

УДК 004.942:62-752.8

**МОДЕЛИРОВАНИЕ КОЛЕБАТЕЛЬНЫХ ПРОЦЕССОВ В ВИБРОИЗОЛЯЦИИ
ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКОГО ОБОРУДОВАНИЯ**

Г. О. Гаврилец, Д. И. Родькин

Кременчугский национальный университет имени Михаила Остроградского
ул. Первомайская, 20, г. Кременчуг, 39600, Украина. E-mail: ho.havrylets@gmail.com

Выполнен анализ причин изменения таких характеристик виброизоляционных элементов, как жесткость и демпфирование. Обоснована важность контроля собственной частоты колебаний. Рассмотрены особенности колебаний при нестационарных режимах работы электромеханической системы. Показано, что при нестационарном процессе резонансная частота не равна собственной, а величина их разности зависит от длительности этого процесса. Обоснована и разработана имитационная модель для анализа колебательных процессов в виброизоляции в виде электрического аналога с принятыми масштабированием и условиями моделирования. С использованием полученных результатов решена задача определения функциональной зависимости между временем наступления резонанса токов в колебательном контуре и скоростью изменения частоты напряжения. Показаны изменения фазового сдвига между током и напряжением до, после и в момент совпадения мгновенной частоты напряжения с собственной частотой колебательного контура. Рассмотрены энергетические процессы при резонансе и дана оценка его влиянию на электромеханическую систему. По результатам исследования получены регрессионные модели нестационарных процессов, позволяющие определить частоту реального резонанса при известных собственной частоте и параметрах нестационарного процесса.

Ключевые слова: виброизоляция, резонанс, скорость изменения частоты, фаза колебаний, моделирование.

**МОДЕЛЮВАННЯ КОЛІВАЛЬНИХ ПРОЦЕСІВ У ВІБРОІЗОЛЯЦІЇ
ЕЛЕКТРОМЕХАНІЧНОГО ОБЛАДНАННЯ**

Г. О. Гаврилець, Д. Й. Родькін

Кременчуцький національний університет імені Михайла Остроградського
вул. Першотравнева, 20, м. Кременчук, 39600, Україна. E-mail: ho.havrylets@gmail.com

Виконано аналіз причин зміни таких характеристик елементів віброізоляції, як жорсткість та демпфування. Обґрунтована важливість контролю власної частоти коливань. Розглянуто особливості коливань при нестационарних режимах роботи електромеханічної системи. Показано, що при нестационарному процесі резонансна частота не дорівнює частоті вільних коливань, а величина їх різниці залежить від тривалості цього процесу. Обґрунтовано й розроблено імітаційну модель для аналізу коливальних процесів у віброізоляції у вигляді електричного аналога з прийнятим масштабуванням та умовами моделювання. З використанням отриманих результатів вирішена задача визначення функціональної залежності між моментом резонансу струмів у коливальному контурі й швидкістю зміни частоти напруги. Показано зміни фазового кута між струмом і напругою до, після й у момент рівності миттєвої частоти напруги та частоти вільних коливань. Розглянуто енергетичні процеси при резонансі й дано оцінку його впливу на електромеханічну систему. За результатами дослідження отримано регресійні моделі нестационарних процесів, за якими можна визначити частоту реального резонансу в системі при відомих параметрах нестационарного процесу та частоті вільних коливань.

Ключові слова: віброізоляція, резонанс, швидкість зміни частоти, фаза коливань, моделювання.

АКТУАЛЬНОСТЬ РАБОТЫ. Электропривод является системой взаимосвязанных элементов, которые могут порождать, усиливать и гасить колебания. Состояние равновесия электропривода может быть нарушено по многим причинам, возникающим в нагрузке, технологических связях, цепях управления и системе энергоснабжения, и имеет негативные последствия для всей электромеханической системы.

Вибрация, возникающая в любом элементе электрической машины, распространяется на всю систему электропривода, исполнительные механизмы и другие объекты, находящиеся рядом. С целью предупреждения вибрации в системах электропривода применяют схемы виброизоляции упругих связей и креплений.

Для уменьшения негативного влияния колебательных процессов на само оборудование, присоединенные конструкции, а также снижения уровня

шума применяются специальные упругие элементы виброизоляции: резиновые, резинометаллические, пружинные. Последние долговечны и надежны в работе, но они недостаточно снижают передачу вибраций высоких частот. Резиновые виброизоляторы эффективно снижают высокие частоты, но обладают недостаточной виброизоляцией на низких частотах. В общем случае наиболее эффективным является применение комбинированных виброизоляторов, состоящих из пружинных элементов, установленных на резиновых прокладках, прилегающих к опорной поверхности. Современные виброизолирующие материалы импортного производства и устройства активной виброизоляции технологического оборудования на предприятиях Украины используются редко ввиду их значительной стоимости.

Натуральные и синтетические резины подвержены быстрым процессам разрушения при воздей-

ствии высоких температур, солнечного света, смазочных жидкостей и длительных статических и циклических деформаций. Необратимые изменения в процессе старения резиновых материалов виброизоляции проявляются в увеличении твердости в результате продолжающихся вулканизационных процессов, появлении трещин и пустот, приводящих в итоге к уменьшению диссипации энергии. Воздействие низких температур приводит к обратимым изменениям, заключающимся в переходе от эластичной деформации к упругой, характерной для металлических элементов. При этом жесткость резины может увеличиться в несколько раз [1, 2].

Из проведенного анализа свойств виброизоляторов с резиновыми материалами следует, что эксплуатация электрооборудования в неотапливаемых помещениях, при воздействии внешних, агрессивных по отношению к виброизоляции воздействий, в конечном итоге приводит к существенным отклонениям их статических и динамических характеристик от расчетных значений. Имеется в виду, прежде всего, дрейф собственной частоты колебаний виброизолированной системы к значениям рабочих оборотных частот. При этом, если известно ее значение, могут применяться такие мероприятия:

- отстройка угловой скорости вращения от резонансной; это обычно осуществляется на этапе проектирования согласно условиям технологического процесса;

- смещение резонансной частоты от частоты возмущающей силы, что обычно достигается за счет изменения параметров массы, введением в конструкцию ребер жесткости или изменением ее упругих характеристик;

- увеличение демпфирования системы для уменьшения коэффициента усиления резонанса; увеличение потерь энергии в системе может производиться с использованием в качестве конструктивных материалов с большим внутренним трением или нанесением слоя упруго-вязких материалов, обладающих большими потерями на внутреннее трение.

Современные преобразователи частоты имеют функцию частотных окон. При настройке устанавливаются параметры уровней резонансных частот и ширины окна. Поэтому в окрестностях резонансной частоты задать выходную частоту будет невозможно. Благодаря гистерезису в регулировочной характеристике действительная выходная частота, заданная в запрещенном диапазоне, не изменяется, а в момент выхода за его пределы делает скачок.

В случае невозможности отстройки от резонанса рекомендуется прохождение этой зоны частот с максимальным ускорением. Сокращение времени работы в резонансе уменьшает количество накапливаемой вибрационной энергии и снижает амплитуду вибрации [3, 4].

Чрезвычайно важным является расчет и оценка эффективности систем виброзащиты в переходных режимах работы оборудования из-за высокой веро-

ятности резонансных и околорезонансных колебаний. Несмотря на кратковременность, уровни резонансных колебаний могут быть значительно выше, чем в эксплуатационных режимах, что является причиной разрушения элементов виброизоляции и усиления виброактивности системы.

Известно, что любое изменение скорости вращения двигателя, имеющего дисбаланс, приводит к возникновению нестационарного воздействия на элементы виброизоляции. Например, плавный пуск до номинальной частоты 3000 об/мин создает периодическую возмущающую силу с мгновенной частотой, изменяющейся от нуля до 50 Гц. Следовательно, в какой-то момент времени она совпадет с собственной частотой, что должно сопровождаться резонансным усилением колебаний. На самом деле максимальная амплитуда наблюдается несколько позже, т.е. резонанс смещается в сторону больших частот, а при уменьшении мгновенной частоты – в сторону меньших частот [4]. Известно, что функциональная зависимость между скоростью изменения частоты периодической силы и временем наступления резонанса определяется параметрами нестационарного процесса и собственной частотой колебательной системы.

Таким образом, имеется принципиальная возможность определения собственной частоты виброизоляции по данной зависимости, параметрам нестационарного процесса и измеренному значению частоты, при которой в системе наступает резонанс.

Рассмотренные явления старения и разрушения виброизоляции с одной стороны, работа в нестационарных режимах с другой указывают на то, что резонансная частота колебаний может находиться близко к оборотной, что может иметь ряд негативных последствий для всей электромеханической системы. Следовательно, во-первых, необходимы мероприятия по оперативному контролю собственной частоты в заданных пределах с целью обеспечения необходимой виброизоляции оборудования. Во вторых, определение численного значения собственной частоты позволит произвести отстройку от резонанса в частотно-регулируемом электроприводе.

Целью работы является определение функциональной зависимости между отношением резонансной и собственной частот колебательной системы и скоростью изменения частоты вынуждающей силы путем моделирования колебаний виброизолированного двигателя с дисбалансом в нестационарных режимах.

МАТЕРИАЛ И РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЙ.

Для проведения исследований и достижения поставленной цели необходимо создание имитационной модели, что предусматривает, прежде всего, обоснование и выбор расчетной схемы виброизоляции. Конструктивное исполнение и условия функционирования системы креплений двигателя позволяют рассматривать ее как систему колеблющихся твердых тел с наличием динамических смещений в

стыках за счет контактных деформаций. Вибрации в различных точках конструкции могут существенно отличаться по уровню и частотному составу, поскольку возмущения могут иметь различные точки приложения и направления, а сама система может обладать физико-механической анизотропией.

В общем виде система креплений относится к неавтономным системам, поскольку является источником кинематического возбуждения – передачи вибраций от других агрегатов, находящихся вблизи системы. Это свойство проявляется также и при малой диссипации колебательной энергии в фундаментных конструкциях, что является признаком ухудшения технического состояния системы. Анализируя процессы в механических колебательных системах, их часто рассматривают как автономные. При этом действующие силы зависят только от обобщенных координат и скоростей системы.

Еще одной характеристикой механической колебательной системы является стационарность – неизменность преобразования входных возмущений с течением времени. Это справедливо для систем с постоянными параметрами, отнести к которым системе креплений невозможно.

В работе [5] представлена методика разработки математической модели колебаний электрической машины на фундаментном основании. Предполагается, что двигатель имеет четырехточечное крепление, характеризующееся коэффициентами жесткости и демпфирования. При составлении математической модели был принят ряд условий и допущений, основными из которых являются симметричность корпуса двигателя, наличие динамических реакций опор только в вертикальной плоскости, приведение сухого и конструкционного трения в креплениях к вязкому, частотно независимому трению. Таким образом, колебательная система, обладающая шестью степенями свободы, может быть представлена расчетной моделью системы, имеющей три вида движения: поступательного в вертикальной плоскости и двух вращательных в горизонтальных плоскостях. В случае равенства или малого отличия параметров виброизоляции в симметричных полуплоскостях расчетная модель упрощается до системы с двумя степенями свободы. Целесообразным на первых этапах анализа может быть принятие характеристик всех четырех креплений идентичными. Это позволит еще в большей степени упростить расчетную модель, получив ее в виде одномассовой колебательной системы с одной степенью свободы. Уравнение движения такой системы имеет вид:

$$m\ddot{y}(t) + b\dot{y}(t) + cy(t) = F(\omega, t), \quad (1)$$

где m, b, c – приведенные параметры массы, демпфирования и жесткости системы; $F(\omega, t)$ – функция, описывающая воздействие на систему виброизоляции со стороны двигателя в стационарных и переходных режимах.

Одним из наиболее частых дефектов в электро-механической системе, оказывающих динамическое

усилие на систему креплений, является неуравновешенность ротора [6]. Различные виды неуравновешенности в итоге приводят к возникновению центробежных сил инерции. Например, в установленном режиме сила от дисбаланса ротора является периодической, с частотой вращения ω и амплитудой

$$F_r = m_1 r \omega^2, \quad (2)$$

где m_1 – масса дисбаланса; r – радиус ротора.

В нестационарных режимах амплитуда этой силы будет изменяться пропорционально квадрату частоты вращения.

Современные исследования и расчеты сложных технических систем нередко проводятся с использованием электрических аналогий иных физических процессов [7, 8]. Это связано с тем, что вопросы электромагнитного преобразования энергии изучены наиболее полно. В частности, разработана теория процессов в колебательном контуре как для стационарных, так и для переходных режимов применительно к цепям постоянного и переменного тока с постоянными параметрами контура и источника питания.

Рассмотрим расчетную модель колебаний (1) в виде последовательного колебательного контура с использованием электро-механической аналогии «сила–напряжение», описываемого дифференциальным уравнением

$$L \frac{d^2 q(t)}{dt^2} + R \frac{dq(t)}{dt} + \frac{1}{C} q(t) = U(t, \omega), \quad (2)$$

где L – индуктивность контура (Гн); R – активное сопротивление (Ом); C – емкость контура (Ф); $q(t)$ – количество электричества (Кл); $U(t, \omega)$ – нестационарный сигнал напряжения.

Следовательно, инерционность механической колебательной системы соответствует индуктивности цепи, жесткость виброизоляторов обратно пропорциональна емкости цепи, механическое сопротивление соответствует активному сопротивлению цепи, вынуждающая сила – ЭДС цепи, смещению инерционного элемента от положения равновесия соответствует количество электричества, а вибро-скорости – электрический ток.

Моделирование процессов в RLC-цепи проводилось в программе MATLAB с использованием библиотеки блоков SimPowerSystems. Для обеспечения адекватной интерпретации модельных экспериментов параметры моделирования выбирались на основании принятых условий:

- система виброизоляции применима к асинхронным электродвигателям малой и средней мощности, массой от 40 до 800 кг с частотой вращения 3000 об/мин;
- собственная частота колебаний виброизолированной системы выбирается из диапазона 8–35 Гц;
- масса дисбаланса на валу двигателя до 1 кг;

– коэффициент демпфирования остается постоянным.

При моделировании механической системы электрическим колебательным контуром важным является вопрос масштабирования процессов, протекающих в рассматриваемых системах [8]. В первую очередь необходимо установить соотношение между скоростями протекания процессов. Учитывая возможности компьютерного моделирования, а именно реализуемости RLC-цепи с любыми параметрами, примем этот коэффициент равным единице, следовательно, время моделирования будет реальным для механической системы.

Также необходимо определить соотношения между входными и выходными параметрами рассматриваемых систем: силой $F(t)$, действующей на механическую систему, и напряжением $u(t)$ в RLC-цепи; виброперемещением $y(t)$ и количеством электричества $q(t)$. Эти коэффициенты могут быть отличны от единицы, но обязательно должны учитываться при интерпретации модельных экспериментов. На основании принятых масштабных коэффициентов вычисляются значения индуктивности, емкости и активного сопротивления. Параметры масштабирования, принятые в данных исследованиях, представлены в табл. 1.

Таблица 1 – Параметры масштабирования процессов в механической колебательной системе и ее электрическом аналоге

Масштабный коэффициент	Масштабируемые параметры
$k_0=1$	время протекания процессов
$k_4=0,1$	отношение обобщенных координат $\frac{y}{q}$
$k_5=10$	индикатор подобия $\frac{F}{U}$
$k_1 = \frac{k_5 k_0^2}{k_4}$	индикатор подобия $\frac{m}{L}$
$k_2 = \frac{k_5 k_0}{k_4}$	индикатор подобия $\frac{b}{R}$
$k_3 = \frac{k_5}{k_4}$	индикатор подобия cC

Другим важным аспектом моделирования является задание воздействия на колебательную систему. Применительно к выбранному классу электромеханических систем можно сформулировать следующие условия формирования напряжения, подаваемого на колебательный контур:

– подаваемое напряжение должно соответствовать динамическому усилию, передаваемому в си-

стему виброизоляции при пуске, установившемся режиме и выбеге асинхронного двигателя;

– величина напряжения пропорциональна силовому воздействию от вращения ротора с дисбалансом массы, а его частота равна частоте вращения ротора;

– время разгона находится в пределах 1–5 секунд, что отражает условия как прямого, так и плавного пуска;

– остановка двигателя моделируется на протяжении 2–16 секунд.

Согласно представленным условиям, запишем закон изменения напряжения в виде

$$U(t, \omega) = U_a \sin\left(\frac{\varepsilon t^2}{2}\right), \quad (3)$$

где U_a – мгновенная амплитуда напряжения; ε – скорость изменения частоты напряжения; εt – мгновенная частота.

Мгновенное значение напряжения, согласно принятым масштабным коэффициентам, вычисляется как

$$U_a \equiv \frac{F_r}{10} = m_1 r \omega^2, \quad (4)$$

где m_1 – масса дисбаланса ротора; r – радиус ротора; t_r – время разгона двигателя до номинальной скорости.

При моделировании вращения двигателя с постоянным положительным ускорением мгновенная частота напряжения контура равна:

$$\varepsilon t = \frac{\omega_n}{t_r} t, \quad t < t_r. \quad (5)$$

Замедление вращательного движения, при котором частота изменяется по закону $\omega = \omega_n - \varepsilon t$, реализуется в имитационной модели подачей в контур напряжения, изменяющегося по закону

$$U(t, \omega) = U(t) \sin\left(\omega_n t - \frac{\varepsilon t^2}{2}\right), \quad (6)$$

при этом мгновенная частота

$$\varepsilon t = \frac{\omega_n}{t_{ost}} t, \quad t_o \leq t \leq t_o + t_{ost}, \quad (7)$$

где t_o , t_{ost} – время начала замедления и длительность остановки соответственно.

Следовательно, при разгоне двигателя до его номинальной частоты вращения 3000 об/мин за 2 с, торможении в двигательном режиме на протяжении 2 с мгновенное значение угловой скорости и рассчитанное напряжение колебательного контура будут иметь вид, представленный на рис. 1, 2. При этом в нестационарном режиме скорость изменения частоты напряжения будет равна 157 рад/с².

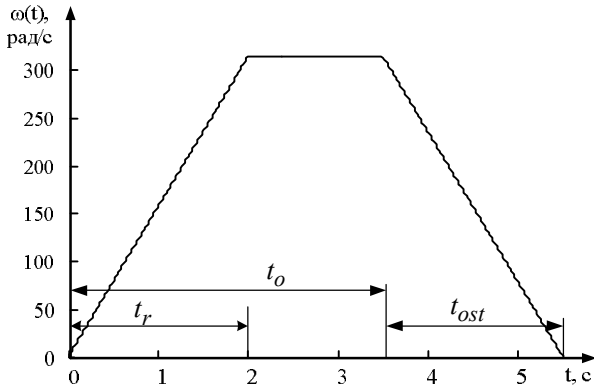


Рисунок 1 – Мгновенное значение угловой скорости двигателя

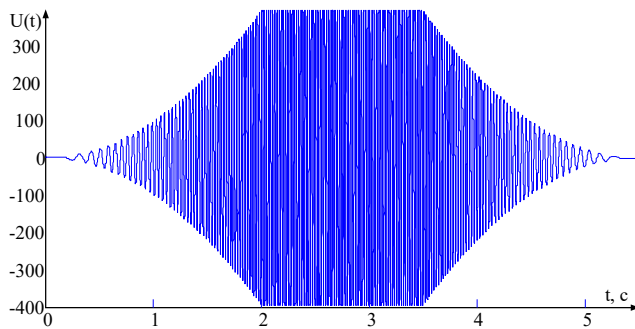


Рисунок 2 – Напряжение в колебательном контуре

Детальные исследования и анализ нестационарных процессов, возникающих в колебательном контуре, представлены в работе [9].

Выполним анализ нестационарных процессов в электромеханической системе, состоящей из асинхронного двигателя 4А160М2УЗ мощностью 18,5 кВт с синхронной частотой вращения 3000 об/мин, смонтированного на жесткой металлической станине. Суммарная масса двигателя и станины $m_{\Sigma} = 190$ кг. В качестве виброизоляторов используются плоские резиновые элементы, имеющие такие характеристики: марка резины 112А; динамический модуль упругости $E = 25 \cdot 10^5$ Н/м²; высота виброизолятора $h = 0,069$ м; площадь поперечного сечения всех элементов $S_{\Sigma} = 0,06$ м². Данные параметры определяют суммарную жесткость виброизоляторов и собственную частоту системы:

$$c_{\Sigma} = \frac{ES_{\Sigma}}{h}; \quad (8)$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{c_{\Sigma}}{m_{\Sigma}}}. \quad (9)$$

Проведя вычисления, получим $c_{\Sigma} = 2167759$ Н/м, $\omega_0 = 106,81$ рад/с. Полученная, с учетом масштабирования, электрическая модель будет иметь

параметры: $R = 10$ Ом; $L = 1,9$ Гн; $C = 46,1$ мкФ.

Проведем моделирование при $\varepsilon = 157$ рад/с² и $\varepsilon = 39,25$ рад/с² и времени нестационарного процесса 2 с и 8 с соответственно. Частота напряжения в стационарном режиме равна 314 рад/с, что больше, чем собственная частота контура, следовательно, резонанс тока будет наблюдаться в период воздействия напряжения переменной частоты.

На рис. 3, 4 представлены результаты моделирования колебательного контура при указанных условиях. Момент времени, когда мгновенная частота напряжения совпадает с собственной, можно вычислить графическим способом или прибегнув к программному поиску элементов в массивах данных, полученных при моделировании. Наиболее точно искомый параметр определяется из сигнала фазового сдвига между током и напряжением [10]:

$$\varphi = \text{arccctg} \left(\frac{R}{\omega L - \frac{I}{\omega C}} \right). \quad (10)$$

В механической колебательной системе (1) угол φ характеризует отставание фазы перемещения от фазы возмущающей силы. Переход через резонансную частоту сопровождается изменением фазы на 180°.

Это свойство колебательной системы успешно применяется на практике. С помощью одноканального виброанализатора можно отслеживать увеличение амплитуды колебаний на резонансной частоте, а также измерять амплитуду и фазу колебаний на частоте вращения при пуске и выбеге, что даст возможность построения амплитудно-фазовой частотной характеристики (АФЧХ) системы и идентификации ее резонансных частот. Само же увеличение амплитуды на определенной частоте без изменения фазы не может быть признаком резонанса, а, скорее всего, связано с каким-либо дефектом двигателя [11].

Из рис. 3 видно, что при $\varepsilon = 157$ рад/с² время предполагаемого резонанса $t|_{\varepsilon t = \omega_0} = 0,68$ с. Но ток достигает своего максимального значения $I_{max} = 0,29$ А несколько позже. При этом $\omega|_{t=t_{max_I}} = 128,15$ рад/с, что больше собственной частоты на 20 %.

Более медленное увеличение частоты напряжения со скоростью $\varepsilon = 39,25$ рад/с² дает такие результаты: $t|_{\varepsilon t = \omega_0} = 2,72$ с; $I_{max} = 0,41$ А; $\omega|_{t=t_{max_I}} = 118,6$ рад/с, что больше собственной частоты на 11 %.

Процессы в колебательном контуре при воздействии напряжения, частота которого уменьшается (рис. 4), имеют такой же характер, как и рассмотренные выше.

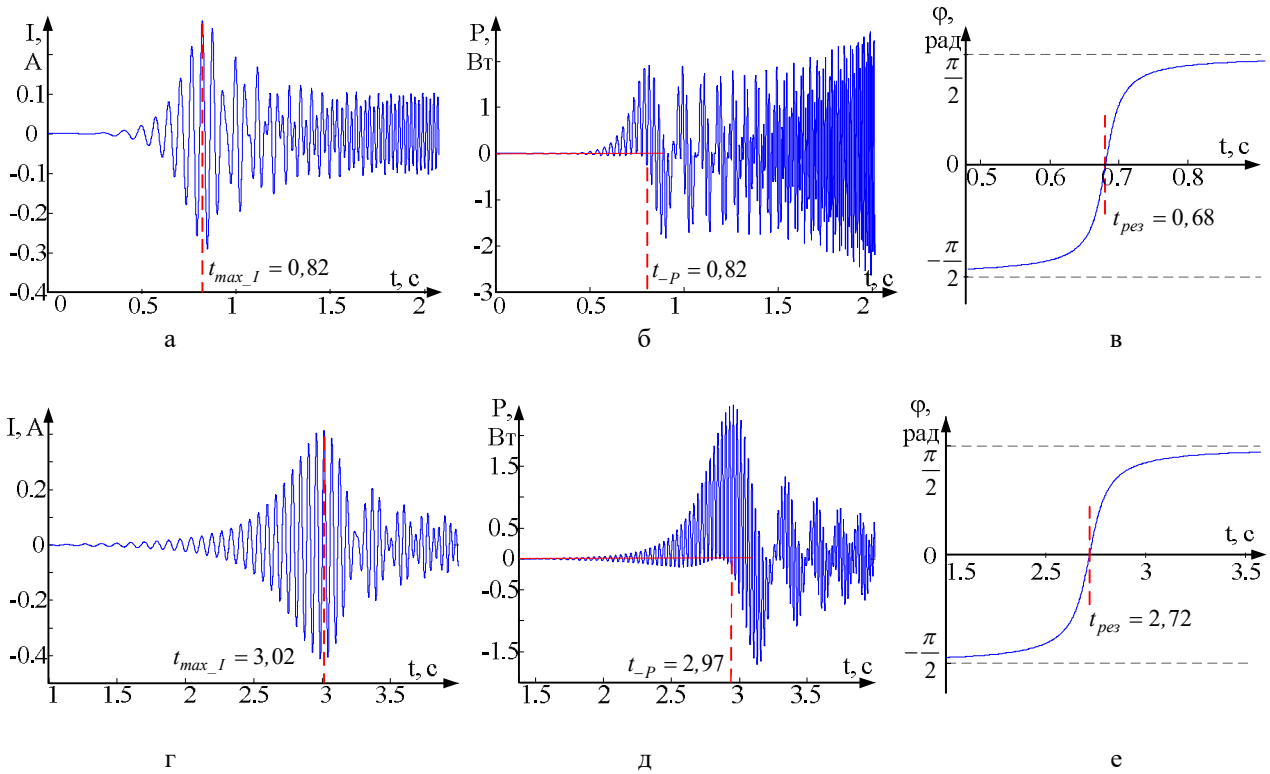


Рисунок 3 – Процессы в колебательном контуре при воздействии напряжения, частота которого увеличивается от нуля до 314 рад/с при $\varepsilon = 157$ рад/с² (а–в); при $\varepsilon = 39,25$ рад/с² (г–е): ток (а, г); мощность (б, д); фазовый угол между током и напряжением (в, е)

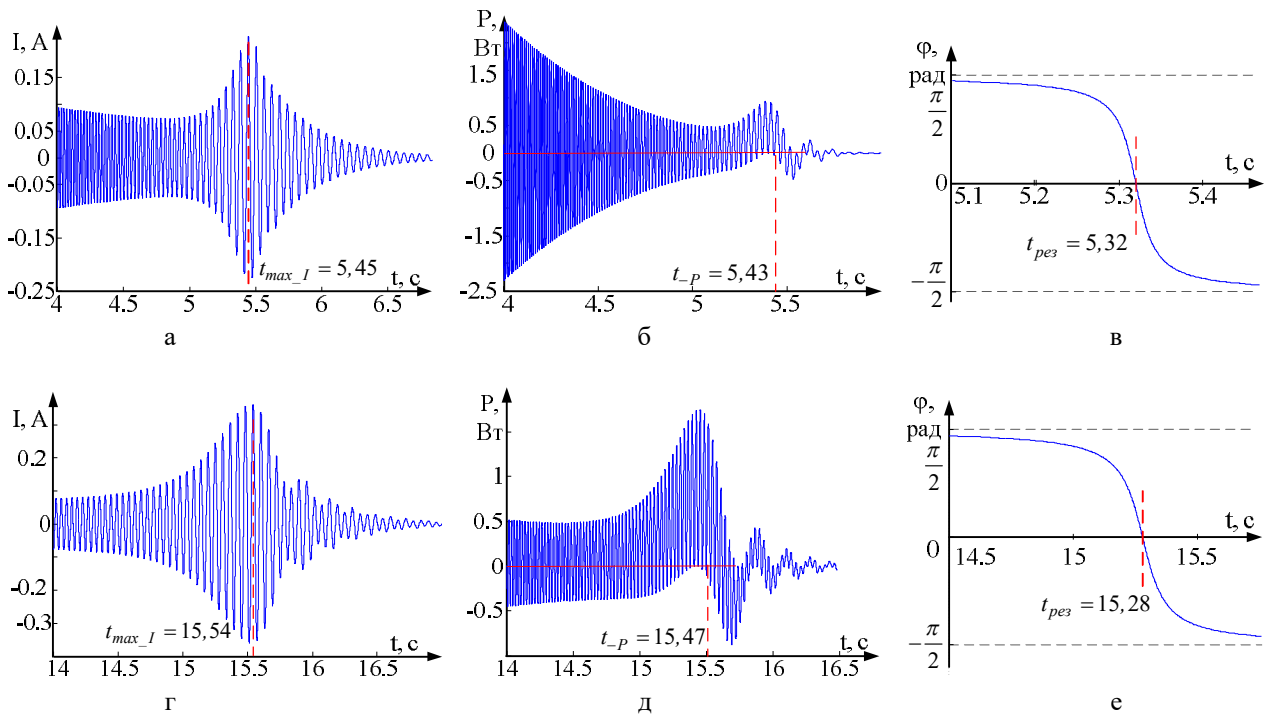


Рисунок 4 – Процессы в колебательном контуре при воздействии напряжения, частота которого уменьшается от 314 рад/с до нуля при $\varepsilon = 157$ рад/с² (а–в); при $\varepsilon = 39,25$ рад/с² (г–е): ток (а, г); мощность (б, д); фазовый угол между током и напряжением (в, е)

Отдельного внимания заслуживает энергетическая сторона прохождения резонанса. По мере возрастания тока в колебательном контуре возрастает емкостная и индуктивная энергия, при этом суммарная энергия, полученная от источника за период переменного напряжения, будет больше энергии, рассеиваемой в активном сопротивлении. Этот процесс можно рассматривать как действие дополнительной ЭДС, при которой в контуре протекает переходный ток. Накопление энергии происходит пропорционально увеличению тока, затем наблюдается ее быстрый переход в область отрицательных значений (рис. 3,б,д). Этот процесс сопровождается появлением в сигналах тока и мощности дополнительных гармоник вследствие частотных преобразований.

В зависимости от добротности системы, процесс рекуперации энергии может быть как ярко выраженным, так и практически незаметным. Применительно к механической системе, возврат энергии в источник – это силовое воздействие на объект виброзащиты, имеющее ударный характер. Очевидно, что величина силового воздействия, определяемая как дополнительная ЭДС контура, уменьшается с ростом скорости изменения частоты напряжения. С другой стороны, быстрое увеличение частоты напряжения сдвигает время резонанса в область больших частот, что также влияет на амплитуду колебаний тока. При контроле состояния виброизоляции в переходных режимах работы электро-механической системы, помимо собственной частоты колебаний, важно знать частоту, при которой наступает резонанс.

Проведенные исследования устанавливают единый зависимый параметр – скорость изменения частоты. Но неизвестно, будут ли влиять на сдвиг по времени момента максимума тока от момента наступления резонанса такие параметры, как добротность системы, масса дисбаланса. Дальнейшие исследования проводились для семи электро-механических систем с виброизоляторами, имеющими различные размеры и упругость. В табл. 2. представлены параметры собственной частоты колебаний и массы системы, используемые при моделировании, а также полученные результаты в виде отношения резонансной $\bar{\omega}$ и собственной ω_0 частот.

Отметим, что номинальная частота вращения составила 314 рад/с, масса дисбаланса – 0,5 кг. Для построения функциональной зависимости в качестве аргумента был выбран безразмерный параметр, характеризующий темп изменения мгновенной частоты возмущающей силы $\frac{\varepsilon}{\omega_0^2} 10^3$.

Полученные в результате моделирования значения отношения частот для режимов увеличения и уменьшения частоты могут быть описаны функциями линейной регрессии:

$$\frac{\bar{\omega}}{\omega_0} = 13,21 \frac{\varepsilon}{\omega_0^2} + 1,038, \quad (11)$$

где ε – скорость увеличения частоты.

$$\frac{\bar{\omega}}{\omega_0} = -7,384 \frac{\varepsilon}{\omega_0^2} + 0,961, \quad (12)$$

где ε – скорость уменьшения частоты.

Таблица 2 – Параметры и результаты моделирования нестационарных процессов

m_{Σ} , кг	ω_0 , рад/с	$\frac{\varepsilon}{\omega_0^2} 10^3$	$\frac{\bar{\omega}}{\omega_0}$	$\frac{\bar{\omega}}{\omega_0}$	Маркер
550	8	4,438	1,103	0,922	○
		5,178	1,106	0,929	
		6,214	1,129	0,919	
		7,767	1,140	0,904	
370	10	2,651	1,069	0,943	+
		3,977	1,091	0,930	
		5,681	1,111	0,921	
		7,954	1,131	0,918	
250	13	3,362	1,084	0,941	□
		4,278	1,095	0,928	
		5,883	1,115	0,924	
		7,844	1,146	0,914	
475	17	1,966	1,064	0,949	▽
		2,752	1,081	0,939	
		4,587	1,108	0,915	
		6,880	1,132	0,907	
235	23	0,940	1,041	0,965	◇
		1,253	1,048	0,959	
		3,007	1,079	0,933	
		5,012	1,102	0,923	
175	27	1,364	1,050	0,958	△
		2,728	1,076	0,946	
		3,637	1,086	0,933	
		5,455	1,104	0,912	
310	33	1,826	1,064	0,947	◁
		2,435	1,075	0,935	
		3,652	1,088	0,923	
		7,304	1,125	0,899	

Результаты моделирования и аппроксимированные зависимости представлены на рис. 5. Маркерами отмечены значения, полученные для одной системы, но с разными параметрами нестационарного процесса.

Ошибка регрессии составила менее 1 % для обеих моделей.

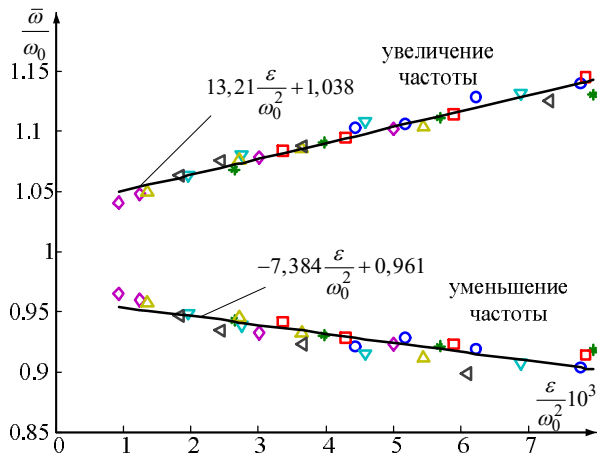


Рисунок 5 – Функціональні залежності між темпом зміни частоти та кратністю резонансної та власної частот

Таблиця 3 – Параметри та результати тестування регресійних моделей

m , кг	ω_n , рад/с	ε , рад/с ²	m_1 , кг	ω_0 , рад/с	$\bar{\omega}$, рад/с	$\bar{\omega}'$, рад/с	$1 - \delta$
550	157	9,81	1	15,27	54,73	54,75	99,96
460	157	6,28	2	25,13	29,21	29,39	99,39
280	157	4,49	1,5	72,26	74,81	75,82	98,66
205	471,24	94,25	2,5	20,12	141,09	140,35	99,47
100	78,54	19,63	2,5	7,99	57,29	57,34	99,92

ВИВОДИ. Обоснована необхідність контролю власної частоти віброізоляції і принциповою можливістю її визначення по факту зсуву фази сигналу швидкості на 180° при пуску або вибігу двигача.

Результати моделювання нестационарних процесів при розгоні та вибігу електричної машини, встановленої на віброізолюючих кріпленнях, показали наявність функціональної залежності між параметрами нестационарного процесу та частотою, при якій спостерігається резонанс. По результатам моделювання отримані регресійні моделі, що дозволяють з високою точністю визначити частоту, при якій в системі буде відбуватися резонансне посилення вібрації.

Результати досліджень дають основопологаючі закономірності вібраційних процесів, пов'язаних з дефектами кріплень асинхронних двигачів. Отримані моделі потребують в експериментальній перевірці та уточненні через реальну залежність кутової швидкості від часу та наявності додаткового силового впливу від електромагнітного моменту в переходному режимі при пуску. В зв'язі з цим більш точною буде модель (9), що описує процес вибігу.

ЛИТЕРАТУРА

1. Булат А.Ф., Дырда В.И., Звягильский Е.Л., Кобец А.С. Прикладная механика упругонаследственных сред: в 3-х томах. – К.: Наук. думка, 2011.

Для перевірки адекватності отриманих регресійних моделей було створено тестове множество механічних колибательних систем з параметрами, представленими в табл. 3. При моделюванні задавалась різниця швидкості зміни частоти. По сигналу фазового зсуву визначалась власна частота системи – як частота, при якій фазовий кут дорівнює нулю. Через рішення рівнянь (11) та (12) визначалось значення

$$\bar{\omega}' = f(\varepsilon, \omega_0), \tag{13}$$

яке потім порівнювалось з значенням частоти $\bar{\omega}$, при якій в системі спостерігається резонанс. Точність вирахувань $1 - \delta$ склала більше 98 %, де δ – відносна похибка:

$$\delta = \frac{\bar{\omega} - \bar{\omega}'}{\bar{\omega}}. \tag{14}$$

– Т. 1. Механіка деформування та руйнування еластомерів. – 568 с.
 2. Hongyuan J., Yuhong X., Hongrui A. Experimental research on characteristics of metal rubber element // China mechanical engineering. – 2001. – Iss. 11. – PP. 1294–1297.
 3. Fradkov A., Tomchina O., Tomchin D. Controlled passage through resonance in mechanical systems // Journal of Sound and Vibration. – 2011. – Iss. 330 (6). – PP. 1065–1073.
 4. Прочність, стійкість, колибання: справочник в трьох томах / Під ред. І.А. Біргерай, Я.Г. Пановко. – М.: Машиностроєння, 1968. – Т. 3. – 567 с.
 5. Гаврилець Г.О. Математична модель коливань електричної машини на фундаментній основі // Вісник КДУ імені Михайла Остроградського. – Кременчук: КДУ, 2010. – Вип. 4/2010 (63), част. 2. – С. 147–149.
 6. Blodt M., Bonacci D., Regnier J. et al. On-Line Monitoring of Mechanical Faults in Variable-Speed Induction Motor Drives Using the Wigner Distribution // IEEE Transactions on Industrial Electronics. – 2008. – Iss. 55 (2). – PP. 522–533.
 7. Микитянский В.В., Хевер Р. Целесообразность применения метода электромеханических аналогий при исследованиях динамики механизмов // Вестник АГТУ, 2006. – Вып. 2. – С. 44–50.
 8. Яблонский А.А., Норейко С.С. Курс теории колебаний: учебное пособие. – М.: Высшая школа, 1975. – 248 с.

9. Ноженко В.Ю., Родькин Д.И., Ченчевой В.В. Нестационарные процессы в последовательном резонансном контуре // Вісник Кременчуцького національного університету імені Михайла Остроградського. – Кременчук: КрНУ, 2016. – Вип. 5 (100). – С. 9–18.

10. Стрелков С.П. Введение в теорию колебаний. – М.: Наука, 1964. – 437 с.

11. Бойкин С.П. Как определить резонанс роторной машины? [Электронный ресурс] / Материалы фирмы ДИАМЕХ 2000. – Режим доступа к статье: <http://blog.vibroexpert.ru/?p=942>.

SIMULATION OF OSCILLATORY PROCESSES IN VIBRATION ISOLATION OF THE ELECTROMECHANICAL EQUIPMENT

H. Havrylets, D. Rodkin

Kremenchuk Mykhailo Ostrohradskyi National University

ul. Pervomayskaya, 20, Kremenchug, 39600, Ukraine. E-mail: ho.havrylets@gmail.com

Purpose. The purpose of the work is definition of the functional relationship between the ratio of the resonant frequency and natural frequency of the oscillation and rate of change frequency the exciting force by simulating engine with imbalance in unsteady conditions. **Methodology.** Main provisions of theory of electromechanical systems, theory of oscillation systems, methods of modeling processes and systems used in the article. **Results.** The analysis of the causes of changes of stiffness and damping in elements of vibroisolation mounts completed. The importance of define the natural frequency of the oscillation is shown. The features of the oscillation at non-stationary modes of the electromechanical system examined. The resonant frequency is not equal to natural frequency, and the magnitude of the difference depends on the duration of the non-stationary process. Simulation model for the analysis of oscillating processes is the electric analog with accepted terms of scaling and modeling developed. Functional dependency between the time of the maximum current and the rate of change of voltage frequency in an oscillatory circuit received. Changes in the phase angle between current and voltage when changing voltage frequency shown. **Originality.** Energy processes at resonance researched and an assessment of its impact on the electromechanical system is defined. **Practical value.** Obtained by regression models of no stationary processes to determine the real resonance frequency under certain natural frequency and parameters of process. References 10, table 3, figures 5.

Key words: vibroisolation, the resonance, rate of frequency change, phase of oscillation, simulation.

REFERENCES

1. Bulat, A.F., Dyrda, V.I., Zvyagylskiy, E.L. and Kobets, A.S. (2011), *Prikladnaya mekhanika uprugonasledstvennykh sred: v 3-khtomakh. T.1. Mekhanika deformirovaniya i razrusheniya elastomerov* [Applied mechanics of elastic-hereditary environments: In 3th volumes, Vol. 1, Mechanics of deformation and destruction of elastomers], Naukova dumka, Kiev. (in Russian)

2. Hongyuan, J., Yuhong, X. and Hongrui, A. (2001), “Experimental research on characteristics of metal rubber element”, *China mechanical engineering*, Vol. 11, pp. 1294–1297.

3. Fradkov, A., Tomchina, O. and Tomchin, D. (2011), “Controlled passage through resonance in mechanical systems”, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 330, no. 6, pp. 1065–1073.

4. *Prochnost, ustoychivost, kolebaniya: spravochnik* [The strength, stability, vibrations, reference book] (1968), Vol. 3, Mashinostroyeniye, Moscow. (in Russian)

5. Havrylets, H. (2010), “Matematychna model kolyvannya elektrichnoyi mashyny na fundamentnyi osnovi”, *Visnyk KDU imeni Mykhayla Ostrohradskoho*, Vol. 4, no. 63, part 2, pp. 147–149. (in Ukrainian)

6. Blodt, M., Bonacci, D., Regnier, J. et al. (2008), “On-Line Monitoring of Mechanical Faults in Variable-Speed Induction Motor Drives Using the Wigner Distribution”, *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, Vol. 55, no. 2, pp. 522–533.

7. Mikityanskiy, V. and Hever, R. (2006), “Celoobraznost primeneniya metoda elektromekhanicheskikh analogiy pri issledovanii dinamiki mekhanizmov”, *Vestnik AGTU*, no. 2, pp. 44–50.

8. Yablonskiy, A.A. and Noreyko, S.S. (1975), *Kurs teorii kolebaniy* [The course of the theory of oscillations], Vysshaya shkola, Moscow. (in Russian)

9. Nozhenko, V., Rodkin, D. and Chenchevoy, V. (2016), “Non-stationary processes in a consistent resonance circuit”, *Visnyk Kremenchutskogo natsionalnogo universytetu imeni Mykhayla Ostrogradskogo*, Vol. 5, no. 100, pp. 9–18. (in Russian)

10. Strelkov, S.P. (1964), *Vvedeniye v teoriyu kolebaniy* [Introduction to the theory of oscillations], Nauka, Moscow. (in Russian)

11. Boykin, S.P. “How to define resonance of a rotary machine?”, available at: <http://blog.vibroexpert.ru/?p=942>

Стаття надійшла 18.12.2016.