

УДК 621.863.2

**СИНТЕЗ СИСТЕМЫ ИНТЕРВАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ЛИНЕЙНЫМ  
ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИМ ОБЪЕКТОМ С ОТРИЦАТЕЛЬНЫМ ВЯЗКИМ ТРЕНИЕМ****Р. С. Волянский, А. В. Садовой**

Днепропетровский государственный технический университет

ул. Днепропетровская, 2, г. Каменское, 51918, Украина. E-mail: elm@dstu.dp.ua

Обеспечение высокой точности обработки электроприводами заданных траекторий движения в условиях действия широкого спектра дестабилизирующих фактов является важной научной задачей. Решение этой задачи позволит существенно повысить технико-экономические показатели работы промышленных механизмов и производственных процессов, что в конечном итоге позволит обеспечить надежное, безопасное и энергоэффективное ведение производственных процессов, обеспечит повышение качества выпускаемой продукции при одновременном снижении ее себестоимости. Одним из способов достижения указанной выше цели является использование для управления электромеханическими системами широкого технологического назначения разрывных алгоритмов. В отличие от известных алгоритмов, характеризующихся постоянной амплитудой переключения, данная работа посвящена созданию разрывных систем, переключения в которых отличаются переменной амплитудой. Причем эта амплитуда определяется на основании мгновенных значений переменных состояния электропривода на основании методов интервальной арифметики путем использования концепции обратных задач динамики и модального управления. В работе предложено определять амплитуду управляющего воздействия, исходя из необходимости компенсации внешних и внутренних возмущений, устранения внутренних обратных связей и желаемого качества переходных процессов. Вначале на примере обобщенного электромеханического объекта 3-го порядка изложен теоретический материал и выполнено его обобщение на случай линейных динамических объектов произвольного порядка. Основываясь на приведенных в работе выкладках, получен ряд зависимостей, позволяющих определять структуру и параметры алгоритма разрывного управления электроприводом на основании его параметров и максимальных и минимальных значений переменных состояния. В качестве примера рассмотрен синтез регулятора скорости для электропривода постоянного тока с отрицательным вязким трением. Показано, что использование предлагаемого подхода позволяет синтезировать асимптотически устойчивые системы управления для структурно-неустойчивых динамических объектов. Приведенные в работе выкладки подтверждаются результатами математического моделирования, которые доказывают высокое качество процессов управления в синтезированной системе.

**Ключевые слова:** разрывное управление, скользящий режим, интервальные методы, отрицательное вязкое трение.

**СИНТЕЗ СИСТЕМИ ІНТЕРВАЛЬНОГО КЕРУВАННЯ ЛІНІЙНИМ ЕЛЕКТРОМЕХАНІЧНИМ  
ОБ'ЄКТОМ З ВІД'ЄМНИМ В'ЯЗКИМ ТЕРТЯМ****Р. С. Волянский, О. В. Садовой**

Дніпровський державний технічний університет

вул. Дніпробудівська, 2, м. Кам'янське, 51918, Україна. E-mail: elm@dstu.dp.ua

Забезпечення високої точності відпрацювання електроприводами заданих траекторій руху в умовах дії широкого спектра дестабілізуючих фактів є важливим науковим завданням. Розв'язок цього завдання дозволить суттєво підвищити техніко-економічні показники роботи промислових механізмів і виробничих процесів, що в підсумку дозволить забезпечити надійне, безпечне та енергоефективне ведення виробничих процесів, забезпечить підвищення якості продукції, що випускається, при одночасному зниженні її собівартості. Одним зі способів досягнення зазначеної вище мети є використання для керування електромеханічними системами широкого технологічного призначення розривних алгоритмів. На відміну від відомих алгоритмів, що характеризуються постійною амплітудою перемикання, дана робота присвячена створенню розривних систем, перемикання в яких відрізняються змінною амплітудою. Причому ця амплітуда визначається на підставі миттєвих значень змінних стану електропривода на підставі методів інтервальної арифметики шляхом використання концепції зворотних завдань динаміки й модального керування. У роботі запропоновано визначати амплітуду керуючого впливу, виходячи з необхідності компенсації зовнішніх і внутрішніх збурень, усунення внутрішніх зворотних зв'язків і бажаної якості перехідних процесів. Спочатку на прикладі узагальненого електромеханічного об'єкта 3-го порядку викладено теоретичний матеріал і виконано його узагальнення на випадок лінійних динамічних об'єктів довільного порядку. Базуючись на наведених у роботі викладеннях, отримано низку залежностей, що дозволяють визначати структуру й параметри алгоритму розривного керування електроприводом на підставі його параметрів і максимальних та мінімальних значень змінних стану. Як приклад розглянуто синтез регулятора швидкості для електропривода постійного струму з від'ємним в'язким тертям. Показано, що використання запропонованого підходу дозволяє синтезувати асимптотично стійкі системи керування для структурно-нестійких динамічних об'єктів. Наведені в роботі викладення підтверджуються результатами математичного моделювання, які доводять високу якість процесів керування в синтезованій системі.

**Ключові слова:** розривне керування, ковзний режим, інтервальні методи, від'ємний в'язкий зв'язок.

**АКТУАЛЬНОСТЬ РАБОТЫ.** Процесс движения транспортного средства по металлической поверхности сопровождается возникновением моментов и усилий отрицательного вязкого трения, которые приводят к снижению запаса устойчивости замкнутой системы управления объектом. В ряде случаев такая система становится неустойчивой, в ней могут возникнуть колебательные процессы, которые, в свою очередь, приводят к возникновению и развитию аварийных ситуаций. Наиболее существенно влияние вязкого трения на процесс движения динамического объекта проявляется на железнодорожном транспорте [1, 2].

Таким образом, возникает задача комплексного анализа и синтеза систем управления электромеханическими объектами с отрицательным вязким трением. Одним из вариантов решения указанной задачи является реализация в замкнутой электромеханической системе с отрицательным вязким трением скользящего режима первого порядка, который при наличии достаточного запаса по управляющему воздействию позволяет компенсировать неидеальности объекта управления [3, 4]. Однако с энергетической точки зрения такой подход не является оптимальным, т.к. работа системы в скользящем режиме характеризуется значительным потреблением энергии, вызванным большой амплитудой переключений управляющего воздействия. Попытки снизить эту амплитуду приводят к срыву скользящего режима и, в некоторых случаях, потере устойчивости замкнутой системы. Таким образом, задача определения амплитуды переключений релейной системы является актуальной.

Одним из путей решения указанной задачи является использование на этапе синтеза управляющего воздействия интервальных методов [5]. Совместно с концепцией обратных задач динамики [6] эти методы создают предпосылки для разработки эффективных методик синтеза систем разрывного управления с переменной амплитудой.

Цель настоящей работы заключается в разработке инженерной методики синтеза разрывных управлений с переменной амплитудой, которые обеспечивают высокое качество переходных процессов в условиях действия широкого класса дестабилизирующих факторов, включая в себя структурную неустойчивость объекта, неточное знание и дрейф его параметров, действие неизвестного момента сопротивления, но не ограничиваясь ими.

**МАТЕРИАЛ И РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЙ.** Рассмотрим обобщенный электромеханический объект, движение которого описывается линейными дифференциальными уравнениями 3-го порядка:

$$\begin{aligned} p y_1 &= a_{11} y_1 + a_{12} y_2 + a_{13} y_3 + m_{11} f_1; \\ p y_2 &= a_{21} y_1 + a_{22} y_2 + a_{23} y_3 + m_{21} f_2; \\ p y_3 &= a_{31} y_1 + a_{32} y_2 + a_{33} y_3 + m_{31} f_3 + m_{32} U, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $a_{ij}$ ,  $m_{j1}$ ,  $m_{j2}$  – некоторые коэффициенты уравнений, которые определяются через параметры объекта;  $y_j$  – его переменные состояния;  $f_j$  и  $U$  –

возмущающие и управляющее воздействия.

Будем считать, что цель управления задана в виде некоторого интегрального функционала качества:

$$I = \int_0^{\infty} F(y_i^*, y_i, U) dt. \quad (2)$$

Минимизация функционала (2), которая соответствует достижению поставленной цели управления, осуществляется путем подачи на объект (1) управляющего воздействия  $U$ . Это управляющее воздействие будем искать в классе аддитивных функций вида

$$U = \sum_{i=1}^3 U_i. \quad (3)$$

Первая из этих функций обеспечивает движение объекта по заданной траектории, вторая – компенсирует внешнее возмущение, действующее на объект, и третья – компенсирует его свободное движение.

Для определения составляющих  $U_i$  управляющего воздействия (3) приведем уравнения движения (1) к интервальной форме. В этой форме вместо точных траекторий движения объекта рассматриваются трубки возможных движений объекта, что позволяет одновременно исследовать множество движений объекта путем анализа траекторий его движения на границах трубок. В отличие от однозначной математической модели объекта, которая при помощи дифференциальных уравнений вида (1) описывает точную траекторию движения, использование интервальных методов [5] позволяет составить значительное число интервальных моделей, которые описывают целый ряд трубок. Поскольку общее число таких моделей для объекта, описываемого уравнениями вида (1), составляет

$$N = (2nm)!, \quad (4)$$

где  $n$  – число уравнений,  $m$  – число слагаемых в каждом уравнении, то перебор всех возможных моделей, исследование их свойств и синтез на их основе управляющих воздействий является весьма трудоемкой задачей.

Упростить эту задачу можно, приняв некоторые допущения: все параметры объекта известны с некоторой точностью и в процессе функционирования системы, изменяясь по наперед неизвестным законам, не выходят тем не менее за рамки некоторых интервалов, которые выбираются на этапе составления модели и могут быть сколь угодно большими:

$$\begin{aligned} a_{ij} \in \mathbf{a}_{ij}; \mathbf{a}_{ij} &= [a_{ij \min}, a_{ij \max}]; \\ m_{ij} \in \mathbf{m}_{ij}; \mathbf{m}_{ij} &= [m_{ij \min}, m_{ij \max}], \end{aligned} \quad (5)$$

где  $a_{ij \min}, a_{ij \max}, m_{ij \min}, m_{ij \max}$  – минимальные и максимальные значения параметров объекта; внешние возмущения  $f_j$ , управляющее воздействие  $U$  и переменные состояния  $y_j$  являются ограниченными по модулю и лежат в соответствующих интервалах:

$$\begin{aligned} f_j \in f_j; \mathbf{f}_j &= [f_{j \min}, f_{j \max}]; \\ U \in u; \mathbf{u} &= [U_{\min}, U_{\max}]; \\ y_i \in y_i; \mathbf{y}_i &= [y_{i \min}, y_{i \max}]. \end{aligned} \quad (6)$$

Следствием первого допущения является замена коэффициентов в уравнениях (1) соответствующими интервалами. Аналогично, второе допущение позволяет исключить из рассмотрения мгновенные значения внешнего возмущения и заменить их интервалами

$$\begin{aligned} p y_1 &= a_{11} y_1 + a_{12} y_2 + a_{13} y_3 + m_{11} \mathbf{f}_1; \\ p y_2 &= a_{21} y_1 + a_{22} y_2 + a_{23} y_3 + m_{21} \mathbf{f}_2; \\ p y_3 &= a_{31} y_1 + a_{32} y_2 + a_{33} y_3 + m_{31} \mathbf{f}_3 + m_{32} U. \end{aligned} \quad (7)$$

Уравнения (7) описывают динамику электромеханического объекта, подверженного действию внешних и внутренних возмущений. Эта модель при определении трубки возможных траекторий использует информацию о мгновенных значениях всех переменных состояния. Причем интервалы  $\mathbf{m}_{11} \mathbf{f}_1$  вносят в правую часть  $i$ -го уравнения постоянную составляющую, определенную на следующем интервале:

$$\begin{aligned} \mathbf{m}_{11} \mathbf{f}_1 &= [\min(m_{11 \min} f_{1 \min}, m_{11 \min} f_{1 \max}, \\ & m_{11 \max} f_{1 \min}, m_{11 \max} f_{1 \max}), \max(m_{11 \min} f_{1 \min}, \\ & m_{11 \min} f_{1 \max}, m_{11 \max} f_{1 \min}, m_{11 \max} f_{1 \max})] = \\ &= [(m_{11} f_1)_{\min}, (m_{11} f_1)_{\max}]. \end{aligned} \quad (8)$$

Для удобства дальнейшего использования перенесем интервалы  $\mathbf{m}_{11} \mathbf{f}_1$  и  $\mathbf{m}_{21} \mathbf{f}_2$  в третье уравнение системы (7).

Для этого введем новые переменные состояния  $y_2'$  и  $y_3'$ , которые позволяют привести первые два уравнения системы (7) к виду

$$\begin{aligned} p y_1 &= a_{11} y_1 + a_{12} y_2' + a_{13} y_3'; \\ p y_2' &= a_{21} y_1 + a_{22} y_2' + a_{23} y_3'. \end{aligned} \quad (9)$$

Сопоставление уравнений (7) и (9) позволяет установить связь между новыми и старыми переменными состояния в виде уравнений

$$\begin{aligned} a_{12} y_2 + a_{13} y_3 + \mathbf{m}_{11} \mathbf{f}_1 &= a_{12} y_2' + a_{13} y_3'; \\ (a_{22} - p) y_2 + a_{23} y_3 + \mathbf{m}_{21} \mathbf{f}_2 &= \\ = (a_{22} - p) y_2' + a_{23} y_3'. \end{aligned} \quad (10)$$

Решение уравнений (10) позволяет установить однозначную связь между старыми и новыми координатами

$$\begin{aligned} y_2' &= y_2 + \frac{a_{23} \mathbf{m}_{11} \mathbf{f}_1}{a_{12} a_{23} - a_{13} a_{22} + a_{13} p} - \\ &- \frac{a_{13} \mathbf{m}_{21} \mathbf{f}_2}{a_{12} a_{23} - a_{13} a_{22} + a_{13} p}; \\ y_3' &= y_3 + \frac{m_{11} (p - a_{22}) \mathbf{f}_1}{a_{12} a_{23} - a_{13} a_{22} + a_{13} p} + \\ &+ \frac{a_{12} \mathbf{m}_{21} \mathbf{f}_2}{a_{12} a_{23} - a_{13} a_{22} + a_{13} p}, \end{aligned} \quad (11)$$

или

$$\begin{aligned} y_2 &= y_2' - \frac{a_{23} \mathbf{m}_{11} \mathbf{f}_1}{a_{12} a_{23} - a_{13} a_{22} + a_{13} p} + \\ &+ \frac{a_{13} \mathbf{m}_{21} \mathbf{f}_2}{a_{12} a_{23} - a_{13} a_{22} + a_{13} p}; \\ y_3 &= y_3' - \frac{m_{11} (p - a_{22}) \mathbf{f}_1}{a_{12} a_{23} - a_{13} a_{22} + a_{13} p} - \\ &- \frac{a_{12} \mathbf{m}_{21} \mathbf{f}_2}{a_{12} a_{23} - a_{13} a_{22} + a_{13} p}. \end{aligned} \quad (12)$$

Необходимо отметить существование между координатами  $y_2$ ,  $y_3$  и  $y_2'$ ,  $y_3'$  дифференциальных зависимостей, которые возникают благодаря наличию в рассматриваемом обобщенном объекте параллельных каналов, образованных составляющими  $a_{12} y_2$  и  $a_{13} y_3$ .

Анализ выражений (12) показывает, что знаменатель дробей в этих выражениях представляет собой характеристический полином минора  $\mathbf{M}_{n1}$  матрицы коэффициентов  $\mathbf{A}$  объекта (7):

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}, \quad (13)$$

т.е. в рассматриваемом случае искомым характеристический полином имеет вид

$$D_2(p) = \det(\mathbf{M}_{31} - p\mathbf{E}), \quad (14)$$

где  $\mathbf{E}$  – единичная матрица размера  $2 \times 2$ ;

$$\mathbf{M}_{31} = \begin{pmatrix} a_{12} & a_{13} \\ a_{22} & a_{23} \end{pmatrix}. \quad (15)$$

Анализ числителей дробей в выражениях (11) и (12) показывает, что коэффициенты при интервалах  $\mathbf{f}_i$  в выражении, которое определяет  $j$ -ю переменную состояния, представляют собой произведение коэффициента  $\mathbf{m}_{11}$  на характеристический полином минора  $i$ -й строки  $j$ -го столбца минора  $\mathbf{M}_{n1}$ . То есть в общем случае для  $j$  переменной состояния можно записать следующее уравнение связи:

$$y_j' = y_j + \sum_{i=1}^{n-1} \frac{\det(\mathbf{M}_{ij}^{\mathbf{M}_{n1}} - p\mathbf{E}_{n-2})}{\det(\mathbf{M}_{n1} - p\mathbf{E}_{n-1})} \mathbf{m}_{1i} \mathbf{f}_i, \quad (16)$$

здесь запись  $\mathbf{M}_{ij}^{\mathbf{M}_{n1}}$  обозначает, что используется минор  $i$ -й строки  $j$ -го столбца минора  $\mathbf{M}_{n1}$ , индекс при единичной матрице означает ее порядок.

С учетом выражений (12), система (7) примет вид:

$$\begin{aligned}
 p y_1 &= \mathbf{a}_{11} y_1 + \mathbf{a}_{12} y_2 + \mathbf{a}_{13} y_3; \\
 p y_2 &= \mathbf{a}_{21} y_1 + \mathbf{a}_{22} y_2 + \mathbf{a}_{23} y_3; \\
 p y_3 &= \mathbf{a}_{31} y_1 + \mathbf{a}_{32} y_2 + \mathbf{a}_{33} y_3 + \mathbf{m}_{32} U + \\
 &+ \frac{\mathbf{a}_{12} \mathbf{a}_{23} - \mathbf{a}_{13} \mathbf{a}_{22} + \mathbf{a}_{13} p}{\mathbf{a}_{12} \mathbf{a}_{23} - \mathbf{a}_{13} \mathbf{a}_{22} + \mathbf{a}_{13} p} \mathbf{m}_{31} \mathbf{f}_3 + \\
 &+ \frac{\mathbf{a}_{13} \mathbf{a}_{32} - \mathbf{a}_{12} \mathbf{a}_{33} + \mathbf{a}_{12} p}{\mathbf{a}_{12} \mathbf{a}_{23} - \mathbf{a}_{13} \mathbf{a}_{22} + \mathbf{a}_{13} p} \mathbf{m}_{21} \mathbf{f}_2 + \\
 &+ \frac{\mathbf{a}_{33} \mathbf{a}_{22} - \mathbf{a}_{32} \mathbf{a}_{23} - (\mathbf{a}_{33} + \mathbf{a}_{22}) p + p^2}{\mathbf{a}_{12} \mathbf{a}_{23} - \mathbf{a}_{13} \mathbf{a}_{22} + \mathbf{a}_{13} p} \mathbf{m}_{11} \mathbf{f}_1.
 \end{aligned} \tag{17}$$

Анализ уравнений (17) показывает, что числители дробей, образующих 2–4 слагаемые, определяющие влияние  $i$ -го возмущающего воздействия, представляют собой характеристические полиномы миноров  $i$ -й строки 1-го столбца матрицы  $\mathbf{A}$ . С учетом установленной закономерности, уравнения (17) можно представить в компактной форме

$$\begin{aligned}
 p y_1 &= \mathbf{a}_{11} y_1 + \mathbf{a}_{12} y_2 + \mathbf{a}_{13} y_3; \\
 p y_2 &= \mathbf{a}_{21} y_1 + \mathbf{a}_{22} y_2 + \mathbf{a}_{23} y_3; \\
 p y_3 &= \mathbf{a}_{31} y_1 + \mathbf{a}_{32} y_2 + \mathbf{a}_{33} y_3 + \mathbf{m}_{32} U + \\
 &+ \sum_{i=1}^3 \frac{\det(\mathbf{M}_{ii} - p\mathbf{E})}{\det((\mathbf{M}_{3i} - p\mathbf{E}))} \mathbf{m}_{ii} \mathbf{f}_i.
 \end{aligned} \tag{18}$$

Последнее уравнение системы (18) позволяет однозначно определить интервал составляющей управляющего воздействия, предназначенной для компенсации внешних возмущений:

$$\mathbf{u}_2 = \sum_{i=1}^3 \frac{\det(\mathbf{M}_{ii} - p\mathbf{E})}{\det((\mathbf{M}_{3i} - p\mathbf{E}))} \mathbf{m}_{ii} \mathbf{f}_i. \tag{19}$$

Управляющее воздействие (19) предназначено для полной компенсации внешних возмущений, находящихся в заданных интервалах.

Считая, что в системе управления используется источник, мощности которого достаточно для компенсации координатных возмущений  $f_i$ , представим уравнения (18) следующим образом:

$$\begin{aligned}
 p y_1 &= \mathbf{a}_{11} y_1 + \mathbf{a}_{12} y_2 + \mathbf{a}_{13} y_3; \\
 p y_2 &= \mathbf{a}_{21} y_1 + \mathbf{a}_{22} y_2 + \mathbf{a}_{23} y_3; \\
 p y_3 &= \mathbf{a}_{31} y_1 + \mathbf{a}_{32} y_2 + \mathbf{a}_{33} y_3 + \mathbf{m}_{32} U.
 \end{aligned} \tag{20}$$

Компенсация свободного движения объекта (20) осуществляется путем подачи на него такого управляющего воздействия  $U_3$ , которое преобразует уравнения (20) к форме Бруновского [7]:

$$p x_1 = x_2; \quad p x_2 = x_3; \quad p x_3 = U_1. \tag{21}$$

Классическим подходом для электромеханических объектов, описываемых уравнениями (20), является переход к уравнениям (21) посредством преобразования обратными связями [7] или путем решения обратных задач динамики [6]. В обоих случаях при преобразовании к форме (21) удобно использовать каноническую форму уравнений движения

$$\begin{aligned}
 p x_1 &= x_2; \quad p x_2 = x_3; \\
 p x_3 &= -\mathbf{a}_2 x_3 - \mathbf{a}_1 x_2 - \mathbf{a}_0 x_1 + \mathbf{M}_3 U,
 \end{aligned} \tag{22}$$

где коэффициенты  $a_i$  являются коэффициентами характеристического полинома.

$$\begin{aligned}
 D(p) &= \det(p\mathbf{E} - \mathbf{A}) = \\
 &= p^3 + \mathbf{a}_2 p^2 + \mathbf{a}_1 p + \mathbf{a}_0,
 \end{aligned} \tag{23}$$

здесь

$$\begin{aligned}
 \mathbf{a}_0 &= \mathbf{a}_{11} \mathbf{a}_{23} \mathbf{a}_{32} + \mathbf{a}_{12} \mathbf{a}_{21} \mathbf{a}_{33} - \mathbf{a}_{12} \mathbf{a}_{23} \mathbf{a}_{31} - \\
 &- \mathbf{a}_{13} \mathbf{a}_{21} \mathbf{a}_{32} + \mathbf{a}_{13} \mathbf{a}_{22} \mathbf{a}_{31} - \mathbf{a}_{11} \mathbf{a}_{22} \mathbf{a}_{33}; \\
 \mathbf{a}_1 &= \mathbf{a}_{11} \mathbf{a}_{22} + \mathbf{a}_{11} \mathbf{a}_{33} + \mathbf{a}_{22} \mathbf{a}_{33} - \\
 &- \mathbf{a}_{12} \mathbf{a}_{21} - \mathbf{a}_{13} \mathbf{a}_{31} - \mathbf{a}_{23} \mathbf{a}_{32}; \\
 \mathbf{a}_2 &= -\mathbf{a}_{33} - \mathbf{a}_{22} - \mathbf{a}_{11}; \\
 \mathbf{M}_3 &= \mathbf{m}_3 (\mathbf{a}_{12} \mathbf{a}_{23} - \mathbf{a}_{13} \mathbf{a}_{22}).
 \end{aligned} \tag{24}$$

Переход от уравнений (22) к уравнениям (21) осуществляется введением нового управляющего воздействия

$$U_1 = -\mathbf{a}_2 x_3 - \mathbf{a}_1 x_2 - \mathbf{a}_0 x_1 + \mathbf{M}_3 U, \tag{25}$$

которое позволяет однозначно определить интервал управляющего воздействия, компенсирующего свободное движение объекта:

$$\mathbf{u}_3 = \frac{\mathbf{u}_1 - \mathbf{a}_2 x_3 - \mathbf{a}_1 x_2 - \mathbf{a}_0 x_1}{\mathbf{M}_3}. \tag{26}$$

Управляющее воздействие (26) может быть реализовано путем формирования прямого канала и канала обратной связи. В первом случае в качестве переменной  $x_1$  принимается отклонение реального значения координаты  $y_1$  от его желаемого значения  $y_1^*$ . Во втором случае в качестве переменной  $x_1$  принимается координата  $y_1$ . Причем реализация управляющего воздействия (26) осуществляется за счет скользящего режима второго порядка. В этом случае формируется управляющее воздействие, амплитуда которого зависит от переменных состояния объекта (1). Такой подход требует измерения всех переменных состояния, что не всегда является удобным.

Упростить определение управляющего воздействия можно путем перехода от модели (20), позволяющей определить мгновенные значения переменных состояния к модели, в которой некоторые слагаемые, содержащие переменные состояния, заменены соответствующими интервалами (6). В этом случае управляющее воздействие реализуется в классе разрывных управлений с постоянной амплитудой.

Для определения слагаемых уравнений (20), которые подлежат замене, рассмотрим структурную схему (рис. 1), составленную на основании этих уравнений.

Свободное движение электромеханического объекта сопровождается преобразованием энергии, за-

пасенной в накопителях энергии, которые с точки зрения теории управления представляют собой интегрирующие динамические звенья. Таким образом, чтобы исключить процессы преобразования энергии, необходимо компенсировать внутренние обратные связи объекта. В матрице (13) коэффициенты обратных связей располагаются на главной диагонали и ниже ее и при условии отрицательности обратных связей оказывают противодействие управляемому движению.

Заменяем обратные связи объекта (20) соответствующими интервалами

$$\begin{aligned} p y_1 &= a_{11} y_1 + a_{12} y_2 + a_{13} y_3; \\ p y_2 &= a_{21} y_1 + a_{22} y_2 + a_{23} y_3; \\ p y_3 &= a_{31} y_1 + a_{32} y_2 + a_{33} y_3 + m_{32} U. \end{aligned} \quad (27)$$

Переход от уравнений (20) к уравнениям (27) соответствует рассмотрению объекта с максимально возможными обратными связями. Очевидно, что для

компенсации этих обратных связей к объекту необходимо прикладывать максимальное управляющее воздействие. Поскольку в большинстве случаев реальные обратные связи будут меньше максимальных, то максимальное управляющее воздействие будет в состоянии их компенсировать.

Структурная схема, составленная на основании уравнений (27), приведена на рис. 2.

Используя метод структурных преобразований, перенесем воздействия, которые соответствуют воздействиям  $q_4 - q_6$ , на вход схемы.

Основная сложность такого переноса заключается в наличии двух параллельных каналов формирования координаты  $y_1$ . Поэтому для удобства преобразования схемы, приведенной на рис. 2, преобразуем вначале эти каналы, перенеся составляющую  $a_{13} y_3$  со входа сумматора C1 на вход сумматора C2 (рис. 3).

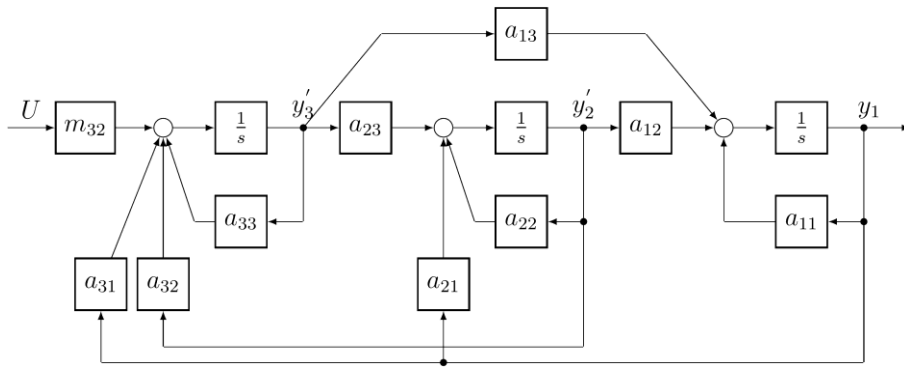


Рисунок 1 – Структурная схема рассматриваемого объекта управления

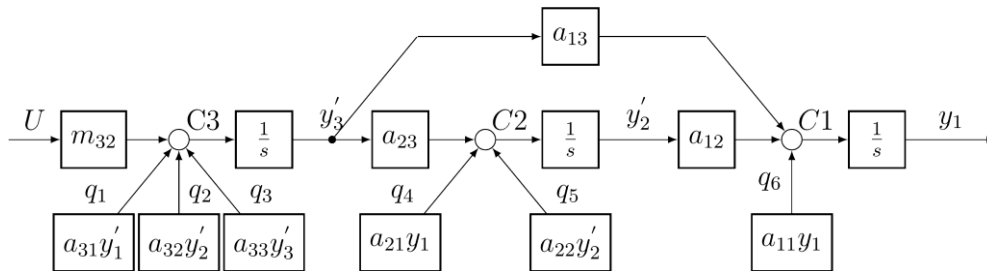


Рисунок 2 – Структурная схема объекта управления (27)

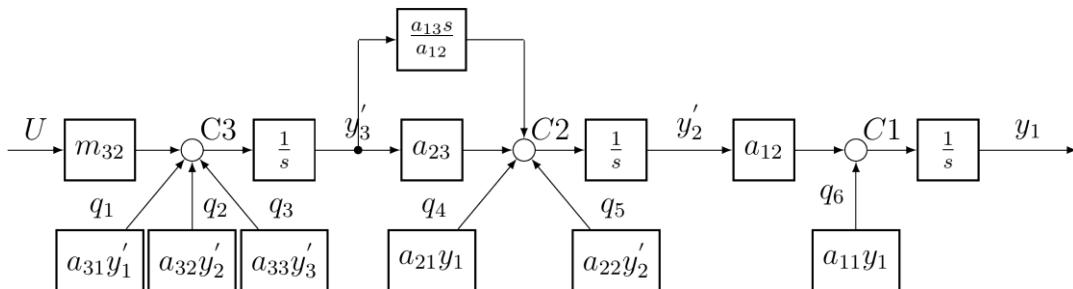


Рисунок 3 – Структурная схема преобразованного объекта управления

Перенос внешних воздействий  $\mathbf{q}_4 - \mathbf{q}_6$  на вход сумматора С3 приводит к формированию новых переменных состояния, которые образуют следующую систему уравнений

$$\begin{aligned} p y_1'' &= \mathbf{a}_{12} y_2''; \\ p y_2'' &= \mathbf{a}_{23} y_3''; \\ p y_3'' &= \mathbf{a}_{31} y_1' + \mathbf{a}_{32} y_2' + \mathbf{a}_{33} y_3' + \mathbf{m}_{32} U + \\ &+ \frac{p \mathbf{a}_{12} (\mathbf{a}_{21} y_1 + \mathbf{a}_{22} y_2')}{\mathbf{a}_{12} \mathbf{a}_{23} + \mathbf{a}_{13} p} + \frac{p^2 \mathbf{a}_{11} y_1}{\mathbf{a}_{12} \mathbf{a}_{23} + \mathbf{a}_{13} p}, \end{aligned} \quad (28)$$

где  $y_2''$  и  $y_3''$  – новые переменные, связанные со старыми следующими зависимостями

$$\begin{aligned} y_1'' &= y_1'; \\ y_2'' &= \frac{\mathbf{a}_{11} \mathbf{a}_{23} - \mathbf{a}_{13} \mathbf{a}_{21}}{\mathbf{a}_{12} \mathbf{a}_{23} + \mathbf{a}_{13} p} y_1' + \\ &+ \frac{\mathbf{a}_{12} \mathbf{a}_{23} - \mathbf{a}_{13} \mathbf{a}_{22} + \mathbf{a}_{13} p}{\mathbf{a}_{12} \mathbf{a}_{23} + \mathbf{a}_{13} p} y_2'; \\ y_3'' &= \frac{\mathbf{a}_{11} p + \mathbf{a}_{12} \mathbf{a}_{21}}{\mathbf{a}_{12} \mathbf{a}_{23} + \mathbf{a}_{13} p} y_1' + \\ &+ \frac{\mathbf{a}_{12} \mathbf{a}_{22}}{\mathbf{a}_{12} \mathbf{a}_{23} + \mathbf{a}_{13} p} y_2' + y_3'. \end{aligned} \quad (29)$$

Форма уравнений (28) аналогична уравнениям в форме Бруновского. Исключение составляют неединичные коэффициенты при переменных состояния.

Анализ уравнений (28) позволяет обобщить эту систему уравнений и представить ее в виде

$$\begin{aligned} p y_i'' &= \mathbf{a}_{i(i+1)} y_{i+1}''; \\ p y_n'' &= \mathbf{m}_{n2} U + \sum_{i=1}^n \mathbf{a}_{ni} y_i' + \\ &+ \frac{\mathbf{a}_{11} p^{n-1} y_1 + \sum_{i=1}^n \mathbf{a}_{(n-k)i} y_i' \sum_{j=1}^{n-i} p^j \prod_{k=1}^{n-i} \mathbf{a}_{jk}}{\mathbf{a}_{1n} p^{n-2} + \sum_{i=0}^{n-3} p^i \sum_{j=l+1}^{i+2} \prod_{k=1}^{n-i} \mathbf{a}_{jk}}. \end{aligned} \quad (30)$$

Интервал управляющего воздействия, компенсирующего внутренние обратные связи объекта, может быть найден из последнего уравнения системы (30):

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_3 &= - \sum_{i=1}^n \frac{\mathbf{a}_{ni}}{\mathbf{m}_{n2}} y_i' + \\ &+ \frac{\mathbf{a}_{11} p^{n-1} y_1 + \sum_{i=1}^n \mathbf{a}_{(n-k)i} y_i' \sum_{j=1}^{n-i} p^j \prod_{k=1}^{n-i} \mathbf{a}_{jk}}{\mathbf{a}_{1n} \mathbf{m}_{n2} p^{n-2} + \mathbf{m}_{n2} \sum_{i=0}^{n-3} p^i \sum_{j=l+1}^{i+2} \prod_{k=1}^{n-i} \mathbf{a}_{jk}}. \end{aligned} \quad (31)$$

Подача на вход линейного объекта вида (1) суммарного управляющего воздействия, определенного на интервале  $\mathbf{u}_2 + \mathbf{u}_3$ , приводит исходный объект к объекту, математическая модель которого представляет собой последовательное соединение трех интеграторов:

$$p y_1'' = \mathbf{a}_{12} y_2''; \quad p y_2'' = \mathbf{a}_{23} y_3''; \quad p y_3'' = \mathbf{m}_{32} U. \quad (32)$$

Очевидно, что при достижении координатой  $y_1''$  объекта (32) заданного значения управляющее воздействие должно стать нулевым. Таким образом, границы управляющего воздействия из интервала  $\mathbf{u}_2 + \mathbf{u}_3$  определяют минимальное и максимальное управляющие воздействия, которые должны подаваться на объект в установившемся режиме.

Система (31) является частным случаем системы уравнений  $n$ -го порядка

$$\begin{aligned} p y_i'' &= \mathbf{a}_{i(i+1)} y_{i+1}''; \quad i = 1 \dots n \\ p y_n'' &= \mathbf{m}_{n2} U, \end{aligned} \quad (33)$$

которая может быть сведена к одному дифференциальному уравнению  $n$ -го порядка

$$p^n y_1'' = \mathbf{m}_{n2} \prod_{i=1}^n \mathbf{a}_{i(i+1)} U. \quad (34)$$

Для рассматриваемого объекта уравнение (34) будет выглядеть:

$$p^3 y_1'' = \mathbf{m}_{32} \mathbf{a}_{12} \mathbf{a}_{32} U. \quad (35)$$

Характеристическое уравнение объекта (35) имеет простейший вид

$$D(p) = \lambda^3 = 0, \quad (36)$$

где  $\lambda$  – трехкратный нулевой корень характеристического уравнения.

Управление таким объектом удобно выполнять с позиций теории модального управления [8]. В отличие от остальных методов, синтез модального регулятора в рассматриваемом случае сводится к выбору желаемого характеристического полинома и заданию алгоритма регулятора в виде

$$U_1 = -k_1 \eta_1 - k_2 \eta_2 - k_3 \eta_3, \quad (37)$$

где  $k_i$  – коэффициенты желаемого характеристического полинома;  $\eta_i = y_i'' - y_i^*$  – отклонения переменных состояния преобразованного объекта от их желаемых значений.

Принимая во внимание уравнения (32), представим алгоритм (37) следующим образом:

$$U_1 = -k_1 \eta_1 - k_2 p \eta_1 - k_3 p^2 \eta_1, \quad (38)$$

или

$$U_1 = (k_1 + k_2 p + k_3 p^2) (y_1'' - y_1^*). \quad (39)$$

В силу первого равенства соотношений (29) выполним в алгоритме (38) замену переменных:

$$U_1 = (k_1 + k_2 p + k_3 p^2) (y_1^* - y_1). \quad (40)$$

Вид алгоритма (39) аналогичен известным алгоритмам [9], однако его коэффициенты не

зависят от параметров объекта управления, что создает предпосылки к унификации алгоритмов управления.

Обобщением алгоритмов (36) и (40) являются алгоритмы вида

$$U_I = -\sum_{i=1}^n k_i \eta_i \quad (41)$$

и

$$U_I = -\sum_{i=1}^n k_i p^{i-1} \eta_i. \quad (42)$$

Подставив найденные управляющие воздействия в алгоритм (3), получим выражения

$$\begin{aligned} u = & -k_1 \eta_1 - k_2 \eta_2 - k_3 \eta_3 + \\ & + \frac{a_{31} y_1 + a_{32} y_2 + a_{33} y_3}{m_{32}} - \\ & - \frac{p a_{12} (a_{21} y_1 + a_{22} y_2) + p^2 a_{11} y_1}{a_{12} a_{23} m_{32} + a_{13} m_{32} p} + \\ & + \frac{a_{12} a_{23} - a_{13} a_{22} + a_{13} p}{a_{12} a_{23} - a_{13} a_{22} + a_{13} p} m_{31} f_3 + \\ & + \frac{a_{13} a_{32} - a_{12} a_{33} + a_{12} p}{a_{12} a_{23} - a_{13} a_{22} + a_{13} p} m_{21} f_2 + \\ & + \frac{a_{33} a_{22} - a_{32} a_{23} - (a_{33} + a_{22}) p + p^2}{a_{12} a_{23} - a_{13} a_{22} + a_{13} p} m_{11} f_1 \end{aligned} \quad (43)$$

и

$$\begin{aligned} u = & -k_1 \eta_1 - k_2 \eta_2 - k_3 \eta_3 + \\ & + \frac{a_2 \eta_3 + a_1 \eta_2 + a_0 \eta_1}{M_3} + \\ & + \frac{a_{12} a_{23} - a_{13} a_{22} + a_{13} p}{a_{12} a_{23} - a_{13} a_{22} + a_{13} p} m_{31} f_3 + \\ & + \frac{a_{13} a_{32} - a_{12} a_{33} + a_{12} p}{a_{12} a_{23} - a_{13} a_{22} + a_{13} p} m_{21} f_2 + \\ & + \frac{a_{33} a_{22} - a_{32} a_{23} - (a_{33} + a_{22}) p + p^2}{a_{12} a_{23} - a_{13} a_{22} + a_{13} p} m_{11} f_1. \end{aligned} \quad (44)$$

Управляющие воздействия (43) и (44) обеспечивают движение объекта (1) по асимптотическим траекториям, которые задаются коэффициентами  $k_i$ , при таком движении осуществляется компенсация любых внешних и внутренних возмущений, лежащих в заданных интервалах.

В самом общем случае эти управляющие воздействия принимают вид

$$\begin{aligned} u = & -\sum_{i=1}^n k_i \eta_i - \sum_{i=1}^n \frac{a_i}{M_3} \eta_i + \\ & + \sum_{i=1}^n \frac{\det(M_{i1} - pE)}{\det((M_{31} - pE))} m_{i1} f_i \end{aligned} \quad (45)$$

и

$$\begin{aligned} u = & -\sum_{i=1}^n k_i \eta_i - \sum_{i=1}^n \frac{a_{ni}}{m_{n2}} y_i - \\ & - \frac{a_{11} p^{n-1} y_1 + \sum_{i=1}^n a_{(n-k)_i} y_i \sum_{j=1}^{n-i} p^j \prod_{k=1}^{n-i} a_{jk}}{a_{1n} m_{n2} p^{n-2} + m_{n2} \sum_{i=0}^{n-3} p^i \sum_{j=i+1}^{i+2} \prod_{k=1}^{n-i} a_{jk}} + \\ & + \sum_{i=1}^n \frac{\det(M_{i1} - pE)}{\det((M_{31} - pE))} m_{i1} f_i. \end{aligned} \quad (46)$$

Алгоритмы управления (43)–(46) являются интервальными, т.е. определяют бесконечное множество управляющих воздействий, определенных на интервале

$$u = [U_{min}, U_{max}]. \quad (47)$$

Границы интервала в соотношении (47) определяются согласно алгоритмам (43)–(46) путем подстановки в них соответственно минимальных и максимальных значений параметров, заданных интервалами (5), внешних возмущений и переменных состояния (6).

Известность границ интервала управляющего воздействия и его неопределенность внутри найденного интервала позволяет провести аналогию с системами разрывного управления, которые работают в скользящем режиме первого порядка. Такие системы характеризуются «размытостью» управляющего воздействия при бесконечно быстрых переключениях релейного элемента.

Указанная аналогия позволяет записать следующий алгоритм деинтервализации интервальных управлений:

$$U = \begin{cases} U_{max} & \text{if } U_1 / p > p^2 y_1; \\ U_{min} & \text{if } U_1 / p < p^2 y_1, \end{cases} \quad (48)$$

или для случая электромеханического объекта произвольного порядка:

$$U = \begin{cases} U_{max} & \text{if } U_1 / p > p^{n-1} y_1; \\ U_{min} & \text{if } U_1 / p < p^{n-1} y_1. \end{cases} \quad (49)$$

Алгоритмы (48) и (49) получены из условия приведения объекта (1) к форме Бруновского.

В качестве примера использования предлагаемого подхода рассмотрим синтез регулятора скорости для электропривода постоянного тока, который работает с некоторым моментом на валу двигателя при наличии отрицательного вязкого трения. Динамика такого электропривода описывается дифференциальными уравнениями

$$\begin{aligned} p\omega = & \frac{h}{J} \omega + \frac{k\Phi}{J} I + \frac{1}{J} M_c; \\ pI = & -\frac{1}{T_a} I - \frac{k\Phi}{R_a T_a} \omega + \frac{1}{R_a T_a} U, \end{aligned} \quad (50)$$

где  $\omega$  – скорость двигателя;  $I$  – ток в его якорной цепи;  $R_a, T_a$  – суммарное сопротивление и постоянная времени якорной цепи;  $k\Phi$  – конструктивный коэффициент;  $J$  – момент инерции;  $h$  – коэффици-

ент вязкого трения;  $M_c$  – момент на валу.

Выбрав в качестве базовых величин ток короткого замыкания  $I_k$  и скорость идеального холостого хода  $\omega_0$ , представим уравнения (50) в относительных единицах:

$$\begin{aligned} p y_1 &= a_{11} y_1 + a_{12} y_2 + m_{11} f_1; \\ p y_2 &= a_{21} y_1 + a_{22} y_2 + m_{22} u, \end{aligned} \quad (51)$$

где

$$\begin{aligned} a_{11} &= h / J; a_{12} = 1 / T_m; m_{11} = -1 / T_m; \\ a_{22} &= -1 / T_a; a_{21} = -1 / T_a; m_{22} = 1 / T_a; \\ u &= U / U_{max}; f = M_c / M_{max} = \frac{M_c}{k \Phi I_k} \end{aligned} \quad (52)$$

и

$$T_m = \frac{J \omega_0}{k \Phi I_k}; U_{max} = R_a I_k = k \Phi \omega_0. \quad (53)$$

Будем считать, что в процессе функционирования в значительной мере изменяется коэффициент вязкого трения и момент на валу двигателя. При этом можно утверждать, что указанные величины не выходят за границы интервалов

$$h = [h_{min}, h_{max}]; M_c = [M_{cmin}, M_{cmax}], \quad (54)$$

тогда, с учетом коэффициентов (52), уравнения движения (51) можно заменить интервальными уравнениями вида

$$\begin{aligned} p y_1 &= a_{11} y_1 + a_{12} y_2 + m_{11} f_1; \\ p y_2 &= a_{21} y_1 + a_{22} y_2 + m_{22} u. \end{aligned} \quad (55)$$

Уравнения (55) являются основой для синтеза управляющих воздействий, компенсирующих неточное знание нагрузки на валу двигателя и обеспечивающих его движение по предписанным траекториям.

В соответствии с выражением (19) алгоритм управления, предназначенный для компенсации внешнего возмущения  $f_1$ , будет

$$u_2 = \frac{p - a_{22}}{a_{12}} m_{22} f_1. \quad (56)$$

С учетом того, что производная от интервальной величины представляет собой разность границ интервала [5], алгоритм (56) можно представить в развернутой форме

$$u_2 = -\frac{a_{22} m_{22}}{a_{12}} [f_{1min}, f_{1max}] + \frac{m_{22}}{a_{12}} (f_{1max} - f_{1min}). \quad (57)$$

В соответствии с алгоритмом (55), минимальное и максимальное значения управляющего воздействия  $U_2$  будут определяться выражениями

$$U_{2min} = -\frac{m_{22} (a_{22} + 1) f_{1min}}{a_{12}} + \frac{m_{22} f_{1max}}{a_{12}}; \quad (58)$$

$$U_{2max} = -\frac{m_{22} (a_{22} - 1) f_{1max}}{a_{12}} - \frac{m_{22} f_{1min}}{a_{12}}.$$

Подача на вход объекта (55) управляющего воз-

действия  $U_2$ , которое определено на интервале

$$U_2 \in [U_{2min}, U_{2max}], \quad (59)$$

позволяет исключить из уравнений (55) внешнее возмущение и представить их следующим образом:

$$\begin{aligned} p y_1 &= a_{11} y_1 + a_{12} y_2; \\ p y_2 &= a_{21} y_1 + a_{22} y_2 + m_{22} u. \end{aligned} \quad (60)$$

Уравнения (60) составлены с использованием интервала  $a_{11}$ :

$$a_{11} = [a_{11min}, a_{11max}]. \quad (61)$$

При определении управляющего воздействия, которое компенсирует внутренние обратные связи электропривода, будем считать, что скорость и ток двигателя в относительных величинах определены на интервале

$$y_1 = y_2 = [-1, 1]. \quad (62)$$

С учетом интервала (61), в соответствии с выражением (31), управляющее воздействие, компенсирующее параметрическое возмущение, будет

$$u_3 = -a_{21} y_1 - a_{22} y_2 - \frac{p a_{11} y_1}{a_{12}}. \quad (63)$$

С учетом интервалов (61) и (62), управляющее воздействие (63) в развернутой форме примет вид

$$u_3 = -a_{21} [-1, 1] - a_{22} [-1, 1] - p \left[ \frac{a_{11min}}{a_{12}}, \frac{a_{11max}}{a_{12}} \right]. \quad (64)$$

Границы интервала, на котором определено управляющее воздействие (64), определяются соотношениями

$$\begin{aligned} U_{3min} &= a_{21} + a_{22} - \frac{a_{11max} - a_{11min}}{a_{12}}; \\ U_{3max} &= -a_{21} - a_{22} - \frac{a_{11max} - a_{11min}}{a_{12}}. \end{aligned} \quad (65)$$

Подача на вход объекта (60) управляющего воздействия  $U_3$ , определенного в интервале

$$U_3 \in [U_{3min}, U_{3max}], \quad (66)$$

позволяет привести уравнения (60) к виду, аналогичному форме Бруновского:

$$p y_1 = a_{12} y_2; \quad p y_2 = m_{22} u. \quad (67)$$

Задав качество переходных процессов в замкнутой системе желаемым характеристическим полиномом вида

$$D(\lambda) = (\lambda + \lambda_0)^2, \quad (68)$$

где  $\lambda_0$  – двукратный желаемый корень характеристического уравнения, определим параметры регулятора, который реализует алгоритм управления вида (41):

$$k_1 = \lambda_0^2; \quad k_2 = 2\lambda_0. \quad (69)$$

С учетом коэффициентов (69), этот алгоритм примет вид

$$U_1 = -\lambda_0^2 \eta_1 - 2\lambda_0 p \eta_1. \quad (70)$$



С учетом интервалов (66) и (59), а также приняв во внимание алгоритм (70), определим границы интервала (47):

$$\begin{aligned}
 U_{min} &= a_{21} + a_{22} - \frac{a_{11max} - a_{11min}}{a_{12}} - \\
 &- \frac{m_{22}(a_{22}+1)f_{Imin}}{a_{12}} + \frac{m_{22}f_{Imax}}{a_{12}} - \lambda_0^2\eta_1 - 2\lambda_0\rho\eta_1; \\
 U_{max} &= -a_{21} - a_{22} - \frac{a_{11max} - a_{11min}}{a_{12}} - \\
 &- \frac{m_{22}(a_{22}-1)f_{Imax}}{a_{12}} - \frac{m_{22}f_{Imin}}{a_{12}} - \lambda_0^2\eta_1 - 2\lambda_0\rho\eta_1,
 \end{aligned}
 \tag{71}$$

или

$$\begin{aligned}
 U_{min} &= A_{min} - \lambda_0^2\eta_1 - 2\lambda_0\rho\eta_1; \\
 U_{max} &= A_{max} - \lambda_0^2\eta_1 - 2\lambda_0\rho\eta_1,
 \end{aligned}
 \tag{72}$$

где

$$\begin{aligned}
 A_{min} &= a_{21} + a_{22} - \frac{a_{11max} - a_{11min}}{a_{12}} - \\
 &- \frac{m_{22}(a_{22}+1)f_{Imin}}{a_{12}} + \frac{m_{22}f_{Imax}}{a_{12}}; \\
 A_{max} &= -a_{21} - a_{22} - \frac{a_{11max} - a_{11min}}{a_{12}} - \\
 &- \frac{m_{22}(a_{22}-1)f_{Imax}}{a_{12}} - \frac{m_{22}f_{Imin}}{a_{12}}.
 \end{aligned}
 \tag{73}$$

С учетом границ (69), управляющее воздействие (48) примет вид

$$U = \begin{cases} A_{max} + U_1 & \text{if } \frac{U_1}{p} > py_1; \\ A_{min} + U_1 & \text{if } \frac{U_1}{p} < py_1. \end{cases}
 \tag{74}$$

На рис. 4 приведены результаты математического моделирования синтезированной системы управления электроприводом на базе двигателя ДПР-72.

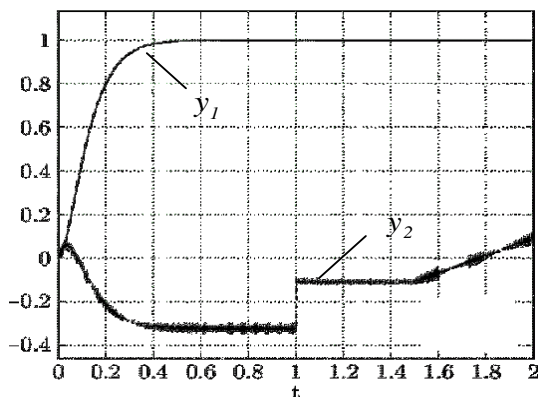


Рисунок 4 – Переходные процессы в синтезированной системе

При моделировании исследовался пуск электропривода, его разгон и выход на заданную скорость. Коэффициент вязкого трения в момент пуска был принят таким, чтобы при номинальной скорости на двигатель действовал тройной момент нагрузки. В момент времени 1 с происходило ударное уменьшение момента вязкого трения в три раза, начиная с момента времени 1,5 с, к валу двигателя дополнительно прикладывался линейно-нарастающий момент статической нагрузки.

Как следует из анализа полученных результатов, синтезированная система является асимптотически устойчивой, астатической по задающему и возмущающему воздействиям и обеспечивает низкую чувствительность к изменению параметров объекта управления.

**ВЫВОДЫ.** Предложенная в работе методика синтеза систем управления является инженерной, поскольку сводит сложные задачи синтеза желаемых траекторий движения замкнутых электромеханических систем к определению максимального и минимального управляющего воздействий.

Синтезированные алгоритмы аналогичны известным алгоритмам релейного управления, однако отличаются от них изменяющимся уровнем управляющего воздействия и формированием несимметричных относительно нуля переключений релейного элемента.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Клепиков В.Б. Динамика электромеханических систем с нелинейным трением. – Харьков: Підручник ХП, 2014. – 408 с.
2. Башарин А.В., Новиков В.А., Соколовский Г.Г. Управление электроприводами. – Л.: Энергоиздат, 1982. – 392 с.
3. Цыпкин Я.З. Релейные автоматические системы. – М.: Наука, 1974. – 576 с.
4. Пупков К.А., Егупов Н.Д. Методы классической и современной теории автоматического управления. Т. 3. Синтез регуляторов САУ. – М.: Изд-во МГТУ им. Баумана, 2004. – 616 с.
5. Applied interval analysis / L. Jaulin, M. Kieffer, O. Didrit, E. Walter. – London: Springer, 2001. – 379 p.
6. Крутько П.Д. Обратные задачи динамики в теории автоматического управления. – М.: Машиностроение, 2004. – 576 с.
7. Ким Д.П. Теория автоматического управления. Многомерные, нелинейные, оптимальные и адаптивные системы. – М.: Физматлит, 2004. – 464 с.
8. Кузовков Н.Т. Модальное управление и наблюдающие устройства. – М.: Машиностроение, 1976. – 184 с.
9. Садовой А.В., Сухинин Б.В., Сохина Ю.В. и др. Системы оптимального управления прецизионными электроприводами. – К.: ИСИМО, 1996. – 298 с.

**THE INTERVAL CONTROL SYSTEM'S SYNTHESIS OF A LINEAR ELECTROMECHANICAL OBJECT WITH NEGATIVE VISCOUS FRICTION**

**R. Volianskyi, A. Sadovoi**

Dniprovsky State Technical University

vul. Dneprobudovskaya, 2, Kamyanskoye, 51918, Ukraine. E-mail: elm@dstu.dp.ua

**Purpose.** The paper deals with the developing of engineering synthesis' method for closed loop control system of linear dynamical objects with uncertainty and structure instability. **Methodology.** We propose to define controller structure and parameters based on separate compensation's hypothesis of inner object's feedbacks, it's parameters' and static torque's uncertainty. Due to this hypothesis we define control signal for electric drive as sum of three summands, which we have defined by using interval model of control object, inverse dynamic problems' conception, and modal control theory. **Results.** We have got algorithms for defining control signals for linear dynamical object of any order based upon the object's parameters and it's boundary state variables. These algorithms let us to transform a linear object's equations to form, which is analog of Brunovsky equations' form, and control of any linear object as zero roots dynamical object by defining of closed loop system's desired characteristic polynomial. We have construct the direct current motor speed controller by using proposed method. We have approved our approach and algorithms by mathematical simulation of the synthesized closed-loop system. **Originality.** The algorithms, which are synthesized by using such approach, are similar to well-known algorithms but form a control signal, which amplitude is state variables' function. **Practical value.** Synthesized controller compensates both the inner feedback by electric motion force of electric motor and the torque of negative viscous friction on motor's shaft, and let us form high precision closed-loop control system. Defining of structure and parameters of such controller do not require to use complex mathematical methods or to solve complex optimization task. References 7, figures 4.

**Key words:** discontinuous control, sliding mode, interval methods, negative viscous friction.

REFERENCES

1. Klepikov, V.B. (2014), *Dinamika elektromekhanicheskikh sistem s nelineynym treniem* [Dynamics of electromechanical systems with nonlinear friction], Pidruchnik HPI, Harkiv. (in Russian)
2. Basharin, A.V. Novikov, V.A. and Sokolovskiy, G.G. (1982), *Upravlenie elektroprivodami* [Control of electric drives], Energoizdat, Leningrad. (in Russian)
3. Tsyipkin, Ya.Z. (1974), *Releynyie avtomaticheskie sistemy* [The relay automatic systems], Nauka, Moscow. (in Russian)
4. Pupkov, K.A. and Yegupov, N.D. (2004), *Metody klassicheskoy i sovremennoy teorii avtomaticheskogo upravleniya* [The methods of classical and modern theory of automatic control. Synthesis of ACS regulators], MGTU im. Baumana, Moscow. (in Russian)
5. Jaulin, L., Kieffer, M., Didrit, O. and Walter, E. (2001), *Applied interval analysis*, Springer, London.
6. Krutko, P.D. (2004), *Obratnyie zadachi dinamiki v teorii avtomaticheskogo upravleniya* [Inverse problems of dynamics in the theory of automatic control], Mashinostroenie, Moscow. (in Russian)
7. Kim, D.P. (2004), *Teoriya avtomaticheskogo upravleniya. Mnogomernyie, nelineynyie, optimalnyie i adaptivnyie sistemy* [The theory of automatic control. Multidimensional, nonlinear, optimal and adaptive systems], Fizmatlit, Moscow. (in Russian)
8. Kuzovkov, N.T. (1976), *Modalnoe upravlenie i nablyudayuschie ustroystva* [Modal control and observing devices], Mashinostroenie, Moscow. (in Russian)
9. Sadovoy, A.V., Sukhinin, B.V., Sohina, Yu.V. et al. (1996), *Sistemy optimalnogo upravleniya pretzionnymi elektroprivodami* [Optimum control systems for precision electric drives], ISIMO, Kyiv. (in Russian)

Стаття надійшла 08.06.2017.