)\psi = T_{iz} k_{iz} p \lambda, \quad (22)$$

где  $T_{iz}$  – постоянная времени изодрома;  $k_{iz}$  – коэффициент связи между перемещением поршня сервомотора и поршня изодрома.

Передаточная функция изодромной обратной связи

$$W_{iz}(p) = T_{iz} k_{iz} p / (T_{iz} p + 1). \quad (23)$$

### 2.5. Чувствительный элемент

При установившемся режиме работы ДД муфта регулятора занимает некоторое равновесное положение  $\eta_0$ , соответствующее частоте вращения вала регулятора  $\varphi_0$ . При этом на нее действуют две равные и противоположно направленные силы – восстанавливающая  $E$  и поддерживающая  $A\varphi^2$ , а также силы вязкого  $F_g = -v d\eta / dt$  и сухого  $F_c = -Q d\eta / dt$  трения. Силы вязкого и сухого трения имеют знак, противоположный скорости движения муфты.

Спроецируем все силы на выбранное положительное направление и запишем уравнение движения муфты регулятора [8]:

$$m d^2 \eta / dt^2 = A\varphi^2 - E - v d\eta / dt - Q d\eta / dt, \quad (24)$$

где  $m$  – приведенная масса чувствительного элемента.

Разложим нелинейные функции сил (24) в ряд Тейлора в окрестности точки равновесного состояния муфты  $\eta_0$  и, оставив только линейные члены разложения, получим:

$$m d^2 \eta / dt^2 + (2E_0)^{-1} v d\eta / dt + F_p \eta = 2A_0 \varphi_0^2 \varphi - Q \text{sign}(d\eta / dt) - E(t), \quad (25)$$

где  $F_p = (dE / d\eta)_0 - (dA / d\eta)_0 \varphi_0^2$  – фактор устойчивости чувствительного элемента;  $E_0 = A_0 \varphi_0^2$  – условие равновесного режима.

Из условия равновесия муфты имеем  $2A_0 \varphi_0^2 = 2E_0$ . Индекс “0” означает равновесный режим. Разделив обе части уравнения на  $2E_0$ , получим уравнение движения муфты регулятора

$$(2E_0)^{-1} m d^2 \eta / dt^2 + (2E_0)^{-1} v d\eta / dt + (2E_0)^{-1} F_p \eta = \varphi - (2E_0)^{-1} Q \text{sign}(d\eta / dt) - (2E_0)^{-1} E(t). \quad (26)$$

В операторной форме уравнение (26) движения измерительного элемента примет вид:

$$T_p^2 p^2 \eta + T_k \delta \eta + \delta_z \eta = \theta_\omega \varphi - \theta_p \alpha_p, \quad (27)$$

где  $T_p$  – постоянная времени чувствительного элемента;  $T_k$  – постоянная времени катаракта, характеризующая силы гидравлического трения регулятора;  $\delta_z$  – местная степень неравномерности;  $\eta$  – перемещение муфты чувствительного элемента;  $\varphi$  – скорость коленчатого вала дизеля;  $\alpha_p$  – перемещение рейки рычага управления;  $\theta_p$  – коэффициент усиления по настройке скоростного режима;  $\theta_\omega$  – коэффициент связи между перемещением муфты и частотой вращения.

Уравнение (27) можно записать в виде передаточных функций

$$\eta = W^\varphi(p)\varphi - W^{\alpha_p}(p)\alpha_p, \quad (28)$$

где

$$W^\varphi(p) = \theta_\omega / (T_p^2 p^2 + T_k \delta + \delta_z);$$

$$W^{\alpha_p}(p) = \theta_p / (T_p^2 p^2 + T_k p + \delta_z). \quad (29)$$

Таким образом, структурная схема системы автоматического регулирования скорости (САР) вращения дизельного двигателя имеет вид, представленный на рис. 3.

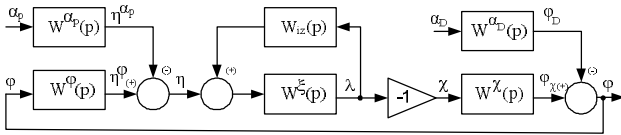


Рисунок 3 – Структурная схема системы автоматического регулирования дизельного двигателя

### 3. Математическая модель асинхронного генератора с конденсаторным возбуждением

Наиболее универсальной системой исчисления при составлении математического описания динамических режимов АГ является трехфазная система координат. При составлении уравнений используются следующие допущения [10]:

- фазные обмотки симметричны и сдвинуты в пространстве на  $120^\circ$ ;
- магнитодвижущая сила (МДС) обмоток и магнитные поля распределены синусоидально вдоль окружности воздушного зазора;
- ротор электрически и магнитно симметричен;
- реальные распределенные обмотки АГ заменяются сосредоточенными, а МДС принимается равной МДС реальной обмотки;
- не учитываются потери в стали, добавочные потери и влияние высших пространственных гармоник МДС обмоток статора и ротора на магнитную проводимость главной магнитной цепи генератора;
- индуктивности рассеяния обмоток АГ приняты постоянными.

На основании принятой идеализации уравнения равновесия напряжений для обмоток фаз статора и ротора АМ в матричной форме имеют вид:

$$d[\Psi_s] / dt = [u_s] - [R_s][i_s];$$

$$d[\Psi_r] / dt = [u_r] - [R_r][i_r] + j\omega[\Psi_r], \quad (30)$$

где  $[u_s] = [u_A \ u_B \ u_C]^T$ ,  $[u_r] = [u_a \ u_b \ u_c]^T$  – транспонированные матрицы мгновенных значений фазных напряжений статора и ротора соответственно;  $[i_s] = [i_A \ i_B \ i_C]^T$ ,  $[i_r] = [i_a \ i_b \ i_c]^T$  – транспонированные матрицы мгновенных значений токов в фазах статора и ротора соответственно;  $[\Psi_s] = [\Psi_A \ \Psi_B \ \Psi_C]^T$ ,  $[\Psi_r] = [\Psi_a \ \Psi_b \ \Psi_c]^T$  – транспонированные матрицы полных потокоцеплений фазных обмоток статора и ротора соответственно;

$$[R_s] = \begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 \\ 0 & 0 & R_s \end{bmatrix} \text{ – матрица активных сопротив-$$

лений обмоток статора,  $[R_r] = \begin{bmatrix} R_r & 0 & 0 \\ 0 & R_r & 0 \\ 0 & 0 & R_r \end{bmatrix}$  – матрица активных сопротивлений обмоток ротора;  $\omega$  – электрическая частота вращения.

Выражения для потокоцеплений статора имеют вид:

$$\begin{aligned} \Psi_A &= L_A i_A + M_{AB} i_B + M_{AC} i_C + M_{Aa} i_a \cos \gamma + \\ &+ M_{Ab} i_b \cos(\gamma + 2\pi/3) + \\ &+ M_{Ac} i_c \cos(\gamma - 2\pi/3); \\ \Psi_B &= L_B i_B + M_{BA} i_A + M_{BC} i_C + M_{Bb} i_b \cos \gamma + \\ &+ M_{Bc} i_c \cos(\gamma + 2\pi/3) + \\ &+ M_{Ba} i_a \cos(\gamma - 2\pi/3); \\ \Psi_C &= L_C i_C + M_{CA} i_A + M_{CB} i_B + M_{Cc} i_c \cos \gamma + \\ &+ M_{Ca} i_a \cos(\gamma + 2\pi/3) + \\ &+ M_{Cb} i_b \cos(\gamma - 2\pi/3); \end{aligned} \quad (31)$$

для ротора:

$$\begin{aligned} \psi_a &= L_a i_a + M_{ab} i_b + M_{ac} i_c + M_{aA} i_A \cos \gamma + \\ &+ M_{aC} i_C \cos(\gamma + 2\pi/3) + \\ &+ M_{aB} i_B \cos(\gamma - 2\pi/3); \\ \psi_b &= L_b i_b + M_{ba} i_a + M_{bc} i_c + M_{bB} i_B \cos \gamma + \\ &+ M_{Ba} i_A \cos(\gamma + 2\pi/3) + \\ &+ M_{bC} i_C \cos(\gamma - 2\pi/3); \\ \psi_c &= L_c i_c + M_{cb} i_b + M_{ca} i_a + M_{cC} i_C \cos \gamma + \\ &+ M_{cB} i_B \cos(\gamma + 2\pi/3) + \\ &+ M_{cA} i_A \cos(\gamma - 2\pi/3), \end{aligned} \quad (32)$$

где  $\gamma$  – угол между осями обмоток «А» и «а»;  $L_A, L_B, L_C$  – индуктивности фаз статора;  $L_a, L_b, L_c$  – индуктивности фаз ротора;  $M_{AB}, M_{AC}, \dots$  – взаимоиндуктивности между обмотками статора;  $M_{ab}, M_{ac}, \dots$  – взаимоиндуктивности между обмотками ротора;  $M_{Aa}, M_{Ba}, \dots$  – взаимоиндуктивности между обмотками статора и ротора.

Согласно принятым допущениям о симметрии обмоток ротора и статора, имеем:

$$R_A = R_B = R_C = R_s; \quad R_a = R_b = R_c = R_r;$$

$$L_A = L_B = L_C = L_s; \quad L_a = L_b = L_c = L_r; \quad (33)$$

$$M_{AB} = M_{BA} = M_{BC} = M_{CB} = M_{CA} = M_{AC} = M_1;$$

$$M_{ab} = M_{ba} = M_{bc} = M_{cb} = M_{ca} = M_{ac} = M_2; \quad (34)$$

$$M_{Aa} = M_{aA} = M_{Ba} = \dots = M_{12}.$$

Тогда, с учетом условия симметрии токов статора, магнитный поток фазы А (рассматривается только часть общего потока, сцепленного с фазой статора, из предположения, что обмотки статора разомкнуты):

$$\begin{aligned} \psi_A &= L_s I_A + M_1(I_B + I_C) = \\ &= I_A(L_s - M_1) = I_A(L_{s\sigma} + L_{s\mu} - M_1) = L_s I_A, \end{aligned} \quad (35)$$

где  $L_{s\sigma}$ ,  $L_{s\mu}$  – индуктивности фазной обмотки статора от поля рассеяния и поля главного потока;  $M_1 = L_{s\mu} \cos(2\pi/3) = L_{s\mu}/2$  – взаимная индуктивность между любыми двумя обмотками статора с учетом их пространственного положения;  $L_s = L_{s\sigma} + 3L_{s\mu}/2$  – полная эквивалентная индуктивность фазы статора, включающая индуктивность от поля рассеяния и от главного потока, созданного током самой обмотки статора.

Аналогично для фаз В и С статора получим:

$$\psi_B = L_s I_B; \quad \psi_C = L_s I_C, \quad (36)$$

а для фаз ротора будем иметь

$$\psi_a = L_r I_a; \quad \psi_b = L_r I_b; \quad \psi_c = L_r I_c, \quad (37)$$

где  $L_r = L_{r\sigma} + 3L_{r\mu}/2$  – полная эквивалентная индуктивность фазы ротора, включающая индуктивность от поля рассеяния, от главного, созданного током самой обмотки, и от потоков, возникающих под действием токов двух других обмоток ротора.

С учетом приведения обмотки ротора к числу витков обмотки статора можно записать:

$$3L_{s\mu}/2 = 3L_{r\mu}/2 = 3M_{12}/2 = L_\mu, \quad (38)$$

где  $L_\mu$  – эквивалентная взаимная индуктивность.

Для учета насыщения магнитопровода в модель АГ введена зависимость параметра взаимной индуктивности  $L_\mu$  от тока  $i_\mu$  намагничивания:

$$L_\mu = 1/(a + b i_\mu^2), \quad (39)$$

где  $a, b$  – коэффициенты аппроксимации кривой намагничивания.

Намагничивающий ток  $i_\mu$  АГ определяется через составляющие  $i_{\mu A}$ ,  $i_{\mu B}$ ,  $i_{\mu C}$  по соответствующим осям фаз статора:

$$i_\mu = \sqrt{2(i_{\mu A}^2 + i_{\mu B}^2 + i_{\mu C}^2)}/3, \quad (40)$$

где

$$\begin{aligned} i_{\mu A} &= i_A - (i_B + i_C)/2 + 3i_a/2; \\ i_{\mu B} &= i_B - (i_A + i_C)/2 + 3i_b/2; \end{aligned} \quad (41)$$

$$i_{\mu C} = -i_{\mu A} - i_{\mu B} = i_C - 3(i_A + i_B) - 3(i_a + i_b)/2.$$

Для реализации режима возбуждения АГ в старторную цепь включаются конденсаторы, поэтому в качестве напряжения  $[u_s]$  источника питания следует подставить падение напряжения на конденсаторах для всех трех фаз статора генератора [11]:

$$[u_s] = (-1/C) \int_0^t [i] dt + [u_0], \quad (42)$$

где  $[i] = [i_{cA} \ i_{cB} \ i_{cC}]^T$  – транспонированная матрица мгновенных значений токов, которые протекают в емкостях;  $[u_0] = [u_{0A} \ u_{0B} \ u_{0C}]^T$  – транспонированная матрица мгновенных значений фазных напряжений в начальный момент времени  $t = t_0$ ;  $C$  – емкость конденсаторов возбуждения.

Уравнение движения АГ имеет вид:

$$d\omega_i / dt = (M - M_G) / J, \quad (43)$$

где  $\omega_i$  – механическая частота вращения АГ (определяет электрическую частоту вращения ротора  $\omega = p\omega_i$ , где  $p$  – число пар полюсов);  $J$  – момент инерции агрегата;  $M$ ,  $M_G$  – момент вращения ДД и электромагнитный момент АГ соответственно.

Электромагнитный момент АГ:

$$\begin{aligned} M_G &= pL_\mu [(i_{\mu B} - i_{\mu C})i_A + \\ &+ (i_{\mu C} - i_{\mu A})i_B + (i_{\mu A} - i_{\mu B})i_C] / \sqrt{3}. \end{aligned} \quad (44)$$

Общий вид разработанной модели в пакете Matlab представлен на рис. 4. Более детально все составляющие ФИАЭ, согласно приведенным выше уравнениям, изображены на рис. 5–9.

В данной работе математическая модель системы стабилизации выходного напряжения АГК (подсистема «SVR») не приводится, т.к. ее математическое описание и техническая реализация подробно описаны в [12].

При моделировании режимов работы использовался двигатель внутреннего сгорания, применяемый в дизель-генераторных электростанциях типа DALGAKIRAN DJ с параметрами, приведенными в табл. 1. В качестве источника электрической энергии использовался асинхронный двигатель типа АИР120А4 (табл. 2), работающий в генераторном режиме с емкостным самовозбуждением  $C = 30$  мкФ.

Таблица 1 – Технические характеристики дизельного двигателя

Модель	DJ 4000 DG-ECS
Тип	одноцилиндровый с воздушным охлаждением
Фирма	Genpower
Максимальная мощность	7,0 кВА
Частота вращения	3000 об/мин
Объем	418 см <sup>3</sup>
Запас хода – емкость бака	240 г/кВт – 16 л

Таблица 2 – Параметры асинхронной машины типа АИР120А4

Параметр	Значение
Номинальная мощность, $P_G$	1200 Вт
Номинальное напряжение, $U_g$	220 В
Номинальная частота вращения, $n_n$	2900 об/мин
Номинальный ток, $I_s$	2,9 А
Активное сопротивление статора, $R_s$	9,37 Ом
Индуктивное сопротивление статора, $X_s$	7,03 Ом
Приведенное активное сопротивление ротора, $R_r$	5,13 Ом
Приведенное индуктивное сопротивление ротора, $X_r$	6,5 Ом

Для удобства анализа создана также подсистема «Control» (рис. 9), в которую сведены все устройства визуализации процессов расчета.

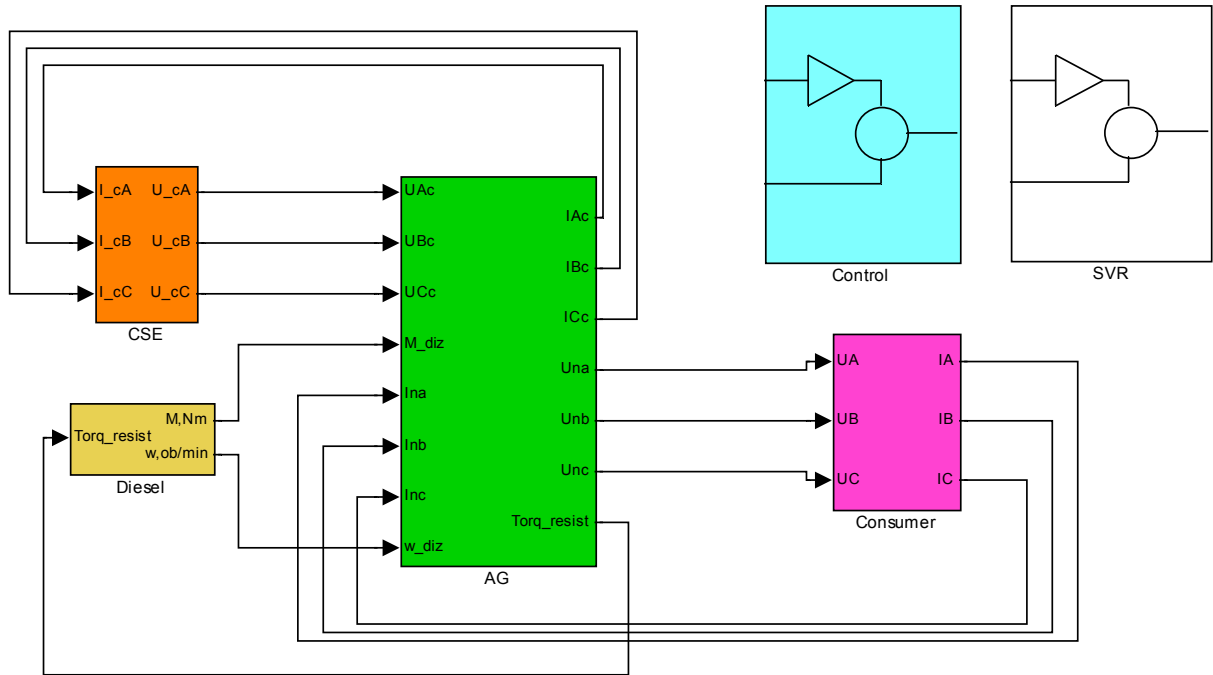
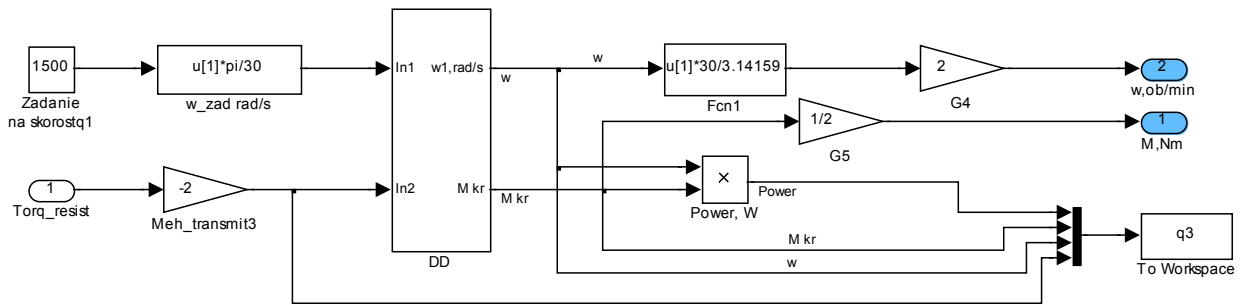
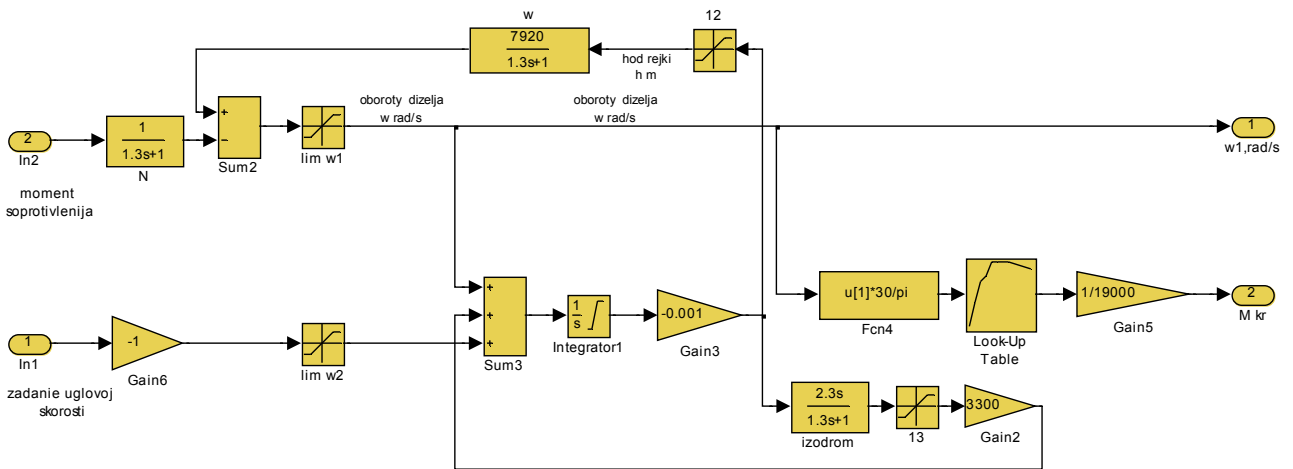


Рисунок 4 – Общий вид математической модели формируемого источника автономного электропитания в пакете Matlab



a)



б)

Рисунок 5 – Подсистема «Diesel»: двигатель внутреннего сгорания

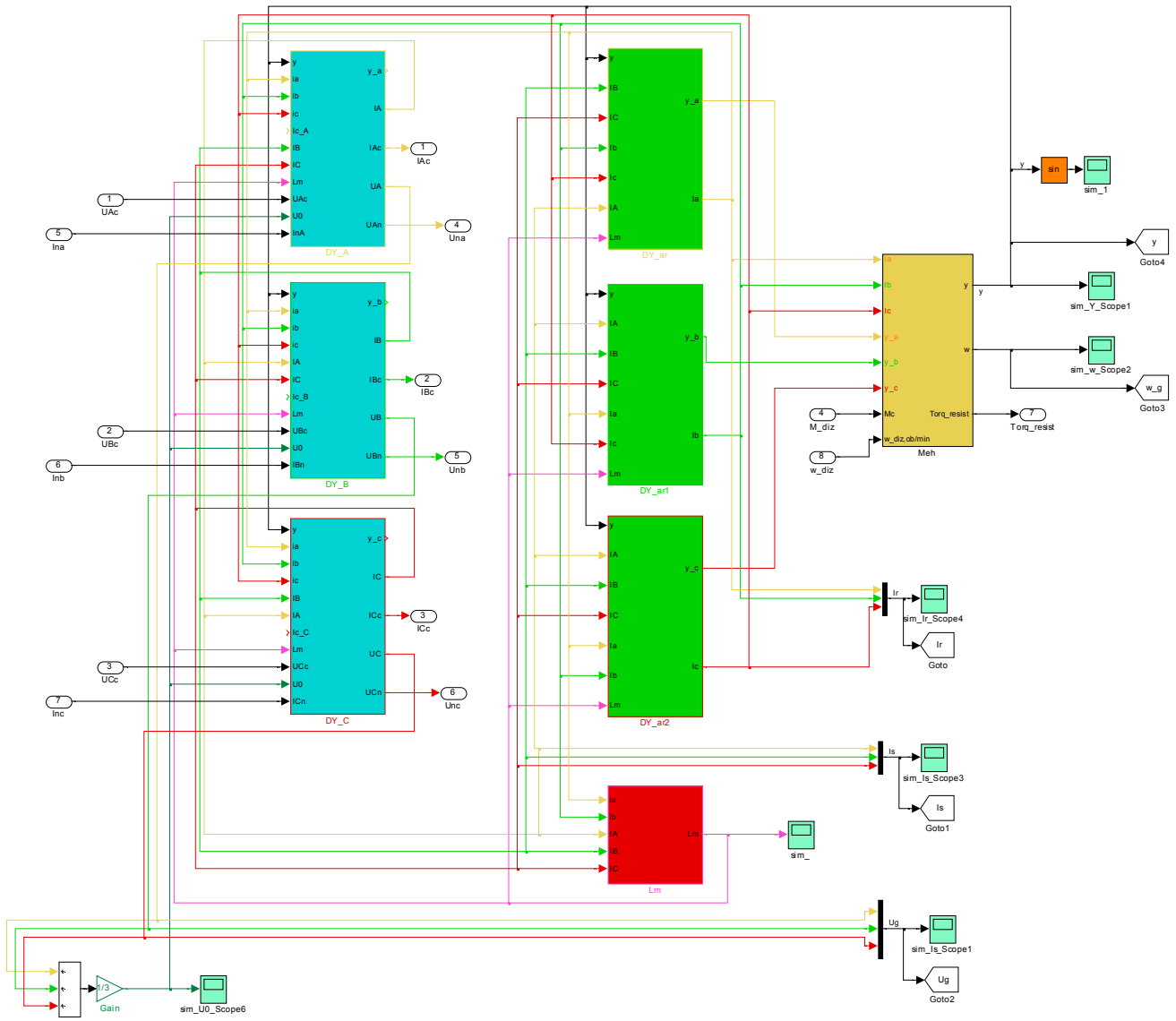


Рисунок 6 – Підсистема «АГ»: асинхронный генератор

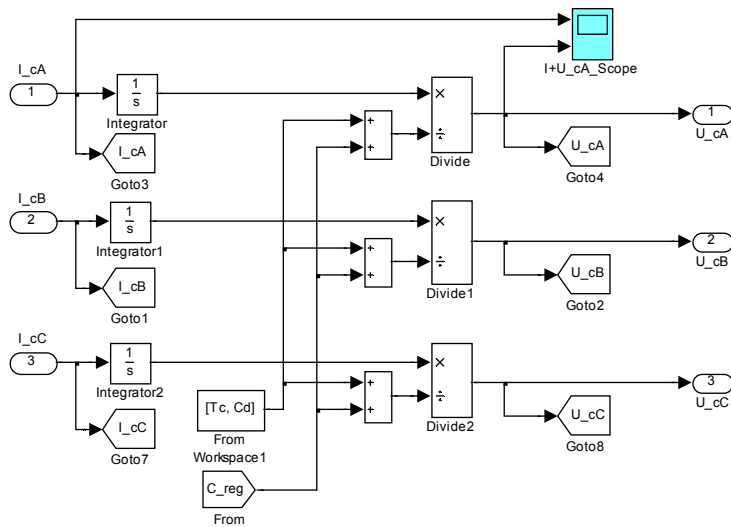


Рисунок 7 – Підсистема «CSE»: ємкості самовозбудження генератора



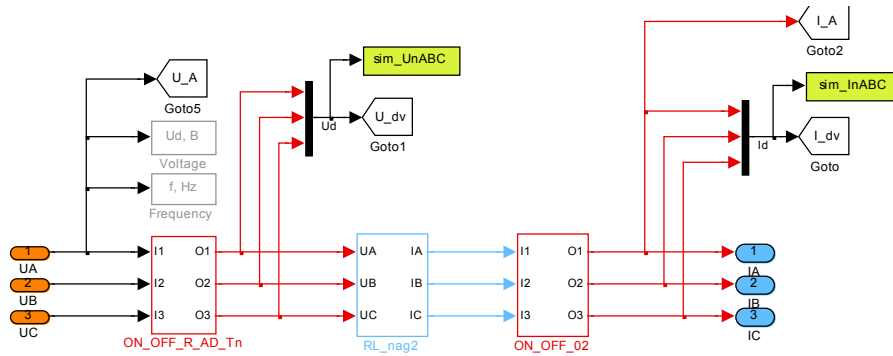


Рисунок 8 – Подсистема «Consumer»: подключение/отключение различного рода потребителей

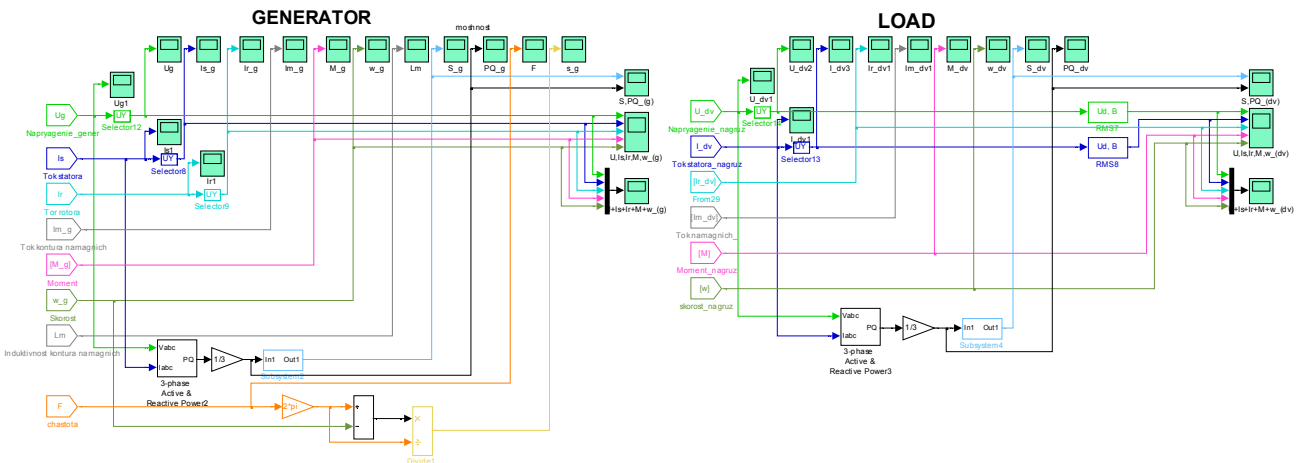


Рисунок 9 – Подсистема «Control»: визуализация процессов расчета

На рис. 10–12 представлены характеристики ФИАЭ, полученные с помощью разработанной математической модели.

На рис. 10 представлены динамические характеристики ДД (рис. 10,а) при подключении нагрузки (рис. 10,б) – АГК с последующим подключением к нему потребителя с RLC характером. На шестой секунде после запуска ДД производилось подключение АГК к выходному валу посредством соединительной муфты.

В момент времени  $t_{on} = 7$  с симулировался режим подключения к зажимам генератора RLC-нагрузки, а в момент времени  $t_{off} = 12$  с нагрузка отключалась. На рис. 10 приняты следующие обозначения: мощность  $P_{dizel}$ ; частота вращения  $\omega_d$ ; крутящий момент  $M_{kr}$  дизельного двигателя и момент  $M_G$  сопротивления. Характеристики представлены в следующих масштабах:  $P_{dizel} = 1/100$ ;  $\omega_d = 1/8$ ;  $M_{kr} = 1/2$ ;  $M_c = 1/1$ .

На рис. 11 представлены характеристики, демонстрирующие работу регулятора частоты вращения дизеля, где  $\omega_z$ ,  $\omega_d$  – заданная и фактическая частоты вращения ДД;  $h$  – ход топливной рейки ДД. Характеристики даны в следующих масштабах:  $\omega_z = 1/8$ ;  $\omega_d = 1/8$ ;  $h = 1500/1$ .

Анализ полученных характеристик показал, что РЧД полностью компенсирует статическую ошибку регулирования по скорости.

Адекватность разработанной математической модели подтверждается путем непосредственного сравнения результатов расчетных характеристик (рис. 12,а) с экспериментальными (рис. 12,б) процесса самовозбуждения АГК (масштаб:  $U_g = 1/30$ ).

Как видно из рис. 12, результаты математического моделирования полностью подтверждаются экспериментальными машинограммами как в установленном режиме (амплитудные значения напряжения), так и в переходных режимах (характер протекания и время переходного процесса).

В подсистеме «Consumer» реализована возможность подключения к зажимам АГК различного рода потребителей как переменного, так и постоянного токов, подсоединяемые через выпрямительные устройства. Причем подключение потребителей может носить как одиночный, так и групповой характер, что уже было представлено авторами в [11–14].

**ВЫВОДЫ.** Модель дизельного двигателя позволяет проводить исследования режимов на переменной частоте вращения и может быть интегрирована в состав любой модели автономного энергетического комплекса для поиска и разработки эффективных

алгоритмов управління, забезпечуючих требуемую стабілізацію частоти вращения, отдаваемой мощности и уменьшение расхода топлива. Модель асинхронного генераторного комплекса позволяет исследовать режимы самовозбуждения, нагрузочные режимы работы как в штатных, так и в аварийных

режимах, что способствует определению перегрузочной способности, качественных и количественных показателей генерированной электроэнергии, а также разработке системы компенсации реактивной мощности и стабилизации выходных параметров комплекса.

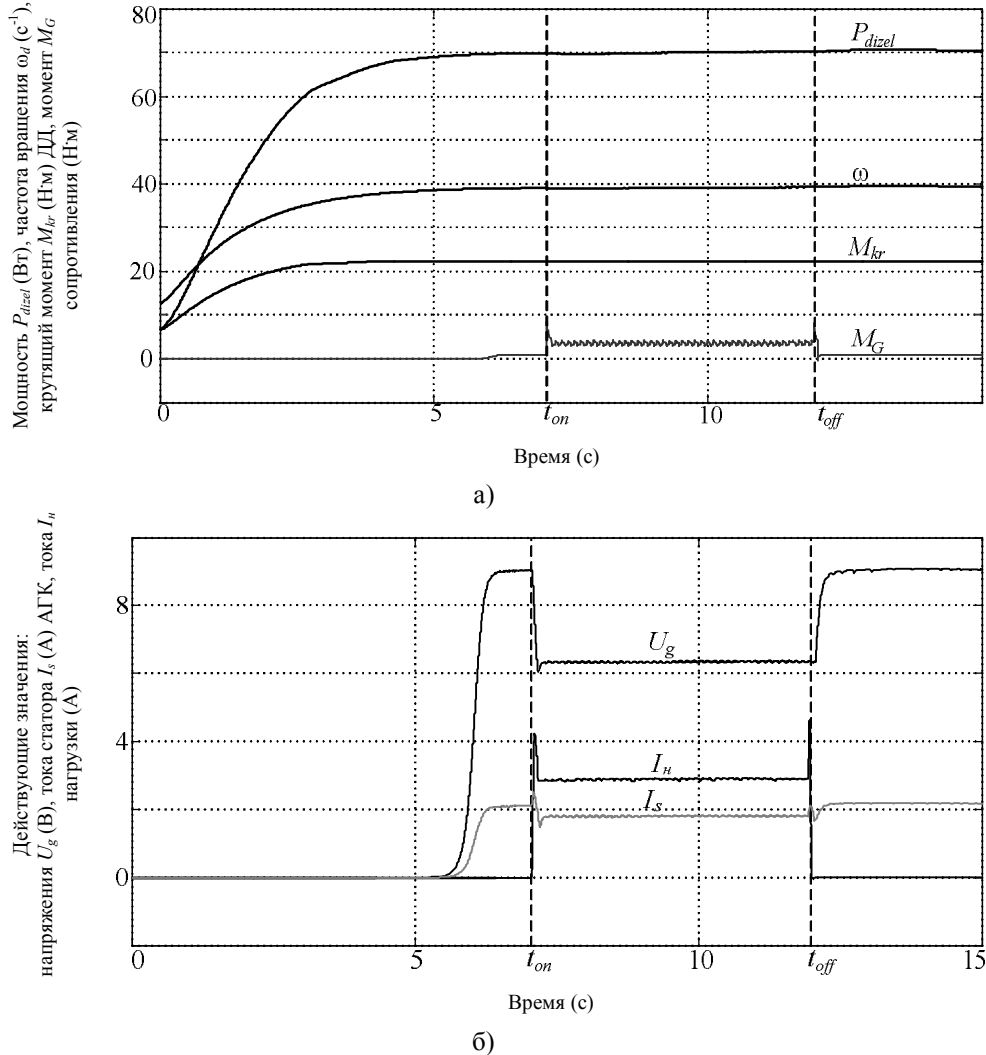


Рисунок 10 – Динамические характеристики ФИАЭ на базе ДД (а) при подключении АГК с RLC-нагрузкой (б)

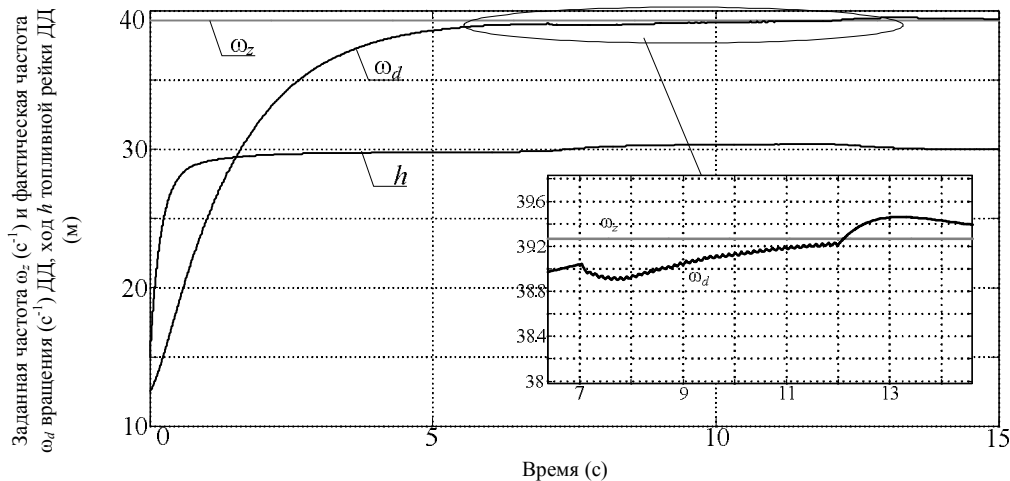


Рисунок 11 – Стабилизация частоты вращения ДД

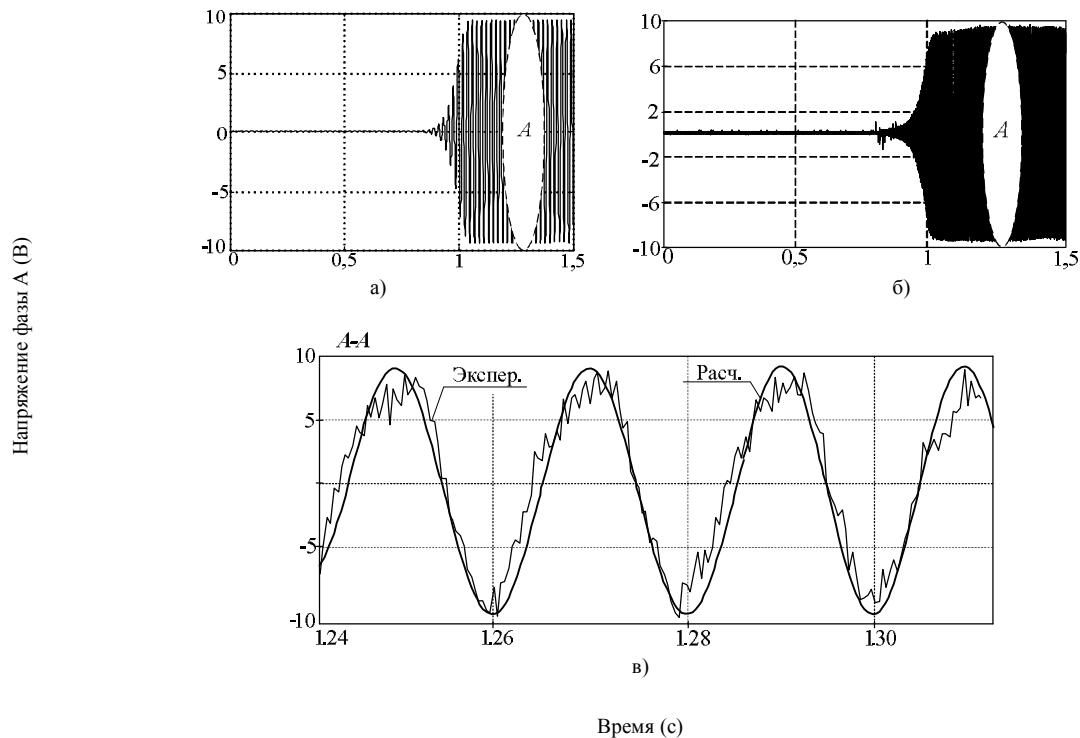


Рисунок 12 – Мгновенные значения напряжения АГК при самовозбуждении: а) математические расчеты; б) экспериментальные исследования; в) совмещенный диапазон А

Построенная математическая модель формируемого источника автономного электропитания на базе дизель-генераторной установки обеспечивает адекватное воспроизведение рабочих характеристик всех его составляющих, позволяет выполнять практически любые исследования для различных типов как дизельных двигателей, так и асинхронных машин, технологических способов их соединения, а также разнообразных потребителей электрической энергии, подключаемых к зажимам электрогенератора. Созданная модель удобна для решения задач оптимизации и разработки систем регулирования, мониторинга и диагностики состояния электрооборудования, т.к. сочетает в себе алгоритмическую простоту и высокую вычислительную точность.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Бекаев Л.С., Марченко О.В., Пинегин С.П. Мировая энергетика и переход к устойчивому развитию. – Новосибирск: Наука, 2000. – 300 с.
2. Артамонов В.В. Маслов В.Е., Родькин Д.И., Солтус А.П. К вопросу создания формируемых источников аварийного электропитания // Проблемы создания новых машин и технологий. – 2001. – Вып. 1. – С. 114–119.
3. Рыков Г.Ю., Гладырь А.И. Рациональная структура генерирующей части формируемых источников аварийного электроснабжения // Вісник КДПУ. – Кременчук: Кременчуцький державний політехнічний університет, 2006. – Вып. 4/2006 (39). – С. 99–101.
4. Борисенко А.Н., Литвиненко С.А., Халанская Е.В., Гусельников А.В. Математическое моде-

лирование дизель-генератора как объекта регулирования скорости с учетом случайного характера ее девиации, измерения фаз топливоподдачи и дополнительного воздухообеспечения // Вестник Национального технического университета «ХПИ». – Харьков, 2010. – Вып. 21/2010. – С. 4–11.

5. Голубев А.Н., Быков А.В. Математическая модель дизель-электрической передачи на базе асинхронных машин с автономным инвертором напряжения // Вестник Ивановского государственного энергетического университета. – Иваново, 2008. – Вып. 4/2008. – С. 1–5.

6. Дураев Н.Н., Обухов С.Г., Плотников И.А. Имитационная модель дизельного двигателя для исследования его рабочих характеристик на переменной частоте вращения // Известия Томского политехнического университета. – Томск, 2013. – Т. 322. – Вып. 4/2013. – С. 48–52.

7. Орловский И.А. Математические модели дизеля и синхронного генератора тягового электропривода дизель-поезда на нейронной сети // Технічна електродинаміка. – 2010. – Вып. 2/2010. – С. 62–72.

8. Грунауэр А.А., Долгих И.Д. Применение ЭВМ для изучения динамики САР ДВС: учебное пособие. – К: УМКВО, 1989. – 285 с.

9. Крутов В.И. Автоматическое регулирование двигателей внутреннего сгорания. – М.: Машиностроение, 1968. – 535 с.

10. Чорний О.П., Луговой А.В., Родькин Д.Й. та інш. Моделювання електромеханічних систем: підручник. – Кременчук, 2001. – 376 с.

11. Zacheva Yu. Research of the operation of the autonomous asynchronous generator with typical AC

customers // XIII International PhD Workshop OWD 2011, Poland. – Poland: Wisla, 2011. – PP. 413–418.

12. Зачепа Ю.В. Система автоматического управления асинхронным генератором с все режимным регулятором напряжения // Гірничі електромеханіка та автоматика: наук.-техн. збір. – 2012. – Вип. 89/2012. – С. 124–128.

13. Zacheпа Yu., Perdulak J., Vince T. Specificity

of DC consumers in independent power supplies based on an asynchronous generator // SCYR 2012 – 12<sup>th</sup> Scientific Conference of Young Researchers – FEI TU of Košice, Slovakia. – Košice. – PP. 314–317.

14. Zagirnyak M., Zacheпа Yu., Chenchevoy V. Estimation of induction generator overload capacity under connected direct current consumers // Acta Technica. – 2014. – Iss. 59/2014 (2). – PP. 149–169.

### MATHEMATICAL MODEL OF FORMED AUTONOMOUS POWER SUPPLY BASED DIESEL GENERATOR SETS

**Yu. Zacheпа**

Kremenchuk Mykhailo Ostrohradskyi National University

ul. Pervomayskaya, 20, Kremenchug, 39600, Ukraine. E-mail: zip1981@ukr.net

The paper presents a mathematical model of autonomous generated power supply on the basis of diesel-generator set. As a source of mechanical energy it was used a diesel internal combustion engine with automatic controller of rotational speed, which operates according to the Polzunov–Watt principle. As an electric energy converter it was used induction motor, which operates in generator mode with inductive self-excitation. A mathematical models of diesel engine and induction motor, which operates in generator mode, are presented as independent structural blocks with functional interconnections and which are connected according to the subordination control principle. This approach to representation of the mathematical model of generated autonomous power supply system allows to conduct a wide range of different researches for different types of diesel engines and induction motors, as well as for different technological ways of their coupling, and for different electric energy consumers, which could be supplied by generator.

**Key words:** diesel generator, autonomous power supply system, internal combustion engine, asynchronous generator.

#### REFERENCES

1. Beкаев, L.S., Marchenko, O.V. and Pinegin, S.P. (2000), *Mirovaya energetika i perehod k ustoychivomu razvitiyu* [World Energy and the transition to sustainable development], Nauka, Novosibirsk. (in Russian)

2. Artamonov, V.V., Maslov, V.E., Rodkin, D.I. and Soltus, A.P. (2001), “On the development of emergency power sources generated”, *Problemy sozdaniya novykh mashin i tekhnologiy*, no. 1, pp. 114–119. (in Russian)

3. Rykov, G.Yu. and Gladyr, A.I. (2006), “Rational structure-generating portion formed emergency power sources”, *Visnyk Kremenchuckogo derzhavnogo politekhnichnogo universytetu*, Vol. 4, no. 39, pp. 99–101. (in Russian)

4. Borysenko, A.N., Litvinenko, S.A., Halanskaya, E.V. and Guselnikov, A.V. (2010), “Mathematical modeling of diesel generator as an object to control the speed, taking into account the random nature of its deviation measurement phase fuel and additional air supply”, *Vestnik Natsionalnogo tekhnicheskogo universiteta «KhPI»*, Vol. 21, pp. 4–11. (in Russian)

5. Golubev, A.N. and Bykov, A.V. (2008), “A mathematical model of diesel-electric transmission based on asynchronous machines with independent voltage inverter”, *Vestnik Ivanovskogo gosudarstvennogo energeticheskogo universiteta*, Vol. 4, pp. 1–5. (in Russian)

6. Duraev, N.N., Obuhov, S.G. and Plotnikov, I.A. (2013), “Simulation model of the diesel engine to investigate its performance on variable speed”, *Izvestiya Tomskogo politekhnicheskogo universiteta*, Vol. 322, no. 4, pp. 48–52. (in Russian)

7. Orlovskiy, I.A. (2010), “Mathematical models of diesel and electric traction synchronous generator diesel train on neural network”, *Tekhnichna elektrody*

*namika*, no. 2, pp. 62–72. (in Russian)

8. Grunauer, A.A. and Dolgih, I.D. (1989), *Primenenie EVM dlya izucheniya dinamiki SAR DVS* [The use of computers to study the dynamics of ACS ICE], UMKVO, Kiev. (in Russian)

9. Krutov, V.I. (1968), *Avtomaticheskoe regulirovanie dvigateley vnutrennego sgoraniya* [Automatic control of the internal combustion engine], Mashinostroenie, Moscow. (in Russian)

10. Chornyi, O.P., Lugovoy, A.V., Rodkin, D.Y. and oth. (2001), *Modelyuvannya elektromekhanichnykh system* [Simulation of Electromechanical Systems], Kremenchuk. (in Ukrainian)

11. Zacheпа, Yu. (2011), “Research of the operation of the autonomous asynchronous generator with typical AC customers”, *XIII International PhD Workshop OWD 2011*, Wisla, Poland. pp. 413–418.

12. Zacheпа, Yu.V. (2012), “Automatic control system with asynchronous generator voltage regulator all-mode”, *Girnycha elektromekhanika ta avtomatyka*, Vol. 89, pp. 124–128. (in Russian)

13. Zacheпа, Yu., Perdulak, J. and Vince, T. (2012), “Specificity of DC consumers in independent power supplies based on an asynchronous generator”, *SCYR 2012 12<sup>th</sup> Scientific Conference of Young Researchers FEI TU of Košice, Slovakia*, pp. 314–317.

14. Zagirnyak, M., Zacheпа, Yu. and Chenchevoy, V. (2014), “Estimation of induction generator overload capacity under connected direct current consumers”, *Acta Technica*, Vol. 59, no. 2, pp. 149–169.

Стаття надійшла 20.01.2015.