

УДК 621.313

МЕТОД РОЗРАХУНКУ ТОРЦЕВОГО ДУГОСТАТОРНОГО АСИНХРОННОГО ДВИГУНА З УРАХУВАННЯМ ТОВЩИННОГО КРАЙОВОГО ЕФЕКТУ

О. М. Карлов, І. П. Кондратенко, Р. С. Крищук, А. П. Ращепкін

Інститут електродинаміки Національної академії наук України
просп. Перемоги, 56, Київ, 03680, Україна. E-mail: kr@e-mail.ua

Розглядається торцевий дугостаторний асинхронний двигун із суцільним дисковим неферромагнітним електропровідним ротором, основний магнітний потік якого направлений в осьовому напрямку. Надано метод розрахунку торцевого дугостаторного асинхронного двигуна з комплексним урахуванням повздовжнього, поперечного та товщинного крайових ефектів. Особливістю методу є те, що враховується нерівномірність лінійної швидкості руху ротора залежно від радіуса. Аналітичний розрахунок індукції магнітного поля в немагнітному проміжку виконано в циліндричній системі координат для квазістационарного режиму на основі системи рівнянь Максвелла й інтегральних перетворень. У розрахунках використовується компенсована обмотка, яка в електричних машинах із розімкненим магнітопроводом дозволяє позбутися пульсуючого магнітного поля. Розрахунок енергетичних показників виконано на основі рівнянь магнітного поля з використанням теореми Умова–Пойнтинга. Отримано рівняння для проведення розрахунку опору взаємодукції й власного опору обмоток. Метод включає визначення фазних струмів та енергетичних показників торцевого дугостаторного асинхронного двигуна за заданою величиною напруги трифазного джерела живлення. На прикладі одного з конструкційних виконань двигуна встановлено залежність енергетичних показників від питомої електричної провідності й товщини ротора. Розрахунок можливий для будь-якої питомої електричної провідності матеріалу ротора. Виконано порівняння розподілу магнітного поля за розробленим методом із методом розрахунку за усередненим магнітним полем у немагнітному проміжку.

Ключові слова: метод розрахунку, торцевий дугостаторний асинхронний двигун, дисковий ротор.

МЕТОД РАСЧЕТА ТОРЦЕВОГО ДУГОСТАТОРНОГО АСИНХРОННОГО ДВИГАТЕЛЯ С УЧЕТОМ ТОЛЩИННОГО КРАЕВОГО ЭФФЕКТА

А. Н. Карлов, И. П. Кондратенко, Р. С. Крищук, А. П. Ращепкин

Институт электродинамики Национальной академии наук Украины
просп. Победы, 56, Киев, 03680, Украина. E-mail: kr@e-mail.ua

Рассматривается торцевой дугостаторный асинхронный двигатель со сплошным дисковым неферромагнитными электропроводным ротором, основной магнитный поток которого направлен в осевом направлении. Представлен метод расчета торцевого дугостаторного асинхронного двигателя с комплексным учетом продольного, поперечного и толщинного краевых эффектов. Особенностью метода является то, что учитывается неравномерность линейной скорости движения ротора в зависимости от радиуса. Аналитический расчет индукции магнитного поля в немагнитном промежутке выполнен в цилиндрической системе координат для квазистационарного режима на основе системы уравнений Максвелла и интегральных преобразований. В расчетах используется скомпенсированная обмотка, которая в электрических машинах с разомкнутым магнітопроводом позволяет устранить пульсирующее магнитное поле. Расчет энергетических показателей выполнен на основе уравнений магнитного поля с использованием теоремы Умова–Пойнтинга. Получены уравнения для проведения расчета сопротивлений взаимодукции и собственного сопротивления обмоток. Метод включает определение фазных токов и энергетических показателей торцевого дугостаторного асинхронного двигателя при заданной величине напряжения трехфазного источника питания. На примере одного из конструктивных исполнений двигателя установлена зависимость энергетических показателей от удельной электрической проводимости и толщины ротора. Расчет возможен для любой удельной электрической проводимости материала ротора. Выполнено сравнение распределения магнитного поля по разработанному методу с методом расчета по усредненному магнитному полю в немагнитном промежутке.

Ключевые слова: метод расчета, торцевой дугостаторный асинхронный двигатель, дисковый ротор.

АКТУАЛЬНІСТЬ РОБОТИ. Важка промисловість не може обійтися без потужних барабанних млинів. Барабанні млини – це механізми, що здійснюють подрібнення руди гірських порід на гірничозбагачувальних комбінатах (ГЗК), зокрема кам'яного вугілля на теплових електростанціях (ТЕС) у дрібний порошок. Складаються вони з обертового барабану (16–18 об/хв) з подрібнювальними тілами всередині (кулі, стрижні) та електропривода.

Барабанні млини ТЕС мають потужність привода до 3 МВт, а на ГЗК – до 35 МВт. Якщо потужність

перевищує 12–16 МВт, млини комплектуються дорогим безредукторним кільцевим електроприводом. У приводі меншої потужності використовуються синхронні (рідше асинхронні) двигуни з передачею обертового моменту через зубчасту пару (вал та вінець), яка швидко зношується, потребує частих планових ремонтів та заміни дорогих зношених деталей [1, 2].

У роботі [2] виконано огляд електропривода барабанних млинів і запропоновано торцевий дугостаторний асинхронний двигун (ТДАД) з електропро-

відним дисковим ротором для млинів ТЕС. Рекомендовано неферомагнітний диск ротора для запобігання його одностороннього притягання до статора. У роботі [3] надано метод розрахунку усередненого магнітного поля такого двигуна.

Недоліком розробленого в [3] методу є те, що він придатний для аналізу електромагнітних процесів лише при невеликих значеннях питомої електричної провідності (для $\sigma < 1 \cdot 10^6$ [См/м]), оскільки при більших значеннях питомої електропровідності в отриманих рівняннях для циліндричної системи координат функції Бесселя не збігаються внаслідок великого значення реактивної складової їх аргументу.

У даній роботі надано метод розрахунку ТДАД з урахуванням товщинного крайового ефекту, тобто враховується неоднорідний розподіл магнітного

поля за висотою – поле розраховується окремо для кожної області зазору (повітряний проміжок–електропровідний неферомагнітний диск–повітряний проміжок). Особливістю методу є те, що враховується затухання магнітного поля по товщині диску й залежність лінійної швидкості по радіусу ротора.

Мета дослідження полягає в розробці методу розрахунку торцевого дугостаторного асинхронного двигуна з дисковим неферомагнітним електропровідним ротором з урахуванням повздовжнього, поперечного та товщинного крайових ефектів.

МАТЕРІАЛ І РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДЖЕНЬ. Схему ТДАД і немагнітний проміжок у циліндричній системі координат (ρ, φ, z) зображено на рис. 1.

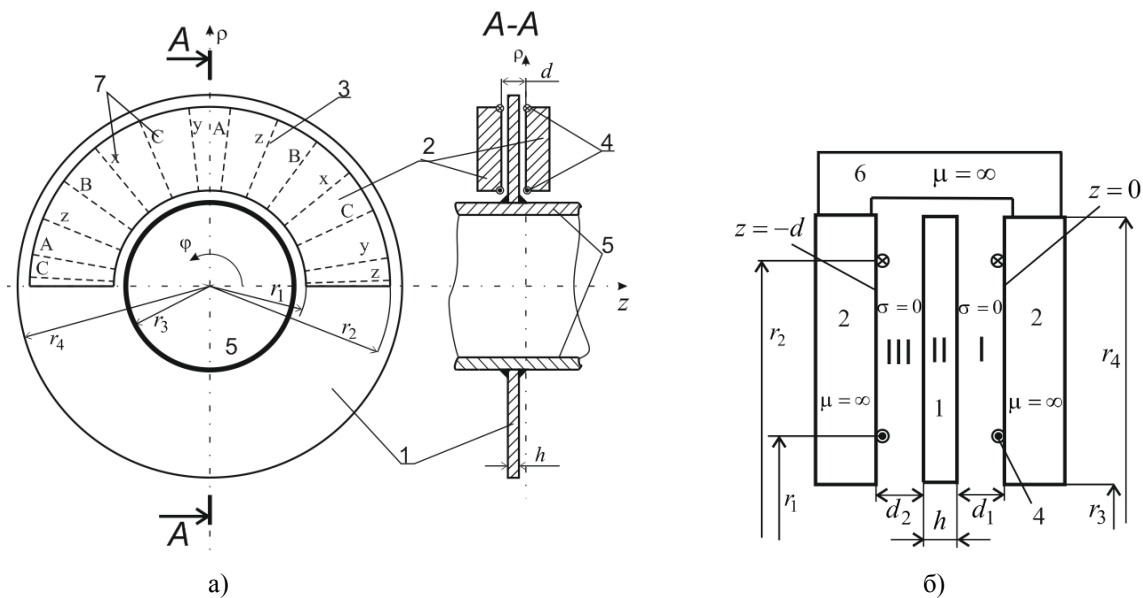


Рисунок 1 – Схема ТДАД: а) активна частина; б) математична модель

Неферомагнітний дисковий електропровідний ротор 1 (рис. 1,а) кріпиться на корпус барабана 5. По обидві сторони ротора розміщені дугові статори 2, які є дугоподібними осердями (магнітопроводами) з обмотками в пазах. Струм в пазах 3 задається у вигляді лінійного струмового навантаження (δ -функцій Дірака) на поверхні магнітопроводів посередині пазів, а в лобових частинах 4 – на ребрах дугоподібних статорів. Позицією 7 показано порядок слідування фазних зон обмотки на прикладі чотириполюсної машини. На рис. 1,б, відповідно до математичної моделі, магнітопроводи 2 мають нескінченну магнітну проникність, з'єднані феромагнітними шунтами 6 і розширені до розмірів ротора 1 в азимутальному (по всій окружності) та радіальному (до $\rho = r_3$ та $\rho = r_4$) напрямках. Немагнітний проміжок (зазор) ділиться на три області: повітря I, металевий диск II, повітря III.

Для визначення параметрів ТДАД достатньо знайти розподіл осьової складової індукції й тому

розглядається лише B_z складова індукції магнітного поля. Немагнітний проміжок і товщина дискового ротора на рис. 1,а позначено відповідно d та h . У загальному випадку диск може асиметрично розміщуватись у зазорі, тобто $d_1 \neq d_2$ (рис. 1,б).

Аналітичний вираз для комплексних амплітуд B_z складової індукції магнітного поля ТДАД із дисковим ротором у циліндричній системі координат для квазістационарного режиму отриманий із системи рівнянь Максвелла. Він має вигляд [3]

$$\frac{\partial^2 B_z}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 B_z}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 B_z}{\partial \varphi^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial B_z}{\partial \rho} = i\mu\sigma\omega B_z + \mu\sigma \frac{v_\varphi}{\rho} \frac{\partial B_z}{\partial \varphi}, \quad (1)$$

де μ та σ – відповідно магнітна проникність та питома електрична провідність немагнітного проміжку; $\omega = 2\pi f$ – обертова частота; v_φ – лінійна шви-

дкість обертання ротора; $v_\phi = v_s(I-s)$; v_s – лінійна швидкість магнітного поля статора; $v_s = 2f\tau$; s – ковзання; f – частота струму в мережі; τ – полюсне ділення, що залежить від радіальної координати; $\tau = \pi\rho C_s/p$; p – число пар полюсів статора; C_s – відносний коефіцієнт розміру дуги статора до розміру повного кола.

Задамо значення магнітної індукції на границях немагнітного проміжку (граничні умови) по ρ , ϕ та z координатах. Із умови шунтування магнітопроводів (рис. 1,б) на границях $\rho = r_3$ і $\rho = r_4$ маємо $B = 0$. Як граничну умову по координаті ϕ приймаємо умову періодичності, оскільки в азимутальному напрямку рівняння (1) змінюється періодично з періодом $T = 2\pi$. У зазорі двигуна магнітна проникність дорівнює магнітній проникності вакууму ($\mu = \mu_0$), а у феромагнітних магнітопроводів приймається рівною нескінченності (рис. 1,б). Отже, граничні умови на поверхнях магнітопроводу задаються на $z = 0$ та $z = -d$, де розміщені складові поверхневого струму лобових частин обмотки i_ϕ та складові радіальних струмів обмотки i_ρ . Поверхневі струми наводять магнітне поле, яке на границі $z = 0$ (рис. 1,б) визначається співвідношеннями $B_\rho = -\mu_0 i_\phi$ і $B_\phi = \mu_0 i_\rho$, а на границі $z = -d$ відповідно $B_\rho = \mu_0 i_\phi$ і $B_\phi = -\mu_0 i_\rho$ [3].

Для розв'язання рівняння (1), яке є тривимірним диференціальним рівнянням другого порядку, виконаємо інтегральні перетворення. Спочатку застосуємо дискретне перетворення Фур'є по координаті ϕ з ядром $e^{in\phi}/2\pi$ [4]:

$$\bar{B}_z = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} B_z e^{in\phi} d\phi, \quad (2)$$

де n – параметр перетворення Фур'є. Тоді рівняння (1), позбавлене залежності від ϕ , запишеться наступним чином:

$$\frac{\partial^2 \bar{B}_z}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \bar{B}_z}{\partial \rho^2} - \frac{n^2}{\rho^2} \bar{B}_z + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{B}_z}{\partial \rho} - i\mu\sigma\omega \bar{B}_z + in\mu\sigma \frac{v_\phi}{\rho} \bar{B}_z = 0. \quad (3)$$

Для позбавлення залежності від координати ρ застосуємо до рівняння (3) інтегральне перетворення в скінченних межах по координаті ρ з ядром $C_{n\eta}^{-1} K_\eta$ та ваговою функцією ρ [5]:

$$\tilde{B}_z = C_{n\eta}^{-1} \int_{r_3}^{r_4} \bar{B}_z K_\eta \rho d\rho, \quad (4)$$

де $K_\eta = (Y_n(\lambda_{n\eta} r_4) J_n(\lambda_{n\eta} \rho) - J_n(\lambda_{n\eta} r_4) Y_n(\lambda_{n\eta} \rho))$; $J_n(\cdot)$, $Y_n(\cdot)$ – функції Бесселя відповідно до першого та другого роду; $\lambda_{n\eta}$ – власне число інтегрального

перетворення (4), що знаходиться з рівняння $J_n(\lambda_{n\eta} r_3) Y_n(\lambda_{n\eta} r_4) - Y_n(\lambda_{n\eta} r_3) J_n(\lambda_{n\eta} r_4) = 0$; η – порядковий номер власного числа $\lambda_{n\eta}$ для певного параметру n ; $C_{n\eta}^{-1}$ – нормуючий множник, який приймає відповідно до [5] значення $C_{n\eta} = \frac{J_n^2(\lambda_{n\eta} r_3) - J_n^2(\lambda_{n\eta} r_4)}{\pi \lambda_{n\eta}^2 J_n^2(\lambda_{n\eta} r_3)}$. Отже, рівняння (3),

позбавлене залежності від ρ , має вигляд

$$\frac{\partial^2 \tilde{B}_z}{\partial z^2} - \gamma^2 \tilde{B}_z = 0, \quad (5)$$

де $\gamma = \sqrt{\lambda_{n\eta}^2 + i\mu\sigma\omega \left(1 - \frac{nv_\phi}{\omega\rho}\right)}$. Рівняння (5) – це од-

норідне диференціальне рівняння другого порядку з постійними коефіцієнтами, розв'язок якого відомий та записується відповідно для I, II та III областей зазору (рис. 1,б):

$$\begin{aligned} \tilde{B}_z|_I &= C_1 e^{\lambda_{n\eta} z} + C_2 e^{-\lambda_{n\eta} z}; \\ \tilde{B}_z|_{II} &= C_3 e^{\gamma z} + C_4 e^{-\gamma z}; \\ \tilde{B}_z|_{III} &= C_5 e^{\lambda_{n\eta} z} + C_6 e^{-\lambda_{n\eta} z}, \end{aligned} \quad (6)$$

де для першої та третьої областей $\gamma = \lambda_{n\eta}$, оскільки $\sigma = 0$, $C_1 - C_6$ – постійні інтегрування.

Для знаходження дійсного розподілу магнітного поля в зазорі двигуна над рівняннями (6) виконуються обернені до (2) та (4) перетворення по координатах ϕ та ρ :

$$B_z = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{\eta=1}^{\infty} \tilde{B}_z K_\eta e^{-in\phi}. \quad (7)$$

Знайдемо постійні інтегрування $C_1 - C_6$. Для цього продиференціюємо рівняння (6):

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{B}_z}{\partial z}|_I &= \lambda_{n\eta} C_1 e^{\lambda_{n\eta} z} - \lambda_{n\eta} C_2 e^{-\lambda_{n\eta} z}; \\ \frac{\partial \tilde{B}_z}{\partial z}|_{II} &= \gamma C_3 e^{\gamma z} - \gamma C_4 e^{-\gamma z}; \\ \frac{\partial \tilde{B}_z}{\partial z}|_{III} &= \lambda_{n\eta} C_5 e^{\lambda_{n\eta} z} - \lambda_{n\eta} C_6 e^{-\lambda_{n\eta} z}. \end{aligned} \quad (8)$$

Оскільки постійних інтегрування всього шість, складемо систему із шести рівнянь, що описують магнітне поле на границях кожної області зазору по координаті z (рис. 1,б). На границях $z = 0$ та $z = -d$ магнітне поле описується відповідно першим та третім рівняннями системи (8). На границях між областями I і II, а також II і III, за умови спряження – рівності нормальних складових індукції й тангенціальних складових напруженості магнітного поля, індукція $\tilde{B}_z|_I = \tilde{B}_z|_{II}$, $\tilde{B}_z|_{II} = \tilde{B}_z|_{III}$, а також її

похідні $\frac{\partial \tilde{B}_z}{\partial z}|_I = \frac{\partial \tilde{B}_z}{\partial z}|_{II}$; $\frac{\partial \tilde{B}_z}{\partial z}|_{II} = \frac{\partial \tilde{B}_z}{\partial z}|_{III}$, оскільки

ротор неферромагнітний і по всьому зазору $\mu = \mu_0$. Тоді на основі рівнянь (6) та (8) маємо систему рівнянь

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial \tilde{B}_z}{\partial z} \right|_{z=0} &= \lambda_{n\eta} C_1 - \lambda_{n\eta} C_2; \\ C_1 e^{-\lambda_{n\eta} d_1} + C_2 e^{\lambda_{n\eta} d_1} &= C_3 e^{-\gamma d_1} + C_4 e^{\gamma d_1}; \\ \lambda_{n\eta} C_1 e^{-\lambda_{n\eta} d_1} - \lambda_{n\eta} C_2 e^{\lambda_{n\eta} d_1} &= \gamma C_3 e^{-\gamma d_1} - \gamma C_4 e^{\gamma d_1}; \quad (9) \\ C_3 e^{-\gamma(d_1+h)} + C_4 e^{\gamma(d_1+h)} &= C_5 e^{-\lambda_{n\eta}(d_1+h)} + C_6 e^{\lambda_{n\eta}(d_1+h)}; \\ \gamma C_3 e^{-\gamma(d_1+h)} - \gamma C_4 e^{\gamma(d_1+h)} &= \lambda_{n\eta} C_5 e^{-\lambda_{n\eta}(d_1+h)} - \lambda_{n\eta} C_6 e^{\lambda_{n\eta}(d_1+h)}; \\ \lambda_{n\eta} C_5 e^{-\lambda_{n\eta} d} - \lambda_{n\eta} C_6 e^{\lambda_{n\eta} d} &= \left. \frac{\partial \tilde{B}_z}{\partial z} \right|_{z=-d}, \end{aligned}$$

коренями якої є постійні інтегрування $C_1 - C_6$.

Знайдемо, чому дорівнюють похідні $\left. \frac{\partial \tilde{B}_z}{\partial z} \right|_{z=0}$ у системі (9). Застосувавши до $\text{div} \vec{B} = 0$ граничну умову по координаті z на границях $z=0$ та $z=-d$, маємо співвідношення

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial B_z}{\partial z} \right|_{z=0} &= \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} (\rho (\mu_0 i_\varphi)) - \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \varphi} (\mu_0 i_\rho); \\ \left. \frac{\partial B_z}{\partial z} \right|_{z=-d} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} (\rho (\mu_0 i_\varphi)) + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \varphi} (\mu_0 i_\rho). \quad (10) \end{aligned}$$

Тут компонента струмового навантаження статора i_ρ вважається заданою. Компонента i_φ виражається з $\text{div} \vec{i} = 0$ через радіальну складову струму

$$i_\rho: i_\varphi = - \int_{-\pi}^{\varphi} \frac{\partial}{\partial \rho} (\rho i_\rho) d\varphi.$$

Застосувавши до (10) дискретне перетворення Фур'є (2) та інтегральне перетворення (4), маємо наступні вирази для границь $z=0$ та $z=-d$ відповідно:

$$\left. \frac{\partial \tilde{B}_z}{\partial z} \right|_{z=0} = -\frac{\lambda_{n\eta}^2 \mu_0}{in} \tilde{f}_\rho; \quad \left. \frac{\partial \tilde{B}_z}{\partial z} \right|_{z=-d} = \frac{\lambda_{n\eta}^2 \mu_0}{in} \tilde{f}_\rho, \quad (11)$$

де $\tilde{f}_\rho = C_{n\eta}^{-1} \int_{r_3}^{r_4} \tilde{f}_\rho K_\eta \rho d\rho$ – інтегральне перетворення

\tilde{f}_ρ по (4); $\tilde{f}_\rho = \rho \tilde{i}_\rho$; \tilde{i}_ρ – перетворене по φ значення радіальної складової лінійного струмового навантаження,

$$\tilde{i}_\rho = \Theta_\rho (I_A K_A W_A + I_B K_B W_B - I_C K_C W_C) / 2\pi\rho \quad [3],$$

$\Theta_\rho = [\Theta(\rho - r_1) - \Theta(\rho - r_2)]$; $\Theta(\cdot)$ – функція Хевісайда [6]; $I_{A(B,C)}$ – комплексні значення амплітуд

струму фаз $A(B,C)$; $K_A = K_1 e^{in\varphi_A}$; $K_B = K_1 e^{in\varphi_B}$; $K_C = K_1 e^{in\varphi_C}$ – обмоткові коефіцієнти відповідно фаз A, B, C ; $\varphi_{A(B,C)}$ – азимутальний кут фази

$$A(B,C); \quad \varphi_A = 0; \quad \varphi_B = \varphi_A + \frac{2\varphi_\tau}{m}; \quad \varphi_C = \varphi_A + \frac{\varphi_\tau}{m};$$

$$K_1 = e^{-in\varphi_\tau + in\frac{1}{2m}\varphi_\tau} (1 - e^{in\varphi_\tau}) \frac{\sin(np\varphi_\tau)}{p \sin(n\varphi_\tau)} \frac{\sin(n\varphi_\tau/2m)}{q \sin(n\varphi_\tau/2mq)};$$

m – кількість фаз обмотки ($m = 3$); $W_{A(B,C)}$ – кількість витків у фазі $W_{A(B,C)} = w_{A(B,C)} q p$; $w_{A(B,C)}$ – кількість елементарних провідників в одному пазу для фази $A(B,C)$; q – кількість пазів на полюс та фазу.

Використання компенсованої обмотки в електричних машинах із розімкненим магнітопроводом дозволяє позбутися пульсуючого магнітного поля, що, у свою чергу, покращує енергетичні показники [7]. Обмоткові коефіцієнти $K_{A(B,C)}$ в (11) надано для некомпенсованої трифазної одношарової обмотки, компенсований варіант якої показано на рис. 2. Компенсаційний струмовий контур, що охоплює активну зону машини, розміщений у крайніх пазах і підключений до фази C [8].

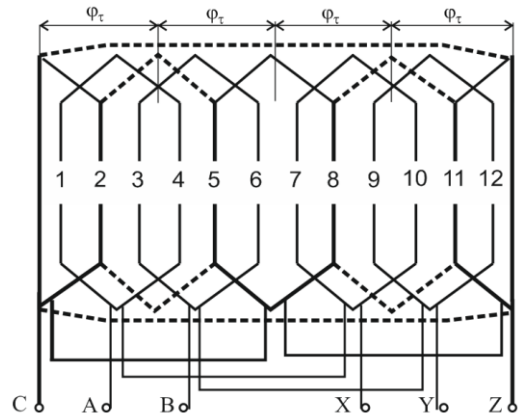


Рисунок 2 – Схема обмотки

Розрахунок виконано для еквівалентної схеми, яка отримана шляхом підключення лобових частин так, як показано на рис. 2 штриховими лініями. ρ – компонента струмового навантаження компенсаційного елемента – визначається за виразом

$$i_{\rho k} = I_C w_k \Theta_\rho \{ \delta[\rho(\varphi + p\varphi_\tau)] - \delta[\rho(\varphi - p\varphi_\tau)] \}, \quad (12)$$

де w_k – кількість елементарних провідників у пазах компенсаційного елемента; $w_k = w_C q$; $\delta(\cdot)$ – функція Дірака. Застосувавши до виразу (12) дискретне перетворення Фур'є аналогічно (2), отримаємо вираз для перетвореного значення ρ -складової значення струму компенсаційного елемента

$$\tilde{i}_{\rho k} = \frac{\Theta_\rho}{2\pi\rho} I_C K_k W_C, \quad \text{де } K_k \text{ – обмотковий коефіцієнт}$$

компенсаційного елемента; $K_k = \frac{2 \sin(np\varphi_\tau)}{ip}$. Тоді

для компенсованої обмотки (рис. 2) обмотковий коефіцієнт фази C має вигляд

$$K_C = K_1 e^{in\varphi_C} - K_k. \quad (13)$$

Підставивши рівняння (11) у розв'язки системи (9), отримаємо значення постійних інтегрувань $C_1 - C_6$, які використовуються у виразах (6). Тоді для розрахунку дійсного розподілу магнітного поля в зазорі над виразами (6) здійснюються обернені перетворення (7).

Електромагнітна потужність, що передається в немагнітний проміжок зі сторони одного статора, знаходиться з теореми Умова-Пойнтінга за рівнянням [9, 10]

$$S = \frac{1}{2} \int_{S_p} \left[\vec{E} \times \vec{H}^* \right] dS, \quad (14)$$

де S_p – поверхня статора зі сторони немагнітного проміжку в площині $\rho O \varphi$; \vec{E} – напруженість електричного поля; \vec{H}^* – спряжене значення напруженості магнітного поля на поверхні статора.

Розглянемо розрахунок енергетичних параметрів для статора, що розміщений на поверхні з координатою $z=0$. Тоді рівняння (14) запишеться з від'ємним знаком, оскільки потік магнітного поля цього статора направлений проти напрямку осі z . З урахуванням у (14) граничних умов на поверхні $z=0$ ($H_\rho = -i_\varphi$, $H_\varphi = i_\rho$) маємо вираз потужності

$$S = -\frac{1}{2} \int_{r_1-p\varphi_r}^{r_2} \int_{-p\varphi_r}^{p\varphi_r} \left(E_\rho i_\varphi + E_\varphi i_\rho \right) \rho d\varphi d\rho. \quad (15)$$

Із застосуванням рівняння Максвелла $rot E = -dB/dt$ для z складової ротора визначення потужності зводиться до виразу

$$S = -\frac{i\omega}{2} \int_{r_1-p\varphi_r}^{r_2} \int_{-p\varphi_r}^{p\varphi_r} \left[\rho i_\rho \int_{-p\varphi_r}^{\varphi} \tilde{B}_z d\varphi \right] \rho d\varphi d\rho. \quad (16)$$

Підставивши в (16) розв'язок магнітного поля (7) для області I зазору (оскільки розглядається статор, розміщений на $z=0$), отримаємо рівняння

$$S = -\frac{i\omega}{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{\eta=1}^{\infty} \int_{r_1-p\varphi_r}^{r_2} \int_{-p\varphi_r}^{\varphi} \left(\rho i_\rho \times \int_{-p\varphi_r}^{\varphi} \tilde{B}_z \Big|_I K_\eta e^{-in\varphi} d\varphi \right) \rho d\varphi d\rho, \quad (17)$$

де $\int_{-p\varphi_r}^{\varphi} \tilde{B}_z \Big|_I e^{-in\varphi} d\varphi = \frac{\tilde{B}_z \Big|_I}{-in} e^{-in\varphi}$;

$$\int_{-p\varphi_r}^{p\varphi_r} i_\rho e^{-in\varphi} d\varphi = \int_{-\pi}^{\pi} i_\rho e^{-in\varphi} d\varphi = \tilde{i}_{\rho 1} \frac{\Theta_\rho}{\rho};$$

$\tilde{i}_{\rho 1} = I_A K_A W_A + I_B K_B W_B - I_C K_C W_C$. Отже, кінцеве рівняння потужності за вектором Умова-Пойнтінга має вигляд

$$S = -\frac{i\omega}{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{\eta=1}^{\infty} \left(\frac{\tilde{i}_{\rho 1}}{in} \right) \int_{r_1}^{r_2} \tilde{B}_z \Big|_I K_\eta \rho d\rho. \quad (18)$$

У випадку визначення потужності в обмотці для статора, що розміщений на площині $z=-d$, потік магнітного поля якого направлений у напрямку осі z , у рівнянні (18) не зміниться знак унаслідок використання протилежних за знаком граничних умов. Але підставляється індукція магнітного поля для III області зазору – $\tilde{B}_z \Big|_{III}$ при $z=-d$ (рис. 1,б).

З іншого боку, потужність для будь-якого одного статора машини визначається за виразом

$$S = \frac{I}{2} \left(U_{mA}^* I_A + U_{mB}^* I_B + U_{mC}^* I_C \right), \quad (19)$$

де U_{mA} , U_{mB} , U_{mC} – комплексні амплітудні значення індукованої фазної напруги обмотки, які знаходяться з рівнянь (18) та (19):

$$\begin{aligned} U_{mA} &= I_A X_{AA} + I_B X_{AB} + I_C X_{AC}; \\ U_{mB} &= I_A X_{BA} + I_B X_{BB} + I_C X_{BC}; \\ U_{mC} &= I_A X_{CA} + I_B X_{CB} + I_C X_{CC}, \end{aligned} \quad (20)$$

де літерою X позначено опір власної та взаємної індуктивності фаз, який надається виразами

$$\begin{aligned} X_{AA} &= -\sum_{n=-\infty}^{\infty} K_A W_A^2 K_A P_y; \\ X_{AB} &= -\sum_{n=-\infty}^{\infty} K_A W_A W_B K_B P_y; \\ X_{AC} &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} K_A W_A W_C K_C P_y; \\ X_{BA} &= -\sum_{n=-\infty}^{\infty} K_B W_B W_A K_A P_y; \\ X_{BB} &= -\sum_{n=-\infty}^{\infty} K_B W_B^2 K_B P_y; \\ X_{BC} &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} K_B W_B W_C K_C P_y; \\ X_{CA} &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} K_C W_C W_A K_A P_y; \\ X_{CB} &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} K_C W_C W_B K_B P_y; \\ X_{CC} &= -\sum_{n=-\infty}^{\infty} K_C W_C^2 K_C P_y, \end{aligned} \quad (21)$$

в яких $P_y = -\frac{\omega}{n} \int_{r_1}^{r_2} \left(\tilde{B}_{zI} \Big|_{I(III)} / \tilde{i}_{\rho 1} \right) K_\eta \rho d\rho$, де $\tilde{B}_{zI} \Big|_{I(III)}$

означає, що $\tilde{B}_{zI} \Big|_I$ замінюється на $\tilde{B}_{zI} \Big|_{III}$ для розрахунку протилежного статора ($z=-d$).

У фазах обмотки має місце падіння напруги на активному та реактивному опорі $Z_{IA(B,C)}$, який розраховується за відомими виразами [11]. Таким чином, фазні напруги визначаються як

$$U_{A(B,C)} = U_{mA(B,C)} + I_{A(B,C)} Z_{IA(B,C)}, \quad (22)$$

де $Z_{IA(B,C)} = R_{IA(B,C)} + iX_{IA(B,C)}$; $R_{IA(B,C)}$ – активний опір фази обмотки; $X_{IA(B,C)}$ – реактивний опір фази обмотки.

Для схем з'єднань виводів обмотки двигуна – «зірка» без нульового провідника, «зірка» з нульовим провідником та «трикутник» – складаються відповідно наступні системи рівнянь, коренями яких є фазні струми I_A, I_B, I_C :

$$\begin{cases} U_B - U_A = u_{AB}; \\ U_C - U_B = u_{BC}; \\ I_A + I_B + I_C = 0; \end{cases} \begin{cases} U_A = u_A; \\ U_B = u_B; \\ U_C = u_C; \end{cases} \begin{cases} U_A = u_{AB}; \\ U_B = u_{BC}; \\ U_C = u_{CA}; \end{cases} \quad (23)$$

де u_{AB}, u_{BC}, u_{CA} – задані амплітудні значення лінійної напруги мережі живлення; u_A, u_B, u_C – задані амплітудні значення фазної напруги мережі живлення; $U_{A(B,C)}$ підставляється з (22). Знайдені таким чином струми використовуються для розрахунку індукції, потужності та напруги відповідно за виразами (7), (19) та (22).

Електромагнітний обертовий момент двигуна під дією одного будь-якого статора визначається шляхом інтегрування добутку сили ($\hat{i}_\rho^* B_z|_{I(M)}$) на радіус (ρ) по площині внутрішньої поверхні статора (рис. 1,а):

$$M = \text{Re} \left[\frac{I}{2} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{r_1}^{r_2} \hat{i}_\rho^* B_z|_{I(M)} \rho \rho d\varphi d\rho \right]. \quad (24)$$

З урахуванням обернених перетворень (7) та дискретного перетворення Фур'є для струму \hat{i}_ρ^* рівняння обертового моменту ТДАД має вигляд

$$M = \frac{1}{2} \text{Re} \left[\sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{\eta=1}^{\infty} \int_{r_1}^{r_2} \rho K_\eta \tilde{B}_z|_{I(M)} \tilde{i}_{\rho 1}^* d\rho \right]. \quad (25)$$

Корисна потужність (механічна потужність), коефіцієнт корисної дії та швидкість обертання ротора визначаються відповідно за відомими виразами

$$\begin{aligned} P_2 &= M \omega (1-s) C_s / p; \\ \eta &= P_2 / \text{Re}(S); \\ n_2 &= 60 f C_s (1-s) / p. \end{aligned} \quad (26)$$

Якщо положення ротора в зазорі симетричне, тобто $d_1 = d_2$, то енергетичні показники правого та лівого статора співпадають. Потужність двигуна розраховується як сума потужностей кожного статора.

На рис. 3 та 4 зображено залежність енергетичних показників двигуна від ковзання s , питомої електричної провідності дискового ротора σ та товщини ротора h за наданим методом розрахунку.

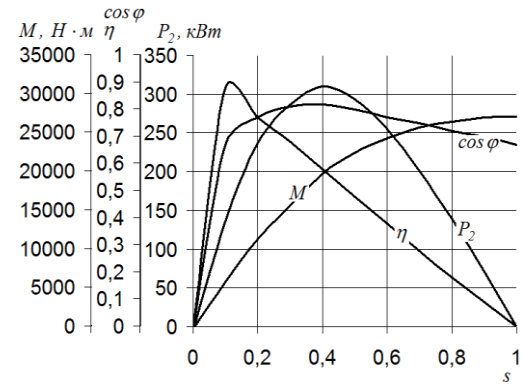
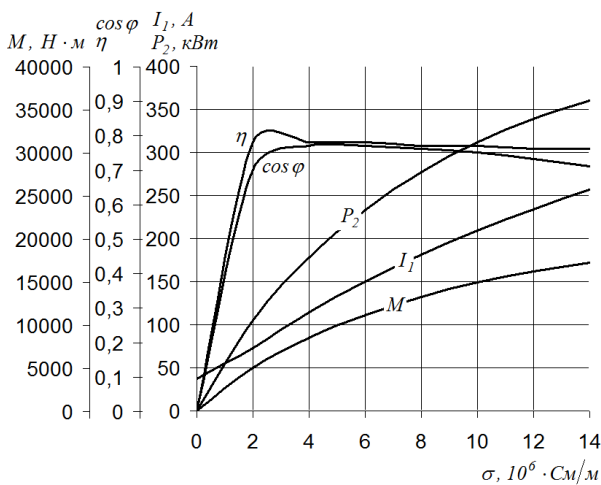
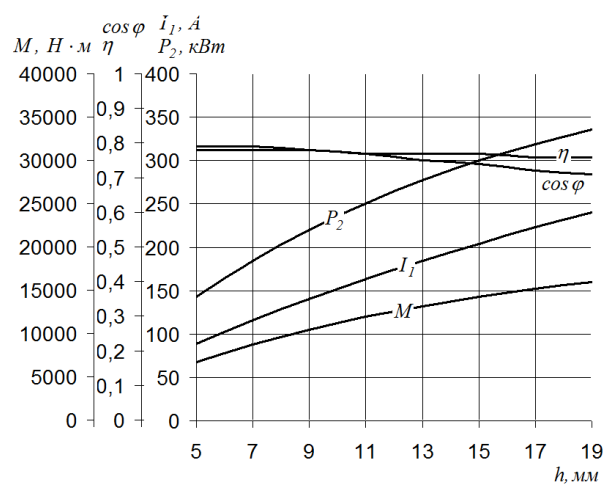


Рисунок 3 – Криві енергетичних показників залежно від ковзання



а)



б)

Рисунок 4 – Енергетичні показники: а) залежність від електропровідності; б) залежність від товщини ротора

Розрахунок виконано для сталого конструкційного виконання статорів із величиною лінійної напруги $u_{A(B,C)} = 1500 \text{ В}$ для схеми включення «зірка» без нульового провідника (23): $p = 6$; $d_1 = 0,005 \text{ м}$; $d_2 = 0,005 \text{ м}$; $w_{A(B,C)} = 4$; $q = 6$; $C_s = 1/2$.

Зображена на рис. 3 характеристика виконана для значення електропровідності дискового ротора $\sigma = 6,1 \cdot 10^6 \text{ См/м}$ (сталь) та його товщини $h = 10 \text{ мм}$. З наведеної характеристики видно, що максимальний електромагнітний момент дорівнює пусковому електромагнітному моменту при $s = 1$. Це пояснюється тим, що електропровідність ротора невелика. Максимальне значення коефіцієнта корисної дії спостерігається при $s = 0,12$. У подальших розрахунках номінальна величина ковзання вибрана наближено – $s = 0,2$, виходячи з розташування максимального електромагнітного моменту.

На рис. 4,а зображено залежність енергетичних параметрів ТДАД від електропровідності дискового ротора. Як видно з рисунку, коефіцієнт корисної дії досягає свого максимального значення, починаючи з $\sigma = 2 \cdot 10^6 \text{ См/м}$, а коефіцієнт потужності – з $3 \cdot 10^6 \text{ См/м}$. Тобто такі значення електричної провідності достатні для створення необхідної величини струму в роторі для максимальної корисної дії. Струм двигуна в обмотці статора при збільшенні електричної провідності ротора понад 10^7 См/м зростає внаслідок росту струмів у роторі. Для утримання допустимої густини струму в обмотці статора необхідно зменшити напругу живлення, що в даному випадку призведе до значного зменшення моменту. Беручи до уваги показники на рис. 4,а, у функції матеріалу дискового ротора підійде нержавіюча сталь з електричною провідністю $6,1 \cdot 10^6 \text{ См/м}$.

На рис. 4,б зображено залежність енергетичних показників від товщини дискового ротора h . Збільшення товщини диска здійснюється по осьовій координаті, а тому зростає поперечний переріз каналів, по яких протікає вторинний струм. Це призводить до зменшення активного опору й, як наслідок, зростання вторинних струмів. Тому, порівнюючи рис. 4,а й 4,б, видно, що збільшення товщини дискового ротора впливає на енергетичні показники аналогічно збільшенню його електричної провідності.

Виконано порівняння кривих магнітного поля у немагнітному проміжку за запропонованим у даній роботі методом (рис. 5,а) із методом розрахунку з усередненням по висоті d немагнітного проміжку [3] (рис. 5,б). Характер розподілу магнітного поля збігається в обох методах. На точність розрахунку також має вплив програмний розрахунок, який складається з рівнянь аналітичного методу.

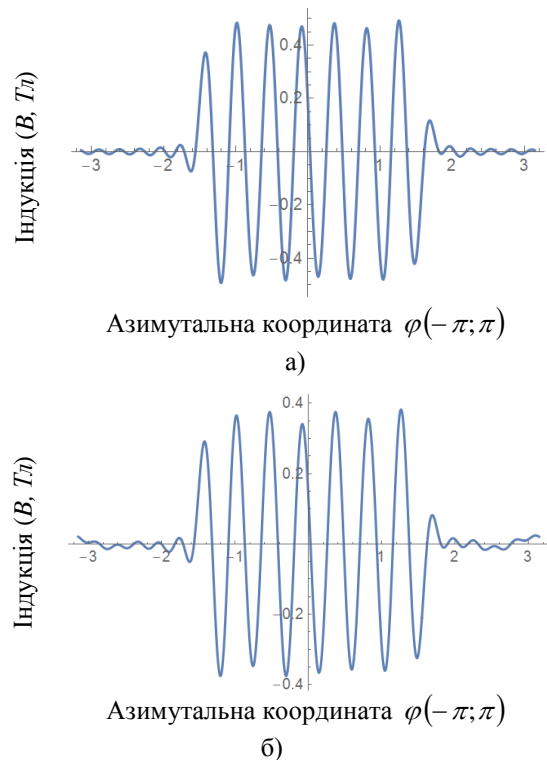


Рисунок 5 – Розподіл магнітного поля:
а) розрахунок з урахуванням товщинного ефекту;
б) – розрахунок по усередненому полю

ВИСНОВКИ. Розроблено аналітичний метод розрахунку торцевого дугостаторного асинхронного двигуна з дисковим неферомагнітним електропровідним ротором з урахуванням товщинного крайового ефекту. Метод дозволяє розрахувати розподіл магнітного поля в немагнітному проміжку та енергетичні показники, задавши розміри двигуна, параметри дискового ротора, ковзання та напругу живлення.

ЛІТЕРАТУРА

1. Фридкин П.А. Безредукторный дугостаторный электропривод. – М.: Энергия, 1970. – 138 с.
2. Кришук Р.С., Ращепкін А.П. Огляд електроприводів кульових барабаних млинів // Праці Інст-ту електродинаміки НАН України. – К.: ІЕД НАНУ, 2014. – Вип. 39. – С. 29–38.
3. Карлов О.М., Кондратенко І.П., Кришук Р.С., Ращепкін А.П. Метод розрахунку усередненого магнітного поля по висоті повітряного проміжку торцевого дугостаторного асинхронного двигуна // Електромеханічні і енергозберігаючі системи. – 2014. – Вип. 3. – С. 68–76.
4. Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. Справочник по математике для инженеров и учащихся вузов. – М.: Наука, 1986. – 544 с.
5. Кошляков Н.С., Глинер Э.Б., Смирнов М.М. Уравнения в частных производных математической физики. – М.: Высшая школа, 1970. – 712 с.
6. Гахов Ф.Д., Черский Ю.И. Уравнения типа свёртки. – М.: Наука, 1978. – 296 с.

7. Вольдек А.И. Индукционные магнетогидродинамические машины с жидкометаллическим рабочим телом. – Л.: Энергия, 1970. – 272 с.

8. Ращепкин А.П. Поле в зазоре при переменной линейной нагрузке обмотки индукционной машины. // Магнитная гидродинамика. – 1965. – Вып. 3. – С. 96–102.

9. Гольдштейн Л.Д., Зернов Н.В. Электромагнитные поля и волны. – М.: Советское радио, 1971. – 662 с.

10. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. Электродинамика сплошных сред. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1982. – Т. 8. – 621 с.

11. Костенко М.П., Пиотровский Л.М. Электрические машины. Часть 2. – Л.: Энергия, 1973. – 648 с.

METHOD FOR CALCULATING OF THE AXIAL ARC-STATOR INDUCTION MOTOR WITH CONSIDERATION OF THE EDGE EFFECT ON THE THICKNESS AIR GAP

O. Karlov, I. Kondratenko, R. Kryshchuk, A. Rashchepkin

Institute of Electrodynamics of the National Academy of Sciences of Ukraine
 prosp. Peremohy, 56, Kyiv, 03680, Ukraine. E-mail: kr@e-mail.ua

As the title implies, the article describes method for calculating of the axial arc-stator induction motor with the non-ferromagnetic conductive disc rotor and with consideration of the edge effect on the thickness non-magnetic gap. Attention is given to the linear velocity of rotation of the rotor, which not uniform across non-magnetic gap. It gives a detailed analysis of mathematical model of the magnetic field in the non-magnetic gap, on the basis of Maxwell's equations and integral transforms. It is shown that the derived equation for energy engine parameters based on the Poynting's theorem and the equations of the magnetic field. Paper provides valuable information about the calculation of the energy performance of the axial arc-stator induction motor by asking the size of the engine, the value of slip, electrical rotor winding parameters and currents. It is shown that the calculation is possible for any values of electrical conductivity of the rotor.

Key words: axial, arc-stator, open-circuited magnetic conductor, induction motor, the rotor disk.

REFERENCES

1. Fridkin, P.A. (1970), *Bezreduktornyi dugostatornyi elektroprivod* [Gearless electric drive with arc-shaped stator], Energiya, Moscow. (in Russian)

2. Kryshchuk, R.S. and Rashchepkin, A.P. (2014), “Electric drive for ball mills”, *Pratsi Instytutu elektrodynamiky NAN Ukrainy*, no. 39, pp. 29–38. (in Ukrainian)

3. Karlov, A.N., Kondratenko, I.P., Kryshchuk, R.S. and Rashchepkin, A.P. (2014), “Method for calculating the averaged over nonmagnetic gap magnetic flux density of the axial induction motor with disconnected magnetic conductor”, *Electromekhanichni i energozberigayuchi systemy*, Vol. 3, no. 27, pp. 68–76. (in Ukrainian)

4. Bronshtein, I.N. and Semendiyev, K.A. (1986), *Spravochnik po matematike dlia inzhenerov i uchashchihsia vuzov* [Handbook of mathematics for engineers and university students], Nauka, Moscow. (in Russian)

5. Koshliakov, N.S., Gliner, E.B. and Smirnov, M.M. (1970), *Uravneniya v chastnykh proizvodnykh matematicheskoy fiziki* [Equations in partial derivatives of mathematical physics], Vysshaya shkola, Moscow. (in Russian)

6. Gahov, F.D. (1978), *Uravneniya tipa sviertki* [The equations of convolution type], Nauka, Moscow. (in Russian)

7. Voldek, A.I. (1970), *Induktsionnye magnetogidrodinamicheskie mashyny s zhydkometallicheskim rabochym telom* [Induction magnetohydrodynamic machines with liquid working body], Energiya, Leningrad. (in Russian)

8. Rashchepkin, A.P. (1965), “Field in the gap of the induction machine winding with variable linear load”, *Magnitnaya gidrodynamika*, no. 3, pp. 96–102. (in Russian)

9. Goldshtein, L.D. and Zernov, N.V. (1971), *Electromagnitnye polia i volny* [Electromagnetic fields and waves], Sovetskoe radio, Moscow. (in Russian)

10. Landau, L.D. and Lifshyts, E.M. (1982), *Teoreticheskaya fizika. Elektrodynamika sploshnykh sred* [Theoretical physics. Electrodynamics of continuous media], Nauka, Moscow. (in Russian)

11. Kostenko, M.P. and Piotrovskiy, L.M. (1973), *Elektricheskie mashyny. Chast 2* [Electrical machinery. Part 2], Energiya, Leningrad. (in Russian)

Стаття надійшла 18.05.2015.